DOI:10.13657/j.cnki.gxkxyxb.2013.02.001

广西科学院学报 2013,29(2):75～79
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 29,No. 2 May 2013

一类不确定离散时滞系统鲁棒 H_∞ 可靠控制的设计方法

Robust H_∞ Reliable Controller Design for a Class of Time-delay Uncertain Discrete-time Systems

梁东颖
LIANG Dong-ying

(广西交通职业技术学院,广西南宁 530023)
(Guangxi Vocational and Technical College of Communications,Nanning,Guangxi,530023,China)

摘要:针对某个指定的执行器集合,基于线性矩阵不等式(*LMI*)方法,提出一种设计无记忆状态反馈控制器的方法.该方法对于任意容许的不确定性和指定集合中任意执行器的失效,都能保证相应的闭环系统稳定且具有一定的 H_∞ 性能.

关键词:时滞 不确定性 H_∞ 可靠控制 线性矩阵不等式

中图法分类号:O175.13 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2013)02-0075-05

Abstract:For a given set of actuator and based on linear matrix inequality (*LMI*), a design method of linear memoryless state feedback robust reliable H_∞ controller associated with the set is proposed. For all admissible uncertainties and any failure of the actuator in the given set, the controller designed by this method can stabilize the related system and satisfy the H_∞ performance.

Key words:time-delay,uncertainty, H_∞ reliable control, *LMI*

容错就是容许错误,是指设备的一个或多个关键部分发生故障时,它自己能够自动地进行检测与诊断,并有相应措施保证设备维持其规定功能,或者用牺牲性能来保证设备在可接受范围内继续工作.容错控制方法一般可以分成两大类,即被动容错控制和主动容错控制.被动容错控制从系统构造来看,是一种与鲁棒控制技术相类似的控制,它采用固定的控制器来确保闭环系统对特定的故障具有不敏感性.可靠控制属于被动容错控制,是指将系统可能发生的故障考虑在设计过程中.这样,一旦系统中的部件(传感器或执行器)发生故障,闭环系统仍能保持稳定,并仍具有较理想的性能指标.

鉴于可靠控制对系统运行的实际意义,因此该控制方法已受到许多学者的关注,并已取得了不少成果[1~4].但是在现有的结果中,对具有时滞的离散系统可靠控制方面的报道却不多见[3,4].文献[3]针对没有时滞的离散广义系统,在参数不确定和执行器故障的情况下研究其 D 稳定鲁棒非脆弱控制问题.文献[4]针对线性离散系统的容错控制问题,给出传感器失效时,系统具有完整性的充分条件,并且将其扩展到执行器.

本文研究一类具有时滞和参数不确定的离散系统状态反馈鲁棒 H_∞ 可靠控制问题.类似文献[5],对于预先给定的一组执行器的集合 Ω,基于线性矩阵不等式(*LMI*),提出一种设计无记忆状态反馈控制器的方法,使得对任意容许的不确定性和 Ω 中任意执行器的失效,该控制器都能保证相应的闭环系统稳定和具有一定的 H_∞ 性能.

收稿日期:2013-01-28
修回日期:2013-03-10
作者简介:梁东颖(1977-),女,讲师,主要从事鲁棒控制理论,时滞系统控制论研究。

1 系统描述

考虑下述不确定离散时滞系统

$$\begin{cases} x(k+1)=(A+\Delta A(k))x(k)+(Ad+ \\ \qquad \Delta Ad(k))x(k-d)+Bu(k)+Gw(k), \\ z(k)=Cx(k), \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x(k)\in R^n$ 是状态向量，$u(k)\in R^m$ 为控制输入，$w(k)\in l_2^p(Z^+)$ 为外界干扰输入，$z(k)\in R^q$ 为控制输出，A,Ad,B,G,C 是具有相应维数的已知矩阵，$\Delta A(k),\Delta Ad(k)$ 是具有合适维数的不确定实矩阵. 不失一般性，假定不确定性做如下描述：

