

增光子相干态光场与二能级原子相互作用中的含时维格纳函数

Time-Dependent Wigner Function of the Photo-added Coherent Light Interacting with a Two-level Atom

庞华锋, 杨庆怡*

PANG Hua-feng, YANG Qing-yi*

(广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004)

(School of Physical Science and Engineering Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要: 利用相互作用表象中增光子相干态光场与二能级原子作用的系统动力学波函数, 通过约化密度算符和维格纳函数福克基矢展开技术得到描述光场随时间演化的含时维格纳函数, 并用数值模拟分析该维格纳函数随时间演化及随光场振幅变化的特点。模拟结果显示, 在随时间演化时, 维格纳函数的负值性在单光子过程中不具周期性, 在双光子过程中具有周期性; 在随光场振幅变化时, 维格纳函数的负值性随光场振幅的增强而逐渐减弱, 光场的非经典特性逐渐趋近于经典特性。

关键词: 量子光学 增光子相干态光场 维格纳函数 约化密度算符

中图分类号: O443 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-7378(2008)03-0186-03

Abstract: By using the dynamical wave function, the evolution of the system of the photo-added coherent light and a two-level atom in the interaction picture are described. The time-dependent Wigner function can be obtained from these technologies by reducing-density operator and the expansion in Fock states. The properties of wigner function changed by the time and the amplitude of the light field are analyzed by the numerical simulation. And the results show that the negative of the Wigner function varying with the time takes on certain periodicities in the two-photon process, but not in the one-photon process. Meanwhile, the negative value of the Wigner function is gradually decreased when the amplitudes of light field increase, which means the non-classical characteristic tends to be the classical one.

Key words: quantum optics, photo-added coherent states, Wigner function, reduced-density operator

在量子力学中, 密度矩阵包含着关于特定系统量子态的全部信息, 对密度矩阵的测量可以获得系统量子态的全部特征。由于描述相空间准概率分布的维格纳函数^[1]与系统的密度矩阵存在着——对应的关系, 对量子系统的密度矩阵的测量可以转化为对维格纳函数的测量, 因此测量与重构系统的维格纳函数就成为研究系统量子态演化的一种重要的手段与技术。随着光学测量技术的发展, 人们围绕测量和重构量子态的维格纳函数提出了许多有效的实验

方法, 如光学零拍层析法^[2]、光子记数法^[3]、量子态内窥法^[4]等。相应地, 通过测量与重构量子态的维格纳函数来研究量子态的性质也受到广泛的关注^[5~7], 对各种量子态的维格纳函数重构与测量的研究也得到了比较广泛和深入的研究。在相空间中, 维格纳函数的负值性对应于系统量子态的非经典特性, 维格纳函数的负值随时间的变化描述了量子态非经典特性的演化。本文通过构造与二能级原子作用的光场处于增光子相干态的含时维格纳函数, 分析该维格纳函数随时间及光场振幅演化的关系, 揭示量子态的非经典特性随时间和光场振幅变化的特点。

收稿日期: 2007-11-14

修回日期: 2008-02-26

作者简介: 庞华锋(1980-), 男, 硕士研究生, 主要从事量子光学研究。

* 通信作者。

1 增光子相干态的含时维格纳函数

在增光子相干态光场与二能级原子相互作用多光子 Janes-Cumming 模型^[3]中,相互作用表象下描述该系统动力学演化的波函数为

$$|\Psi(T)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c(n,m) [\cos(\xi_{n,m}T) |n+m\rangle + \sin(\xi_{n,m}T) |n+2m\rangle |-\rangle], \quad (1)$$

其中, $\xi_{n,m} = \sqrt{(n+2m)!/(n+m)!}$, 有效时间 $T = gt$, 系数 $c(n,m)$ 为增光子相干态在福克基矢中展开的系数, 即

$$|\alpha, m\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c(n,m) |n+m\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\exp(-|\alpha|^2/2) \alpha^n \sqrt{(n+m)!}}{[m! L_m(-|\alpha|^2)^{1/2} n!]} |n+m\rangle. \quad (2)$$

利用(1)式求得处于增光子相干态光场的约化密度算符为

$$\rho_f = Tr_a(|\Psi(T)\rangle\langle\Psi(T)|) = \sum_n |c(n,m)|^2 [\cos^2(\xi_{n,m}T) |n+m\rangle\langle n+m| + \sin^2(\xi_{n,m}T) |n+2m\rangle\langle n+2m|]. \quad (3)$$

根据含时维格纳函数^[8]

$$W(x,p,T) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \exp(-i p \xi) \langle x + \frac{\xi}{2} | \rho_f(T) | x - \frac{\xi}{2} \rangle, \quad (4)$$

