基于区间数的模糊综合评价决策模型*

A Fuzzy Comprehensive Evaluation Decision Model Based on Interval Numbers

胡秦斌[1,2],钟　诚[1],李广原[2]
HU Qin-bin[1,2],ZHONG Cheng[1],LI Guang-yuan[2]

(1.广西大学计算机与电子信息学院,广西南宁　530004;2.广西师范学院信息技术系,广西南宁　530001)
(1. School of Computer, Electronics and Information, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Department of Information Technology, Guangxi Teacher's College, Nanning, Guangxi, 530001, China)

摘要:用区间数表示各因素权重及评判矩阵,定义新的区间数排序方法,给出了一个区间数的综合评价模型,并用实例模拟验证.该模型有效克服由于模糊性而带来的数值不确定性,能够较好地反映决策者的心理状态,有助于信息检索技术方面的研究.

关键词:模糊综合评价　区间数　决策模型　权重
中图法分类号:TP18　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1002-7378(2007)04-0260-03

Abstract: This paper presents a fuzzy comprehensive evaluation decision model based on interval-numbers. The weights of factors and elements of the evaluation matrix are represented by interval numbers and a new interval numbers sequence method is given. The application example shows that the model is efficient. It can overcome the uncertainty of the numerical value owing to the fuzziness, reflect decision-maker's psychology, which will help us with the study on information retrieval technology.

Key words: fuzzy comprehensive evaluation, interval-number, decision model, weight

模糊综合评价是在考虑多种因素的影响下,运用模糊数学对某种事物作出综合评价.设影响评价的因素集为$U=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\}$,评语集为$V=\{v_1,v_2,\cdots,v_n\}$,对评价的对象,其评价的一般过程[1]为:用专家评定或其他方法生成评判矩阵$R=(r_{ij})_{m\times n}$,r_{ij}为第i个因素在第j个评语上所具有的相关程度,然后由评价对象与因素u_i的关系强度$a_i(0<a_i<1)$得到U上的模糊集$A=(a_1,a_2,\cdots,a_m)$,再转换为对象在U上的模糊集$B=A\circ R=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$,$i=1,2,\cdots,m$,$j=1,2,\cdots,n$,$\circ$为模糊关系的合成算子.把$B$作为对对象的评价结果,其中$A=(a_1,a_2,\cdots,a_m)$叫做因素的权重向量,通常要求$\sum_{i=1}^{m}a_i=1$.

在模糊综合评价决策中,由于受主客观因素的影响,专家在经验、知识结构、认识水平等方面存在差异,对影响决策的各因素的重要性存在不同的看法.如何权衡各专家的意见,选择一个能够反映出各因素重要性的权重,是决策的一个重要问题.如果问题解决得不好,可能会导致决策出现较大偏差.文献[2,3]中作者给出区间数模糊综合评价模型,但因素权重的确定方法并没有给出.本文给出一个区间数模糊综合评价模型,用区间数表示各因素权重及评判矩阵,对区间数进行排序以选择最优的决策模型.用区间数表示因素权重及评判矩阵,适合描述因模糊性而带来的不确定性,能够较好地反映决策者的心理状态.

收稿日期:2007-09-25
作者简介:胡秦斌(1974-),男,讲师,主要从事数据挖掘、数据库研究。
*广西教育厅项目(200508170)资助。

1 相关定义及运算法则

定义 1[2] 设 R 为实数域，称闭区间 $[a,b]$ 为闭区间数，其中 $a,b\in R,a\leqslant b$，R 上的全体闭区间数记为 $\bar{R}$. 若 $0<a\leqslant b$，则称 $[a,b]$ 为正闭区间数.

定义 2[4] 设 $a,b,c,d\in R$，则 $[a,b]$，$[c,d]$ 作为 R 的子集，由扩展原理，$\forall z\in R$，有 $([a,b]\cdot[c,d])(z)=\bigvee\limits_{x*y=z}([a,b](x)\wedge[c,d](y))$，其中 $*$ 表示 $+,-,\times,\div$ 四则运算.

定理 1[2,4] 设 $[a,b]$ 和 $[c,d]$ 为正闭区间数，$k>0$，于是有 $[a,b]+[c,d]=[a+c,b+d]$；$[a,b]-[c,d]=[a-d,b-c]$；$[a,b]\times[c,d]=[ac,bd]$；$[a,b]\div[c,d]=[a,b]\times[\frac{1}{d},\frac{1}{c}]=[\frac{a}{d},\frac{b}{c}]$；$k\cdot[a,b]=[ka,kb]$；$\frac{1}{[a,b]}=[\frac{1}{b},\frac{1}{a}]$.

定义 3 两个正闭区间数 $[a,b]$ 和 $[c,d]$ 相交是指 $[a,b]\cap[c,d]=[\alpha,\beta]$，若 $d\geqslant b>c\geqslant a$，则 $[\alpha,\beta]=[c,b]$；若 $b=c$，则 $[\alpha,\beta]=[b,b]=[c,c]$；若 $c\leqslant a$ 且 $b\leqslant d$，则 $[\alpha,\beta]=[a,d]$；若 $c>b$，则 $[a,b]\cap[c,d]=\varnothing$.