$$[\Delta A(k)\quad \Delta Ad(k)]=HF(k)[E\quad Ed].$$

这里 H,E,Ed 是具有合适维数的实矩阵，而 $F(k)$ 是未知矩阵函数，且满足

$$F^T(k)F(k)\leqslant I. \tag{2}$$

系统的执行器可分为两部分，其中一部分为允许失效的，记为$\overline{\Omega}\subseteq\{1,2,\cdots,m\}$，这部分对于稳定系统而言是冗余的. 另一部分记为$\overline{\Omega}\subseteq\{1,2,\cdots,m\}-\Omega$，这部分执行器不会失效.

对控制矩阵引入如下分解：

$$B=B_\Omega+B_{\overline{\Omega}}$$

其中 B_Ω 和 $B_{\overline{\Omega}}$ 是按照$\overline{\Omega}$ 和 Ω 把矩阵 B 对应列置为零而得到的，执行器在系统中起着传输控制器输出信号到受控对象的作用，同时当它失效时，假设其输出为任意能量有限的信号，且干扰信号作用到对象上去. 我们把实际失效的一部分执行器记为 $\Omega\subseteq\Omega$，并对 B 采用如下分解

$$B=B_\omega+B_{\bar{\omega}},$$

其中 B_ω 和 $B_{\bar{\omega}}$ 类似于 B_Ω 和 $B_{\overline{\Omega}}$ 对矩阵 B 的分解. 易知

$$B_\omega B_\omega^T\leqslant B_\Omega B_\Omega^T,B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^T\geqslant B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T,B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T-B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T\leqslant B_\Omega B_\Omega^T.$$

又记$\overline{G}=[G\quad B_\omega]$，$\overline{w}(k)=[w^T(k)\quad u_\omega^T(k)]^T$，其中 $u_\omega(k)\in R^m$ 是由于对应执行器失效而产生的干扰输入.

考虑具有如下形式的无记忆状态反馈控制律：

$$u(k)=Kx(k), \tag{3}$$

其中 $K\in R^{m\times n}$ 是控制器反馈增益矩阵. 那么在执行器失效时，系统(1) 和控制器(3) 构成的闭环系统可以写成

$$\begin{cases} x(k+1)=(A+\Delta A(k)+B_{\bar{\omega}}K)x(k)+(Ad+ \\ \qquad \Delta Ad(k))x(k-d)+\overline{G}\,\overline{w}(k), \\ z(k)=Cx(k). \end{cases} \tag{4}$$

还需设计控制器增益阵 K，使得闭环系统(3) 渐进稳定，且对于所有容许的不确定性(2)，其闭环传函满足给定的 H_∞ 性能指标 γ，即 $\|T_{zw}\|<\gamma$，其中 $\gamma>0$。

引理1 设 D,E,F 为具有适当维数的实矩阵，且 $F^TF\leqslant I$，则对于任意标量 $\varepsilon>0$，下面的不等式成立[6]：

$$DFE+E^TF^TD^T\leqslant\epsilon DD^T+\epsilon^{-1}E^TE.$$

2 主要结果

定理1 给定不确定性时滞系统(1)，对于任意容许的不确定性(2)，若存在正定阵 X,S，及正数 δ，ϵ，使得如下线性矩阵不等式(LMI) 成立：

$$\begin{bmatrix} -X+\delta B_\Omega B_\Omega^T & 0 & XA^T-\delta B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T & XE^T & X \\ 0 & -S & SAd^T & SEd^T & 0 \\ * & * & -X+\varepsilon HH^T+\delta B_\Omega B_\Omega^T & 0 & 0 \\ * & * & 0 & -\epsilon I & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix}<0, \tag{5}$$

则该系统可通过无记忆状态反馈控制律 $u(k)=Kx(k)=-\delta B^TX^{-1}x(k)$ 鲁棒镇定.

