

# MATLAB 在计算机图形学中曲面构造的应用

## Matlab Application to the Teaching of Curved Surface Construction in Computer Graphics

江玉珍,朱映辉

JIANG Yu-zhen, ZHU Ying-hui

(韩山师范学院数学与信息技术学院,广东潮州 521041)

(College of Mathematics and Information Technology, Hanshan Normal College, Chaozhou, Guangdong, 521041, China)

**摘要:**将 MATLAB 工具引入到计算机图形学曲面构造的教学中,进行辅助教学并设置实验,使学生从抽象的理解及繁琐的数学计算中解脱出来,激发学习兴趣,提高教学效率。

**关键词:**MATLAB 图形学 曲面 Bezier 曲面

中图分类号:TP302.4 文献标识码:A 文章编号:1002-7378(2006)04-0346-03

**Abstract:** MATLAB is introduced into the teaching of curved surface construction in the computer graphics to assist teaching and carrying out experiments. It releases students from the abstract expression and complicated calculation, and inspires their interests. It also improves teaching quality.

**Key words:** MATLAB, computer graphics, curved surface, Bezier surface

曲面的应用在工程上十分广泛,如汽车飞机等机械造型设计中,就需要大量的曲面以描述其外形。同样的,曲面的生成与表示也是计算机图形学的一个重要内容,它是描述物体外形、建立对象数学模型的有力工具。

工程上常将曲面分成两类,一类是规则曲面,其特点是有特定的形状规则及数学表达式,如常见的初等函数。另一类是不规则曲面,也称自由曲面,其特点是需要依据一组离散的数据点来构造光滑的曲面。经大量学者的不断研究,目前自由曲面的数学方法非常多,如 Bezier 曲面、B 样条曲面、Coons 曲面方法、NURBS 方法等<sup>[1]</sup>。

在计算机图形学的教学上,曲面是较具难度的一个知识点,主要原因是:方法种类多,三维模型理解抽象且计算量大。此外,传统的计算机程序语言(如 C 语言)实现三维可视化编程非常困难,曲面实验难以开展。

MATLAB 在计算机图形、图像处理方面有着明显优势:(1)具有强大的矩阵运算功能,能简化许多繁琐的计算;(2)具有丰富的三维图形处理函数库,能快速、准确地输出三维计算图形。

本文尝试采用 MATLAB 工具引入到计算机图形学曲面构造的教学中,进行辅助教学并设置实验,使学生从抽象的理解及繁琐的数学计算中解脱出来,激发学习兴趣,提高教学效率。

### 1 规则曲面表示

用 MATLAB 构造规则曲面时,依据图形及数学表达式的特点,可分为 3 种类型:非参数模型、参数模型和固定模型。

#### 1.1 非参数模型

曲面的非参数法将曲面表示成函数形式,如显式方程  $z = f(x, y)$ 。可用 MATLAB 中 *ezsurf* 函数的 *ezsurf(f, domain)* 形式直接生成图形,其中  $f$  指包含两个变量(如  $x, y$ )的数学函数, *domain* 定义这两个变量的取值范围。

如椭圆抛物面方程为:  $z = x^2 + y^2$ , 其程序表达如下:

$[x,y] = \text{meshgrid}(-8:1:8);$  %设置  $x,y$  的取值

$\text{ezsurf}('y.^2 + x.^2', x, y);$   
输出见图 1。

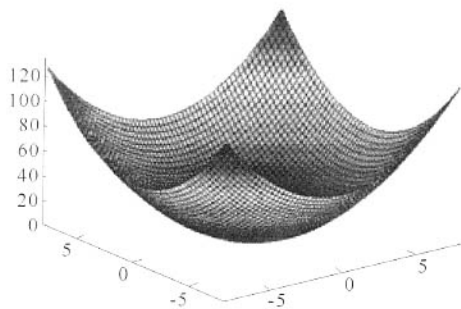


图 1 椭圆抛物面

## 1.2 参数模型

参数形式更适用于表示封闭曲面或多值曲面。参数模型可以较好地解决非参数表示形式经常存在一些问题:(1)可能出现斜率为无穷大的情形(如垂线);(2)对于非平面曲线、曲面,难以用常系数的非参数函数表示;(3)不便于计算机编程。参数形式表示曲面时,图形上的每个点通常由两个参数来确定,其形式<sup>[1]</sup>为:

$$\begin{cases} x = f(s, t) \\ y = g(s, t) \\ z = h(s, t) \end{cases}$$

在 MATLAB 中可采用  $\text{ezsurf}$  函数的  $\text{ezsurf}(x, y, z, [smin, smax, tmin, tmax])$  或  $\text{ezsurf}(x, y, z, [min, max])$  形式来表示参数曲面<sup>[2]</sup>。其中  $smin, smax$  分别表示  $s$  的最小值及最大值,  $tmin, tmax$  分别表示  $t$  的最小值及最大值。第 2 种形式表示  $s$  及  $t$  的取值范围相同。

例如

$$\text{锥面参数方程为: } \begin{cases} x = s \cdot \cos t \\ y = s \cdot \sin t \\ z = s \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq 2\pi, -10 \leq s \leq 10.$$

其程序表达如下:

$\text{ezsurf}('s * \cos(t)', 's * \sin(t)', 's', [0, 2 * \text{pi}], [-10, 10]);$

$\text{axis}([-5, 5, -5, 5, 0, 8]);$  %设置坐标范围  
输出见图 2。

## 1.3 固定模型

一些规则曲面可借助 MATLAB 提供的函数直接生成相应的坐标值,不需要用户自己建立方程,如圆柱函数  $\text{cylinder}()$ 、球面函数  $\text{sphere}()$  等<sup>[3]</sup>,这类

图形生成称为固定模型。图形输出则可通过调用  $\text{surf}(x, y, z)$  实现。

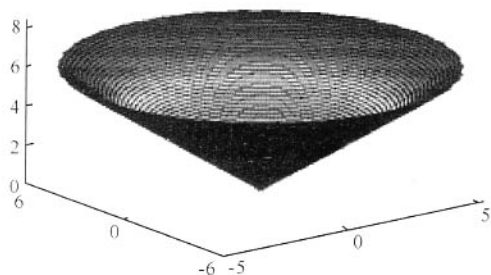


图 2 圆锥面

如侧轮廓为  $2 + \cos a$  的圆柱面,其程序为:

$a = 0 : \text{pi}/10 : 2 * \text{pi};$

$[x, y, z] = \text{cylinder}(2 + \cos a);$

$\text{surf}(x, y, z);$

输出见图 3。

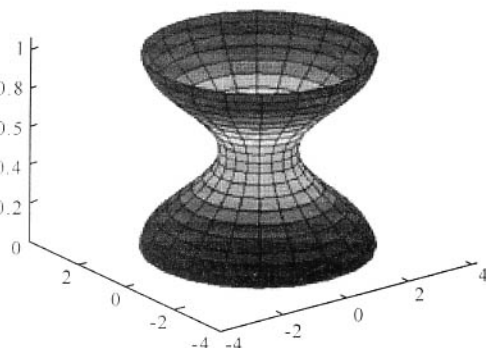


图 3  $2 + \cos a$  圆柱面

## 2 自由曲面表示

自由曲面由一组离散的数据点确定,不确定因素大,难以用非参数形式表示,所以通常采用参数形式。以双三次 Bezier 曲面为例,通过给定的  $4 \times 4$  个控制点来逼近一个 Bezier 曲面图形。已知双三次 Bezier 曲面公式的矩阵表示形式<sup>[4]</sup>为:

$$B = \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot P.$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v^3 \\ v^2 \\ v \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1.$$