福克态的波函数^[8]

$$\langle x | n \rangle = (\pi^{-1/2} 2^n n!)^{-1/2} \exp(-x^2/2) H_n(x), \quad (5)$$

以及恒等式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\zeta^2) H_m(\zeta + z_1) H_n(\zeta + z_2) d\zeta = 2^n m! \sqrt{\pi} z_2^{-m} L_m^{-m}(-2z_1 z_2), m \leq n, \quad (6)$$

可以得到处于增光子相干态的光场在福克基矢中的含时维格纳函数为

$$W(x,p,T) = \frac{1}{\pi} \sum_n |c(n,m)|^2 (-1)^{n+m} \cdot \exp(-r^2) \cdot [L_{n+m}(2r^2)] \cos^2(\xi_{n,m}T) + (-1)^m L_{n+2m}(2r^2) \sin^2(\xi_{n,m}T). \quad (7)$$

其中, $r^2 = x^2 + p^2, c(n,m) = \alpha^n \sqrt{(n+m)!} \exp(-|\alpha|^2/2) / (n! [m! L_m(-|\alpha|^2)]^{1/2}), L_k(x)$ 为连带拉盖尔多项式.

(7)式描述了相互作用过程中增光子相干态的维格纳函数随时间演化的特性.

2 维格纳函数随时间及光场振幅演化的数值模拟

为了讨论方便,在此仅考虑动量 $p = 0$ 时,在坐

标 x 空间中, $m = 1$ 的单光子激发过程与 $m = 2$ 的双光子激发过程的维格纳函数随时间的演化和随光场振幅的变化的数值模拟.

2.1 维格纳函数随时间的演化特性

在(7)式中,选取振幅变量 $|\alpha| = 2$, 当增光子数 m 分别为 1, 2 时,对维格纳函数随时间变量的演化的数值模拟结果见图 1 和图 2.

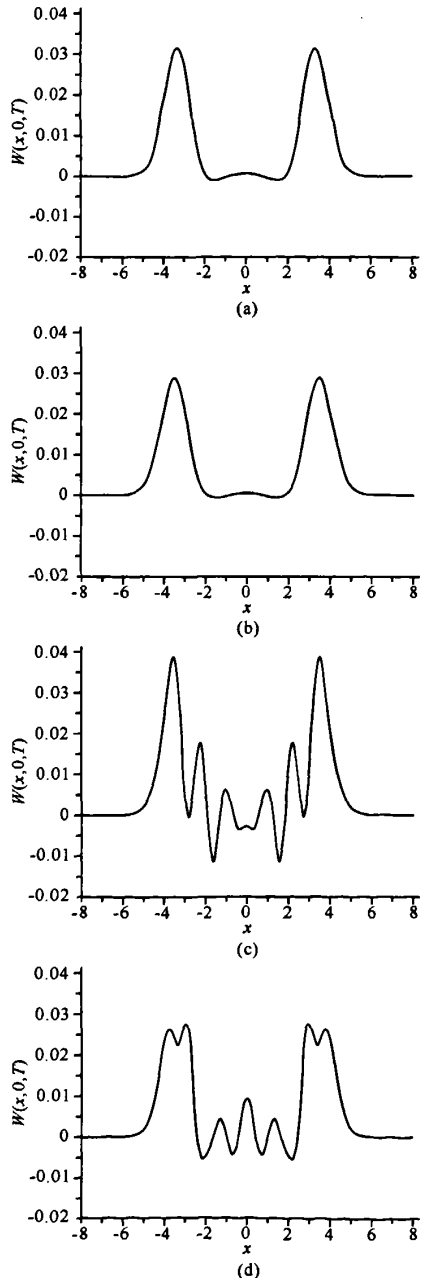


图 1 单光子过程 ($m = 1$) 维格纳函数随时间的演化特性 (a) $T = 0$; (b) $T = \pi/10$; (c) $T = \pi$; (d) $T = 15.1319$