证明 取 Lyapunov 函数

$$V(k)=x^T(k)Px(k)+\sum_{l=k-d}^{k-1}x^T(l)Qx(l).$$

这里 $P=X^{-1}>0,Q=S^{-1}>0$. 因此，在$\overline{w}(k)\equiv 0$ 时，

$$\Delta V(k)=V(k+1)-V(k)=[x^T(k)\quad x^T(k-d)]\Theta(k)\begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d) \end{bmatrix}.$$

这里

$$\Theta(k)=\begin{bmatrix} -P+Q & 0 \\ 0 & -Q \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} A_0^T(k) \\ A_d^T(k) \end{bmatrix}P[A_0(k)\quad A_d(k)],$$

$A_0(k)=A+\Delta A(k)+B_{\bar{\omega}}K$，$A_d(k)=Ad+\Delta Ad(k)$.

因为

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\delta B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\leqslant$$

$$\begin{bmatrix} -\delta B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T+\delta B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^T & 0 & -\delta B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T & 0 & -\delta B_{\overline{\Omega}}B_{\overline{\Omega}}^T+\delta B_{\bar{\omega}}B_{\bar{\omega}}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\leqslant$$

$$\begin{bmatrix} \delta B_\Omega B_\Omega^T & 0 & -\delta B_{\bar\Omega} B_{\bar\Omega}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta B_{\bar\Omega} B_{\bar\Omega}^T & 0 & \delta B_\Omega B_\Omega^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

所以由条件(5) **及** $K=-\delta B^T X^{-1}$，**得**

$$\begin{bmatrix} -X & 0 & XA^T+XK^TB_\omega^T & XE^T & X \\ 0 & -S & SAd^T & SEd^T & 0 \\ * & * & -X+\varepsilon HH^T & 0 & 0 \\ * & * & 0 & -\varepsilon I & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix} < 0.$$

利用 Schur **补，上式等价于**

$$\begin{bmatrix} -X+XS^{-1}X & 0 & XA^T+XK^TB_\Omega^T & XE^T \\ 0 & -S & SAd^T & SEd^T \\ * & * & -X+\varepsilon HH^T & 0 \\ * & * & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0.$$

把上面的矩阵两边同时乘以 $\mathrm{diag}\{P,Q,I,I\}$，**得**

$$\begin{bmatrix} -P+Q & 0 & A^T+K^TB_\omega^T & E^T \\ 0 & -Q & Ad^T & Ed^T \\ * & * & -P^{-1}+\varepsilon HH^T & 0 \\ * & * & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0.$$

再次利用 Schur **补，上式等价于**

$$\begin{bmatrix} -P+Q & 0 & A^T+K^TB_{\bar\Omega}^T \\ 0 & -Q & Ad^T \\ * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} +$$

$$\varepsilon \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} [0 \quad 0 \quad H^T] + \varepsilon^{-1} \begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \end{bmatrix} [E \quad Ed \quad 0] < 0.$$

又由引理 1，**知**

$$\begin{bmatrix} -P+Q & 0 & A_0^T(k) \\ 0 & -Q & Ad^T(k) \\ * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -P+Q & 0 & A^T+K^TB_\omega^T \\ 0 & -Q & Ad^T \\ * & * & -P^{-1} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} F(k) [E \quad Ed \quad 0] +$$

$$\begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \end{bmatrix} F^T(k) [0 \quad 0 \quad H^T] < 0.$$

由 Schur **补，得**

$$\Theta(k) = \begin{bmatrix} -P+Q & 0 \\ 0 & -Q \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} A_0^T(k) \\ Ad^T(k) \end{bmatrix} P [A_0(k) \quad Ad(k)] < 0.$$