显然，正闭区间数相交满足结合律，即 $[a,b]\cap[c,d]\cap[e,f]=([a,b]\cap[c,d])\cap[e,f]=[a,b]\cap([c,d]\cap[e,f])$.

定义 4 两个区间数 $[a,b]$ 和 $[c,d]$，当 $a\geqslant c$ 且 $d\geqslant b$，称 $[c,d]$ 包含 $[a,b]$，记 $[a,b]\subseteq[c,d]$.

2 因素权重的确定

设参与评价的专家共有 m 人，因素集共有 n 个，用 $([a_{j1},b_{j1}],[a_{j2},b_{j2}],\cdots,[a_{jn},b_{jn}])$ 表示第 j 个专家给出的因素权重向量，其中 $[a_{ji},b_{ji}]$ 为第 i 个因素的权重，$[a_{ji},b_{ji}]$ 为正闭区间数，$i=1,2,\cdots,n,j=1,2,\cdots,m$. 记 $[A_i,B_i]$ 为第 i 个因素的最终权重，则第 i 个因素的最终权重为：如果 $[a_{1i},b_{1i}]\cap[a_{2i},b_{2i}]\cap\cdots\cap[a_{mi},b_{mi}]=[\alpha_i,\beta_i]$，则 $[A_i,B_i]=[\alpha_i,\beta_i]$；如果 $[a_{1i},b_{1i}]\cap[a_{2i},b_{2i}]\cap\cdots\cap[a_{mi},b_{mi}]=\varnothing$，则分两种情况.

(i) 如果区间数集 $\{[a_{1i},b_{1i}],[a_{2i},b_{2i}],\cdots,[a_{mi},b_{mi}]\}$ 中没有任何两个区间数彼此相交，则

$$[A_i,B_i]=[\frac{\sum_{j=1}^{m}a_{ji}}{m},\frac{\sum_{j=1}^{m}b_{ji}}{m}];\tag{1}$$

(ii) 如果在区间数集 $\{[a_{1i},b_{1i}],[a_{2i},b_{2i}],\cdots,[a_{mi},b_{mi}]\}$ 中，存在着区间数相交，则求出它们所有的交，并以此代替原区间数，直到新形成的区间数集中不再有相交的区间数. 再对区间数进行重新排列，然后利用(1)式进行求解，这时 m 的值不是专家的人数，而是新形成的区间数集中的区间数的个数. 比如对于某一因素，共有 3 个专家参评，给出的权重分别为 $[0.2,0.3]$，$[0.24,0.32]$，$[0.33,0.37]$，则由于 $[0.2,0.3]\cap[0.24,0.32]=[0.24,0.3]$；$[0.33,0.37]\cap[0.24,0.3]=\varnothing$，所以该因素的最终权重为 $[(0.24+0.33)/2,(0.37+0.3)/2]=[0.285,0.335]$.

对情况(ii)进行求解时，若有个别区间数与大多数区间数相差较大，则采用公式(1)进行求解时，可能会使结果不能较好反映整体意见. 为此，可设立一阈值，保留阈值区间数范围内的区间数，剔除阈值区间数外的区间数，然后利用公式(1)进行求解. 例如，某一因素权重为 $[0.1,0.13]$，$[0.25.0.31]$，$[0.22,0.28]$，$[0.24,0.32]$ 和 $[0.35,0.38]$，设阈值区间数为 $[0.18,0.33]$，则由于 $[0.1,0.13]$ 和 $[0.35,0.38]$ 不在阈值区间范围而被剔除，于是，该因素的最终权重为 $[(0.25+0.22+0.24)/3,(0.31+0.28+0.32)/3]=[0.236,0.303]$. 上述计算过程用算法形式化描述如下：

```
for(i=1;i<=n;i++)
  if([a1i,b1i]∩[a2i,b2i]∩…∩[ami,bmi]=[αi,βi])
    [Ai,Bi]=[αi,βi]
  else
    if([a1i,b1i]∩[a2i,b2i]∩…∩[ami,bmi]=∅)
      if {[a1i,b1i],[a2i,b2i],…,[ami,bmi]}没有任何两个区间数相交
        [Ai,Bi]=[Σ(j=1..m)aji/m, Σ(j=1..m)bji/m]
      else
        对于每个区间数，求出它和其它区间数的交，并与得到的交集作替代，然后利用(1)式进行求解.
```

评判矩阵中元素的给出及计算方法与因素权重的计算方法相同.

