广西科学院学报 2007,23(4):232~234
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 23,No. 4 November 2007

同直径圆形片条带剪切排样的递归算法*

Recursive Algorithm for Generating Cutting Patterns of Equal Circles

赵新芳,杨 莹,崔耀东,余 鹏
ZHAO Xin-fang,YANG Ying,CUI Yao-dong,YU Peng

(广西师范大学计算机科学系,广西桂林 541004)
(Department of Computer Science, Guangxi Normal University,Guilin,Guangxi,541004,China)

摘要:采用简单的多级排样方式和递归方法,提出一种新的解决同直径圆形片条带剪切排样问题的递归算法,并用该算法对 251 块相同的板材,取不同的毛坯直径进行计算机模拟实验。计算可得使用多级排样方式时平均计算时间为 0.067s,平均下料利用率为 72.84%,比用单一 X 向级排样方式提高 1.23%,比用单一 Y 向级排样方式提高 2.01%。该算法在计算时间和提高下料利用率方面都比较有效,可以用于指导生产实践。

关键词:两维切割 切割下料 圆形毛坯 递归算法

中图法分类号:TP391.72 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2007)04-0232-03

Abstract: This paper presents a recursive algorithm by means of the multi-section patterns that are simpler to cut,and it generates a strip cutting patterns of equal circular blanks. Using this algorithm we take a calculation diameter simulated experiment 251 plates which are different in diameter. The computational results indicate that the multi-section patterns have a material usage of 72.84% and the average computation time is 0.067s. Compared with X-direction layout,it increases by 1.23%,and for Y-direction layout by 2.01%. This algorithm is efficient both in material usage and in computation time,and can be used to guide practice.

Key words: two-dimensional cutting,cutting stock,circular blanks,recursive algorithm

计算机辅助排样是计算机辅助设计与制造(CAD/CAM)技术的重要分支之一,它广泛地应用于线材、卷材和板材的分割排样,通过提供高质量的排样方案,达到节约原材料,降低产品成本的目的[1]。

近年来很多学者在矩形件优化排样方面做了大量研究[1],也有部分学者研究圆形片排样问题[2],但是研究圆形片条带剪切排样问题却很少,仅见文献[3]中采用线性规划和动态规划解决圆形片条带套裁排样问题。迄今为止还没有发现关于研究圆形片条带单一排样的报道。

本文研究同直径圆形片条带剪切排样问题,提出应用多级方式,通过递归算法生成最优多级方式。

1 原理

1.1 多级方式

通常采用剪切和冲裁工艺下料。首先用平剪床沿平行于板材长度(X 向)或宽度(Y 向)方向将板材切割成条带,然后用冲床从条带上冲出圆片。

如图 1 所示,采用多级方式进行剪冲工艺下料,其中数字表示级的编号。规定剪切下料时,先沿级的分界线将板材分割成级,并按级被切下的先后顺序对级进行编号。一个级包括一根或多根长度相同的条带。一根条带中可以包括一排或多排毛坯,毛坯最大排数取决于冲裁时所允许的条带最大宽度。条带方向规定为条带长度方向,级的方向和其中所含条带方向一致,从而有 X 向条带和 Y 向条带、X 向级和 Y 向级之分。多级方式中的级数、每级中所含条带数、每根条带中所含毛坯排数,需要通过优化确定。

收稿日期:2007-09-28
作者简介:赵新芳(1982-),女,硕士研究生,主要从事计算机辅助设计与算法优化研究。
*国家自然科学基金项目(60763011)和广西科学基金项目(桂科自0728100)资助。

图 1(a) 所示为一个二级方式,第一级为 X 向级,含有一根 X 向条带,第二级为 Y 向级,含有 6 根 Y 向条带;图 1(b) 所示为一个三级方式,第一级为 Y 向级。