所以闭环系统(1) **可通过无记忆状态反馈控制律** $u(k)=-\delta B^TX^{-1}x(k)$ **鲁棒镇定**。

定理 2 **给定** H_∞ **性能指标** $\gamma>0$，**对不确定性时滞系统**(1) **和任意容许的不确定性**(2)，**若存在对称正定矩阵** X、S **及正数** δ,ϵ,μ，**使得如下** LMI **成立**

$$\begin{bmatrix} ① & 0 & 0 & 0 & ③ & XE^T & XC^T & X \\ 0 & -S & 0 & 0 & SAd^T & SEd^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 & G^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ② & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & ④ & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S \end{bmatrix} < 0. \tag{6}$$

①：$-X+\delta B_\Omega B_\Omega^T$；②：$(-\gamma^2+\mu)I$；③：$XA^T-\delta B_{\bar\Omega}B_{\bar\Omega}^T$④：$-X+\epsilon HH^T+(\delta+\mu^{-1})B_\Omega B_\Omega^T$.

则不确定时滞系统(1) **可通过反馈控制律** $u(k)=Kx(k)=-\delta B^TX^{-1}x(k)$ **鲁棒** H_∞ **镇定**.

证明 **当**(6) **式成立时，易见**(5) **式也成立，故系统**(4) **鲁棒稳定. 还需证明，在零初始条件下，对于** $\gamma>0$，$\|z(k)\|_2 \leqslant \gamma \|\bar w(k)\|_2$，**即**

$$\sum_{k=0}^{\infty} z^T(k)z(k) \leqslant \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \bar w^T(k)\bar w(k).$$

仍取 $V(k)=x^T(k)Px(k)+\sum_{l=k-d}^{k-1} x^T(l)Qx(l)$，**这里** $P=X^{-1}>0$，　$Q=S^{-1}>0$. **定义指标函数**($T\in Z^+$)：

$$J_T = \sum_{k=0}^{T}(z^T(k)z(k)-\gamma^2\bar w^T(k)\bar w(k)) =$$

$$\sum_{k=0}^{T}(z^T(k)z(k)-\gamma^2\bar w^T(k)\bar w(k)+\Delta V(k))-V(T)$$

$$\leqslant \sum_{k=0}^{T}(z^T(k)z(k)-\gamma^2\bar w^T(k)\bar w(k)+\Delta V(k)).$$

由于 $z^T(k)z(k)-\gamma^2\bar w^T(k)\bar w(k)+\Delta V(k)=$

$$[x^T(k) \quad x^T(k-d) \; \bar w^T(k)] \cdot$$

$$\Theta_c(k) \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d) \; \bar w(k) \end{bmatrix}.$$

这里

$$\Theta_c(k)=$$

$$\begin{bmatrix} A_0^T(k)PA_0(k)-P+Q+C^TC & A_0^T(k)PAd(k) & A_0^T(k)P\bar G \\ * & Ad^T(k)PAd(k)-Q & Ad^T(k)P\bar G \\ * & * & -\gamma^2 I+\bar G^TP\bar G \end{bmatrix}$$

$$
=\begin{bmatrix} -P+Q+C^TC & 0 & 0 \\ 0 & -Q & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}+
$$

$$
\begin{bmatrix} A_0^T(k) \\ Ad^T(k) \\ \overline{G}^T \end{bmatrix} P[A_0(k) \quad Ad(k) \quad \overline{G}].
$$

因为

$$
\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\delta B_{\bar{\omega}} B_{\omega}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta B_{\bar{\omega}} B_{\omega}^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \leqslant
$$

$$
\begin{bmatrix} \delta B_{\Omega} B_{\Omega}^T & 0 & -\delta B_{\bar{\Omega}} B_{\bar{\Omega}}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta B_{\bar{\Omega}} B_{\bar{\Omega}}^T & 0 & \delta B_{\Omega} B_{\Omega}{}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
$$

又由引理1知

$$
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{\omega}^T & 0 \\ 0 & B_{\omega} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{\omega} \\ 0 \end{bmatrix}^T +
$$

$$
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_{\omega} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \leqslant \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu^{-1} B_{\Omega} B_{\Omega}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.
$$