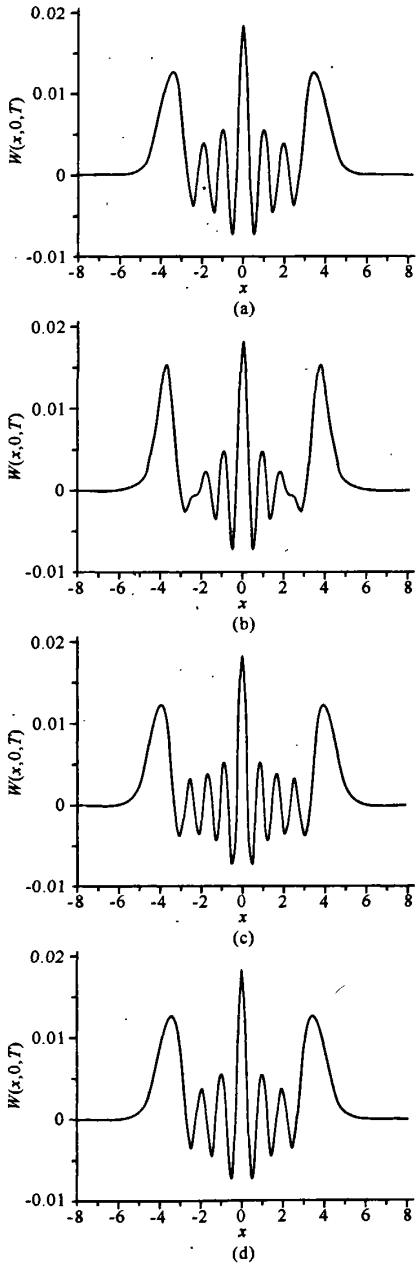


图2 双光子过程($m = 2$) 维格纳函数随时间的演化特性
(a) $T = 0$; (b) $T = \pi/10$; (c) $T = \pi$; (d) $T = 2\pi$

图1结果显示,在单光子过程中,当时间增加到恢复时间 $T = 15.1319$ 时,维格纳函数曲线只是部分重合,不具有严格的周期性;演化过程中多出现了2个负值峰,且 $x = 0$ 处的峰值正负性随时间不断变化,即在相空间中坐标原点处维格纳函数的准概率分布振荡.在图2中, $T = 0$ 的维格纳函数曲线和恢复时间 $T = 2\pi$ 时的曲线完全重合,说明光场在恢复

时间 $T = 2\pi$ 时完全恢复了 $T = 0$ 时刻的状态;在 $x = 0$ 处的正峰值随时间无变化,即坐标原点处维格纳函数的概率分布为恒定的正值,在完全恢复时间内,负值峰的个数由6个变成8个,最后又恢复为6个.因此,单光子和双光子激发过程都表现出较强的非经典特性,但单光子演化过程不具周期性而双光子演化过程具有周期性.

2.2 维格纳函数随光场振幅的变化特性

在(7)式中,选取特定的有效时刻 $T = \pi/10$ (处于量子塌缩时段),当增光子数 m 分别为1,2时,对维格纳函数随光场振幅 $|a|$ 的变化进行数值模拟的结果见图3.

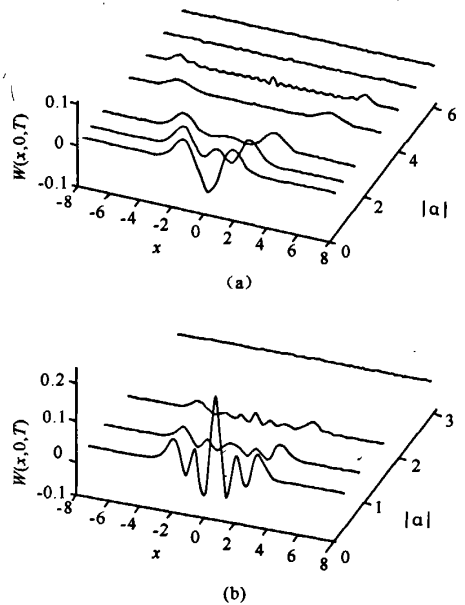


图3 维格纳函数随振幅的变化
(a) $m = 1$; (b) $m = 2$

由图3(a)可知,在单光子过程中,随着光场振幅的增强相空间维格纳函数的负值性逐渐减弱,并且负值峰由单峰变为双峰直至多峰结构,当两边边缘负峰背离中心峰向外扩展时,峰值迅速减小,当光场振幅 $|a| = 6$ 时,维格纳函数曲线变成近似为零的一条直线,即光场非经典特性迅速减弱至近似消失.在图3(b)中,在双光子过程中,维格纳函数的负值性对光场振幅更加敏感,当 $|a| = 3$ 时维格纳函数就几乎等于零.在单光子过程和双光子过程中维格纳函数随光场振幅变化所呈现的上述特点在于,当光场强度增加时,所激发的单个光子或双光子对总光子数统计特性的影响逐渐减弱,使得非经典效应逐渐被经典效应所淹没.