其中  $P$  是  $4 \times 4$  阶矩阵,为控制点坐标值,  $B$  为生成曲面点坐标矩阵,由  $u, v$  的取值决定其阶数。通过以上公式,可求得  $B$  矩阵的系列坐标值,再调用  $\text{surf}(x, y, z)$  可输出构造的曲面图。程序如下:

```

Px=[2 4 6 8;2 4 6 8;2 4 6 8;2 4 6 8];
Py=[8 7 7 8;6 6 6 6;4 4 4 4;2 3 3 2];
Pz=[4 5 5 4;4 7 7 4;4 7 7 4;4 5 5 4];
%设置4*4个控制点坐标值
X=reshape(Px',1,16);
Y=reshape(Py',1,16);
Z=reshape(Pz',1,16);
scatter3(X,Y,Z,'filled');
%显示各控制点位置
hold on;
BEN=[-1 3 -3 1;3 -6 3 0;-3 3 0 0;1 0 0
0];
Bx=zeros(18,18);
By=zeros(18,18);
Bz=zeros(18,18);
for i=1:18
    u=i/18;
    for j=1:18;
        v=j/18;
        U=[u^3,u^2,u,1];
        V=[v^3;v^2;v;1];
        Bx(i,j)=U*BEN*Px*BEN*V;
        By(i,j)=U*BEN*Py*BEN*V;
        Bz(i,j)=U*BEN*Pz*BEN*V;
    end;
end;
surf(Bx,By,Bz);

```

输出 Bezier 曲面见图4,其中实心点为 Bezier 控制点,用 `axis([1,9,1,9,3,8])` 及 `view(120,80)` 修改视觉及坐标尺度后,输出俯视图如图5所示。图5可更清晰地观察到各控制点对曲面的控制作用。

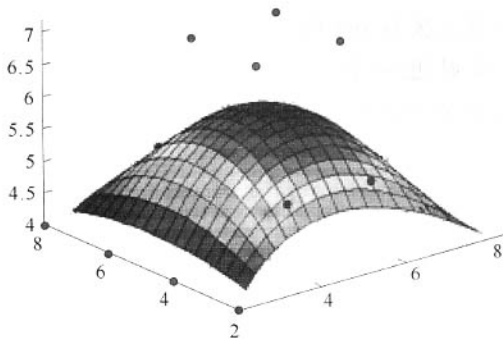


图4 双三次 Bezier 控制点及 Bezier 曲面

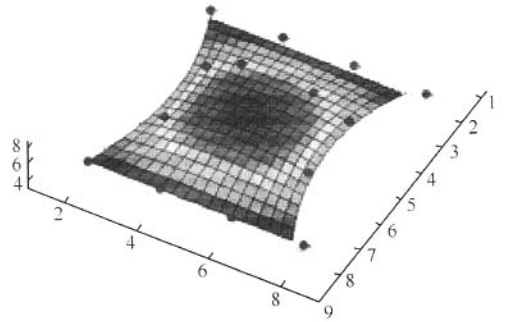


图5 Bezier 曲面俯视图

### 3 结束语

由本文的几个例子可以看出, MATLAB 软件以其强大的数学运算能力、方便实用的绘图功能及语言的高度集成性,完全可以胜任各类三维曲面的建模问题。此外, MATLAB 还提供了大量视觉、透视、纹理、光照等高级图形处理方法,增强了用户对生成图形的深层理解。通过将 MATLAB 引入到图形学曲面构造的教学中,能够使学生从抽象繁重的数学运算中解脱出来,将学习重心转移到概念的理解和原理的运用上,有效地提高学习质量。

#### 参考文献:

- [1] 陈传波,陆枫. 计算机图形学基础[M]. 北京:电子工业出版社,2002:214-215.
- [2] 胡华. 用 MATLAB 解决数学分析中的图形问题[J]. 西南民族大学学报,2003,29(6):766-771.
- [3] 王沫然. MATLAB 与科学计算[M]. 第2版. 北京:电子工业出版社,2004:113-114.
- [4] 焦永和. 计算机图形学教程[M]. 第2版. 北京:北京理工大学出版社,2001:156.

(责任编辑:邓大玉)