所以由条件(6)知

$$
\begin{bmatrix}
-X & 0 & 0 & 0 & XA^T-\delta B_{\bar{\omega}} B_{\omega}^T & XE^T & XC^T & X \\
0 & -S & 0 & 0 & SAd^T & SEd^T & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 & G^T & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_{\omega}^T & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -X+\epsilon HH^T & 0 & 0 & 0 \\
* & * & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & 0 & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -S
\end{bmatrix}
$$

$<0.$

由 Schur 补,上式等价于

$$
\begin{bmatrix}
-X+XQX & 0 & 0 & 0 & XA^T+XK^TB_{\bar{\omega}}^T & XE^T & XC^T \\
0 & -S & 0 & 0 & SAd^T & SEd^T & 0 \\
0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 & G^T & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_{\Omega}^T & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -X+\epsilon HH^T & 0 & 0 \\
* & * & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix}
$$

$<0.$

再把矩阵两边同时乘以 $\mathrm{diag}\{P,Q,I,I,I,I,I\}$,得

$$
\begin{bmatrix}
-P+Q & 0 & 0 & 0 & A^T+K^TB_{\bar{\omega}}^T & E^T & C^T \\
0 & -Q & 0 & 0 & Ad^T & Ed^T & 0 \\
0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 & G^T & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_{\omega}^T & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -P^{-1}+\epsilon HH^T & 0 & 0 \\
* & * & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & 0 \\
* & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix}
$$

$<0.$

等价于

$$
\begin{bmatrix}
-P+Q+C^TC & 0 & 0 & 0 & A^T+K^TB_{\bar{\omega}}^T & E^T \\
0 & -Q & 0 & 0 & Ad^T & Ed^T \\
0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 & G^T & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_{\omega}^T & 0 \\
* & * & * & * & -P^{-1}+\epsilon HH^T & 0 \\
* & * & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I
\end{bmatrix}
$$

$<0.$

还等价于

$$
\begin{bmatrix}
-P+Q+C^TC & 0 & 0 & 0 & A^T+K^TB_{\bar{\omega}}^T \\
0 & -Q & 0 & 0 & Ad^T \\
0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 & G^T \\
0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I & B_{\omega}^T \\
* & * & * & * & -P^{-1}
\end{bmatrix}+
$$

$$
\epsilon \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix}^T + \epsilon^{-1} \begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T < 0.
$$

所以由引理1知

$$
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} F(k) \begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F^T(k) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix}^T \leqslant
$$

$$
\epsilon \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ H \end{bmatrix}^T + \epsilon^{-1} \begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E^T \\ Ed^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T ,
$$

所以

$$
\begin{bmatrix}
-P+Q+C^TC & 0 & 0 & A_0^T(k) \\
0 & -Q & 0 & Ad^T(k) \\
0 & 0 & -\gamma^2 I & \overline{G}^T \\
* & * & * & -P^{-1}
\end{bmatrix} < 0.
$$

再次利用 Schur 补,得

$$
\Theta_c(k) = \begin{bmatrix} -P+Q+C^TC & 0 & 0 \\ 0 & -Q & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}+
$$

$$\begin{bmatrix} A_0^T(k) \\ Ad^T(k) \\ \overline{G}^T \end{bmatrix} P[A_0(k) \quad Ad(k) \quad \overline{G}] < 0.$$

所以，闭环系统(1)可由无记忆状态反馈控制律 $u(k) = -\delta B^T X^{-1} x(k)$ 鲁棒 H_∞ 镇定.