(下转第196页)

2.3 天然更新情况

查数样带植株圆盘年轮得知,4年生植株4株、3年生植株1株、2年生植株3株、1年生以下植株253株。说明造林前铲除植被并松土的地段,直播造林的银合欢1年生植株就能开花结实,这与刘化琴等^[2]研究结果相似。播种造林次年开始每年都有天然林下长成的幼苗,其数量呈逐年增加趋势。按样带调查结果推算,造林后次年开始计算的3年内天然林下更新植株数量共128565株/公顷(不包括高度20cm以下植株),其中第1年占0.4%,第2年占1.2%,第3年占98.4%。4年生银合欢林分中高、矮、大、小植株相互交错,已形成复层异龄林。

3 结束语

近自然生长条件下,播种前铲除造林地上的植被并松土,银合欢能在立地条件很差的石山地迅速生长成林,4年生林分郁闭度0.7;高度3.0m以上植株数量达到2895株/公顷,林分上层木平均高6.0m、平均胸径4.1cm;优势单株高度8.9m、胸径7.9cm。银合欢4年生林分具有良好的天然林下更新能力,能自然形成复层异龄林。林下高度20cm以上各龄幼树(苗)数量共有128565株/公顷。

在石山地采取直播造林的方法营造银合欢林,关键措施是播种前铲除造林地上的植被并松土,但是为了防止水土流失,可以偿试以带状或大块状代

替全面整地。银合欢直播造林植株第1、2年生长比较缓慢,第3年开始加速生长,第4年生长最快,第5年以后生长速度是否更快以及其快速生长时间持续多长时间有待进一步研究。石山地直播造林1年生银合欢植株开花结实株率、单株花果率,以及初花(果)期种实饱满程度与可育性等情况在本次试验中没有进行详细的调查统计,这也有待进一步深入研究。

参考文献:

- [1] 杨树良,董淑玉.优良速生树种——银合欢[J].云南林业,1989(4):24-25.
- [2] 刘化琴,张长海,蔡静,等.银合欢生态适应性研究[J].林业科学研究,1994,7(3):301-305.
- [3] 周蛟,李福秀,李根荣,等.银合欢薪炭林造林技术及经营措施的研究[J].西南林学院学报,1996,16(1):1-12.
- [4] 赖志强,钟坚.银合欢及其开发利用[J].广西林业科技,1991,20(2):82-86.
- [5] 胡衡生,吴欢,黄励.广西石漠化的成因及可持续发展对策[J].广西师范学院学报:自然科学版,2001,18(4):1-4.
- [6] 梁一萍,黄礼勤,覃永华,等.厚荚相思石山地区造林试验初报[J].广西科学院学报,2007,23(3):168-171.

(责任编辑:韦廷宗)

(上接第188页)

3 结束语

本文通过利用约化密度算符和福克基矢展开技术导出光场增光子相干态的含时维格纳函数,并对维格纳函数随时间演化的特性以及随光场振幅变化的特性进行了分析。数值模拟结果显示,维格纳函数随时间的演化在单光子过程中其负值性随时间的变化不具有周期性,在双光子过程中则呈现出周期性的变化;而维格纳函数在随光场振幅增强时,在单光子和双光子过程中其负值性均逐渐减弱,光场的非经典效应逐渐被经典效应淹没。

参考文献:

- [1] Wigner E P. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium[J]. Phys Rev, 1932, 40: 749-759
- [2] Vogel K, Risken H. Determination of quasiprobability distribution in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase[J]. Phys Rev A, 1989, 40:

2847-2849.

- [3] Banaszek K, Radzewicz C, Wodkiewicz K, et al. Direct measurement of the Wigner function by photon counting[J]. Phys Rev A, 1999, 60: 674-677.
- [4] Bardoff P J, Mayr E, Schleich W P. Quantum state endoscopy: Measurement of the quantum state in a cavity[J]. Phys Rev A, 1995, 51: 4963-4966.
- [5] Kurtsiefer C H, Pfau T, Mlynek J. Measurement of the Wigner function of an ensemble of helium atoms[J]. Nature, 1997, 386: 150-153.
- [6] 张智明. 利用脉冲塞重构腔场的维格纳函数[J]. 物理学报, 2004, 53(1): 70-74.
- [7] 杨庆怡, 孙敬文, 韦联福, 等. 增、减光子奇偶相干态的维格纳函数[J]. 物理学报, 2005, 54(6): 70-74.
- [8] F A A El-Orany, A-S Obada. On the evolution of superposition of squeezed displaced number states with the multiphoton jaynes cummings model[J]. J Opt B: Quantum Semiclass Opt, 2003(5): 60-72.

(责任编辑:韦廷宗)