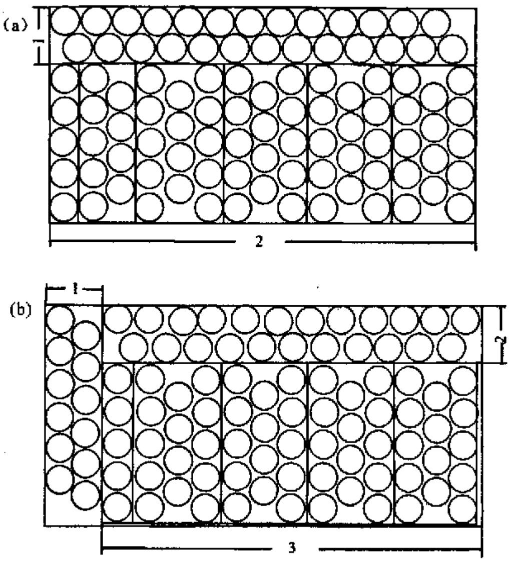

图 1　两个多级方式

(a)二级方式;(b)三级方式。

1.2　条带宽度

取板材尺寸为 $L \times W$,圆形毛坯直径为 D,相邻两个圆形毛坯之间的最小间距为 w,条带中允许的最大毛坯排数为 m。对于图 2 所示条带,毛坯到边界的最小距离为 $w/2$,相邻两个毛坯间的最小距离为 w,相邻三个圆心连线形成的三角形为等边三角形,边长为 $D + w$。设 $d = D + w$。

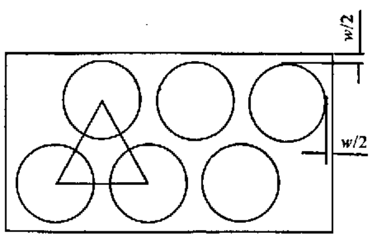

图 2　双排条带

条带中最多允许 m 排圆形毛坯,则共有 m 种宽度的条带,易知第 i 种条带的宽度 w_i 为

$$w_i = d + d(i-1)\sin(\pi/3) = d[1 + \sqrt{3}(i-1)/2]。$$

1.3　条带中所含毛坯个数

用 $u(i,x)$ 表示 X 向条带 $x \times w_i$ 中所含毛坯数,$v(i,y)$ 表示 Y 向条带 $y \times w_i$ 中所含毛坯数。显然当 $x = y$ 时,$u(i,x) = v(i,y)$。根据图 2 所示几何关系,可以得出:

一个奇数排中的毛坯数:$n_1 = [x/d]$;

一个偶数排中的毛坯数:$n_2 = [(x - d/2)/d]$;

条带中毛坯数(i 为奇数):$u(i,x) = (i-1)(n_1 + n_2)/2 + n_1$;

条带中毛坯数(i 为偶数):$u(i,x) = i(n_1 + n_2)/2$。

1.4　递归表达式

递归算法采用分治法的设计思想,将一个难以直接解决的大问题,分割成一些规模较小的相同问题,以便各个击破,分而治之[4]。

为叙述问题方便,用"排样方式 $x \times y$"代表在矩形 $x \times y$ 上实现的排样方式。在排样方式中按条带被切下的顺序对条带进行编号。如果第一根是 X 向条带,相应的排样方式称为 X 向排样方式见图 1(a);如果第一根是 Y 向条带,相应的排样方式称为 Y 向排样方式见图 1(b)。定义如下记号:

$f(x,y)$ 为排样方式 $x \times y$ 所含最大毛坯数。

$q(x,y)$ 记录排样方式 $x \times y$ 中第一根条带所含毛坯数及其方向,取非零整数值。其绝对值表示条带中所含毛坯排数,$q(x,y)$ 大于零时表示第一根为 X 向条带,小于零时表示第一根为 Y 向条带。

由以下两种途径获得最优排样方式 $x \times y$。

(1) 如图 3(a) 所示,在排样方式 $x \times (y - w_i)$ 的上边,拼接上一根长度为 x,宽度为 w_i 的 X 向条带,拼接后的排样方式 $x \times y$ 中含毛坯数 $u(i,x) + f(x, y - w_i)$。

(2) 如图 3(b) 所示,在排样方式 $(x - w_i) \times y$ 的左边,拼接上一根长度为 y,宽度为 w_i 的 Y 向条带,拼接后的排样方式 $x \times y$ 中含毛坯数 $v(i,y) + f(x - w_i, y)$。

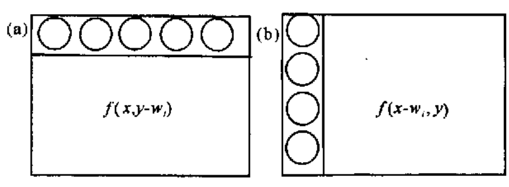

图 3　获得最优排样方式 $x \times y$ 的两种途径

(a) 拼接上一根 X 向条带;(b) 拼接上一根 Y 向条带。

这样就把问题的规模缩小了,符合递归的"分而治之"的思想。递归表达式如下:

$$f(x,y) = \max_i\{u(i,x) + f(x, y - w_i) \mid y \geqslant w_i,\ v(i,y) + f(x - w_i, y) \mid x \geqslant w_i\},$$