3 数值例子

考虑系统(1)，给定 H_∞ 性能指标 $\gamma = 3.9911$，

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, Ad = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 \end{bmatrix}, Ed = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.01667 & 0.01667 & 0.01667 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 \\ 0.001 & 0 & 0 \\ 0.001 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

取 $B_\Omega = \mathrm{diag}\{0, 0.2, 0.2\}$，$B_{\overline{\Omega}} = \mathrm{diag}\{1, 0, 0\}$，采用文中方法，运用 LMI 工具箱解(6)式，得

$$X = \begin{bmatrix} 7.5965 & 9.9054 & 12.8284 \\ * & 14.679 & 20.4259 \\ * & * & 30.5789 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 85.1026 & 69.1402 & 51.3695 \\ * & 107.4194 & 135.8548 \\ * & * & 510.3910 \end{bmatrix}, \delta = 0.5727, \varepsilon = 0.0154, \mu = 15.9285.$$

求得可靠控制器

$$u(k) = \begin{bmatrix} -1.17037 & 1.5111 & -0.518384 \\ 0.30222 & -0.500868 & 0.20778 \\ -0.103677 & 0.20778 & -0.099043 \end{bmatrix} x(k).$$

数值例子表明，控制器计算简单，可用 *LMI* 工具箱确定，能避免人为选择参数的麻烦.

参考文献：

[1] 姜翀，徐兆棣. 不确定非线性时变时滞系统的鲁棒 H_∞ 可靠控制设计——*LMI* 方法[J]. 沈阳师范大学学报：自然科学版，2005，23(2)：112-115.

[2] 严爱军，王耀青. 时滞不确定性系统的 H_∞ 鲁棒控制[J]. 武汉科技大学学报：自然科学版，2000，23(4)：384-387.

[3] 李吉祥，武俊峰，樊丽影. 不确定离散广义系统的 D 稳定鲁棒非脆弱可靠控制[J]. 中南大学学报：自然科学版，2011，42(6)：1669-1675.

[4] 邵锡军，杨成梧. 不确定离散时滞系统的鲁棒容错控制[J]. 系统工程与电子技术，2001，23(6)：49-62.

[5] Kim Seong Woo，Seo Chang Jun，Kim Byung Kook. Robust and reliable H_∞ controllers for discrete-timesystems with parameter uncertainty and actuator failure[J]. International Journal of Systems Science，1999，30(12)：1249-1258.

[6] Mahmoud M S. Robust control and filtering for time-delay system[M]. New York：Marcel Dekker，2000.

（责任编辑：尹　闯）

中国科学家利用卫星定位技术跟踪野骆驼

野骆驼被中国列为一级野生保护动物，在国际自然保护联盟发表的红皮书中被列为极度濒危物种。专家估计，世界上现存的野骆驼不足1000峰。目前人们只知道野骆驼分布在中国西北的荒漠和蒙古国境内，但对野骆驼的准确数量、迁移路线、生活习性等并不十分清楚。野骆驼是陆地上唯一能靠喝咸水生存的动物。野骆驼并不喜欢咸水，而是为躲避人类逃到荒漠中，那里没有淡水。野骆驼是如何在体内脱去咸水中的盐分，是一个值得研究的课题。野骆驼比家骆驼稍精瘦，善于快速奔跑，它们一般成群生活。野骆驼嗅觉非常灵敏，能从几公里外嗅到人的气味后飞奔逃离。野骆驼与家骆驼在基因上存在3%的差异，这说明它们分属于不同种。野骆驼在物种遗传和科学研究上有重要价值。为保护比大熊猫还濒危的野骆驼，中国科学家最近为生活在甘肃、新疆沙漠地区的5峰野骆驼安装了GPS卫星跟踪器。跟踪器分别安装在野骆驼的头部和脖子上，头部上的跟踪器重约300g，脖子上的跟踪器重约800g，对野骆驼的生活不会造成太大影响。跟踪器上的电池预计可使用3年，之后跟踪器会自动脱落。通过卫星跟踪系统确定野骆驼的迁移路径，对于了解它们面临什么威胁，它们到哪里喝水，怎样保护这些水源，确定保护区域的范围，制定有针对性的保护措施等都意义重大。

（据科学网）