3 区间数排序方法

把 $B=A\circ R=(b_1,b_2,\cdots,b_m)$ 作为对对象的评价结果. 由于因素的权重向量 A 和评判矩阵 R 中元素均以区间数表示，所以评价结果的元素是区间数

的向量.对系统进行决策,将面临几种方案需要选择,必然要对区间数进行对比,为此,给出一种区间数的排序方法.设两个正闭区间数$[a,b]$和$[c,d]$,如果满足$c\geqslant b$或者满足$c>a$且$d\geqslant b$,那么$[c,d]$大于$[a,b]$,记$[c,d]>[a,b]$.若$a=c$且$b=d$或者$\frac{a+b}{2}=\frac{c+d}{2}$,则称$[a,b]$和$[c,d]$相等,记$[a,b]=[c,d]$.当$[a,b]\subseteq[c,d]$时,如果$\frac{a+b}{2}<\frac{c+d}{2}$或者$\frac{c+d}{2}>a$,则$[c,d]>[a,b]$,如果$a>\frac{c+d}{2}$,则$[a,b]>[c,d]$.

区间数排序的更多方法可参考文献[5,6].

4　实例分析

有5位专家对教师的授课质量进行评价.设因素集$F=\{$教材熟练(f_1),逻辑性强(f_2),启发性强(f_3),生动有趣(f_4),板书整洁$(f_5)\}$,评语集$C=\{$很好(c_1),较好(c_2),一般(c_3),不好$(c_4)\}$.模糊评判矩阵为:

$$R=\begin{bmatrix}[0.42,0.48] & [0.18,0.27] & [0.14,0.23] & [0.09,0.13]\\ [0.46,0.52] & [0.36,0.43] & [0.06,0.11] & [0.01,0.04]\\ [0.25,0.34] & [0.36,0.44] & [0.14,0.21] & [0.09,0.13]\\ [0.38,0.44] & [0.38,0.45] & [0.07,0.12] & [0.09,0.13]\\ [0.28,0.35] & [0.47,0.52] & [0.06,0.13] & [0.07,0.12]\end{bmatrix}.$$

各专家给出的各因素的权重分别为

f_1: $[0.3,0.34]$,$[0.35,0.41]$,$[0.27,0.32]$,$[0.31,0.34]$,$[0.21,0.26]$;

f_2: $[0.12,0.17]$, $[0.18,0.25]$, $[0.10,0.16]$,$[0.16,0.27]$,$[0.15,0.22]$;

f_3: $[0.24,0.28]$, $[0.19,0.26]$, $[0.24,0.31]$,$[0.20,0.24]$,$[0.21,0.24]$;

f_4: $[0.18,0.21]$, $[0.10,0.13]$, $[0.08,0.12]$,$[0.10,0.15]$,$[0.12,0.15]$;

f_5: $[0.14,0.20]$, $[0.13,0.17]$, $[0.15,0.21]$,$[0.13,0.17]$,$[0.16,0.19]$.

对于f_1,由于$[0.3,0.34]\cap[0.27,0.32]\cap[0.31,0.34]=[0.31,0.32]$,而$[0.35,0.41]\cap[0.31,0.32]\cap[0.21,0.26]=\varnothing$,所以$f_1$的最终权重为$[(0.35+0.31+0.21)/3,(0.41+0.32+0.26)/3]=[0.29,0.33]$.同理,按照本文第2节给出的权重计算方法,分别求得第$f_2\sim f_5$的最终权重为$[0.16,0.19]$, $[0.24,0.24]$, $[0.14,0.16]$和$[0.16,0.17]$.

计算$B=A\circ R=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$,其中模糊关系合成算子与文献[4]中的加权平均型中的合成算子相同,即

$$b_j=\sum_{i=1}^{m}(a_i*r_{ij}),j=1,2,\cdots,n.$$

最后得到该教师的评定结果为$B=([0.36,0.47],[0.33,0.43],[0.10,0.18],[0.07,0.12])$.

由评定结果,可以看出该教师的授课质量很好,这与采用其他类型的模糊关系合成算子(如乘积-取大型[4])进行计算,获得相同结果.

5　结束语

给出一个基于区间数的模糊综合评价决策模型,用区间数表示因素的权重及评价矩阵,有效克服由于模糊性而带来的数值上的不确定性,该方法也可以用于信息检索技术方面的研究.

参考文献:

[1] 田钦谟.模糊综合评价中的若干问题[J].模糊系统与数学,1996,10(2):62-69.

[2] 曾文艺,罗承忠,肉孜阿吉.区间数的综合决策模型[J].系统工程理论与实践,1997(11):48-50.

[3] 张兴芳,管恩瑞,孟广武.区间值模糊综合评判及其应用[J].系统工程理论与实践,2001(12):81-84,116.

[4] 刘普寅,吴孟达.模糊理论及其应用[M].长沙:国防科技大学出版社,1998:124-125.

[5] 吴江,黄登仕.区间数排序方法研究综述[J].系统工程,2004(8):1-4.

[6] 李志林.区间数的一种改进的排序方法[J].数学的实践与认识,2004(6):124-127.

(责任编辑:尹　闯)

(上接第259页)

[2] 田艳芳,王韶红,杨岳湘.EIP技术研究与实例分析[J].计算机应用研究,2001(6):44-45.

[3] 李卫红,白杨.EIP的功能与实现技术研究[J].情报科学,2004(2):108-111.

[4] 郑建明,万里鹏.中国高校现代远程教育资源体系建设构想[J].情报科学,2003(2):2-6.

(责任编辑:韦廷宗)