其中 $i = 1,\cdots,m$。递归终结的条件是 $\min(x,y) < d$,这时 $f(x,y) = 0$。

2 递归算法

初始置$f(x,y)=-1,0\leqslant x\leqslant L,0\leqslant y\leqslant W$。设$V_x$为$X$向排样方式所含毛坯数，$V_y$为$Y$向排样方式所含毛坯数。递归算法 OptRec$(x,y)$ 如下。

步骤1：若$f(x,y)\geqslant 0$，返回$f(x,y)$；若$\min(x,y)<d$，返回零。否则令$i=1,f(x,y)=0$。

步骤2：如果$i>m$，转步骤8；否则令$V_x=V_y=0$。

步骤3：如果$w_i>y$，转步骤4；否则令$V_x=u(i,x)+\mathrm{OptRec}(x,y-w_i)$。

步骤4：如果$w_i>x$，转步骤5；否则令$V_y=v(i,y)+\mathrm{OptRec}(x-w_i,y)$。

步骤5：如果$\max(V_x,V_y)\leqslant f(x,y)$，转步骤7。

步骤6：令$f(x,y)=\max(V_x,V_y)$。如果$V_x\geqslant V_y$，令$q(x,y)=i$；否则令$q(x,y)=-i$。

步骤7：令$i=i+1$，转步骤2。

步骤8：返回。

在步骤1中用$f(x,y)$的符号决定是否继续递归，从而避免对同一尺寸的矩形重复递归。整张板材中所含最大毛坯数为$f(L,W)=\mathrm{OpeRec}(L,W)$。根据$q(x,y),0\leqslant x\leqslant L,0\leqslant y\leqslant W$，可以反推出最优排样方式中的条带布局。

3 模拟实验

用 AMD Sempron 2400＋主频1.66GHz，内存256MB的计算机进行实验。所有板材尺寸均为2000×1000，条带中所允许的最大毛坯排数均为3，工艺余量均为4；每次取毛坯直径不同，从50到250依次增大1。计算结果为使用多级排样方式时平均下料利用率为72.84%，平均计算时间为0.067s。

生产实践中手工排样时常采用图4所示排样方式，整张板材中所有条带方向相同，相当于一级排样方式。所有板材使用一级排样方式时，若为X向级，平均下料利用率为71.61%。使用多级排样方式可以将下料利用率提高1.23%；若为Y向级，平均下料利用率为70.83%，使用多级排样方式可以将下料利用率提高2.01%。

下面是其中一板材的分析结果。

板材尺寸2000×1000，毛坯直径140，条带中所允许的最大毛坯排数为3，工艺余量为4。图1(b)所示为板材的多级排样图，含毛坯96个，下料利用率为73.89%。图4为X向一级排样方式，含毛坯91个，下料利用率为70.04%，比多级排样降低3.85%；Y向一级排样方式含毛坯90个，下料利用率为69.27%，比多级排样降低4.62%。

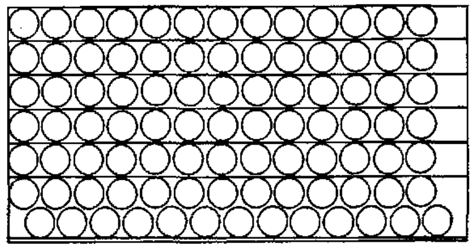

图4 例题的最优一级排样方式

4 结束语

大中直径圆片采用单一排样方式下料利用率通常较低，在生产中多采用套裁下料。小直径圆片采用单一排样就可以获得较高的下料利用率，并且下料工艺简单，可以按照每张生产订单单独组织下料，有利于缩短产品的生产周期。通过对生产组织方式和板材采购计划进行适当规划，可以使下料利用率接近或达到套裁下料的水平。

本文提出应用多级排样方式，采用递归算法生成最优多级方式。实验计算结果表明所述算法在计算时间和提高下料利用率两方面都较为有效，可以用于指导生产实践。

参考文献：

[1] 崔耀东.计算机排样技术及其应用[M].北京：机械工业出版社，2004.

[2] STOYAN Y G, YASKOV G N. Mathematical model and solution method of optimization problem of placement of rectangles and circles taking into account special constraints [J]. International Transactions on Operational Research, 1998(5): 45-57.

[3] CUI YAODONG. Generating optimal T-shape cutting patterns for circular blanks[J]. Computers & Operations Research, 2005(32): 143-152.

[4] RICHARD LORENTZ. Recursive algorithms[M]. New Jersey: Ablex Publishing Corporation, 1994.

（责任编辑：尹 闯）