广西科学院学报 2006,22(1):58～59,63
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 22,No. 1 February 2006

成数再保险和超额赔款再保险策略*

Strategy of Quota Share Reinsurance and Excess of Loss Treaties Research on Reinsurance

唐国强[1,2],**杨端翠**[2]
TANG Guo-qiang[1,2],YANG Duan-cui[2]

(1. 华东师范大学统计系,上海 200062;2. 桂林工学院数理系,广西桂林 541004)
(1. Department of Statistics, East China Normal University, Shanghai, 200062, China; 2. Department of Mathematics and Physics, Guilin University of Technology, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要:针对比例再保险和非比例再保险,在分出公司最小盈余或利润目标确定和已知赔款额分布的情况下,把保持财务稳定性作为确定自留额的目标,根据 VaR 原理提出具有最优自留额的成数再保险与超额赔款再保险的策略.

关键词:再保险 成数 超额赔款 自留额 赔款额分布 VaR
中图法分类号:F224 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2006)01-0058-02

Abstract: Aiming at proportion reinsurance and non-proportion reinsurance, in consideration of ensuring minimal surplus or return and keeping financial stability as the aim of retention, according to the VaR law, we gain the strategy of quota share and excess of loss reinsurance and compute optimal retention in known claim distribution. The strategy of quota share reinsurance and excess of loss reinsurance is a strategy research on reinsurance based on financial stabilization.

Key words: reinsurance, quota share, excess of loss, retention, claim distribution, VaR

再保险也称分保,是对保险人所承担的风险的保险,即保险的保险.分保接受人按照再保险合同规定,对保险人在原保单下的赔付给予补偿,这是保险公司进行风险管理的重要手段[1].

对再保险的研究已有 60 多年的历史,最优再保险问题的研究是其中一个重要方面[2～6].文献[2,3]讨论最优再保险原则,他们将再保险保费与自留风险的某一种特征相比较,例如,相同成本条件下,当自留风险变异最小时,通常的优化准则,如最大化期望利润、最小化方差、最小化保费、最小化破产概率、最大化调节系数等,证明停止-损失再保险的优越性.文献[3,4]从调节系数角度研究纯费率时最优再保险问题,以破产概率最小为目标,对有交易成本的扩散模型的最优比例再保险策略进行研究.文献[6]在一般的风险测度下考虑了最优再保险问题.

虽然上述研究得到了较好的理论结果,但是具体应用较繁琐.而 VaR 是金融中常用的一种考虑风险的方法,简洁且具有可操作性[7].本文在分出公司最小盈余或利润目标确定的情况下,根据 VaR 原理得到了成数与超额赔款再保险的策略.

1 自留额的确定

自留额指对于每一危险单位或一系列危险单位的责任或损失,分出公司根据其自身的财力所确定的承当的限额[1].如何正确确定自留额是一个十分复杂的问题,因为保险人在确定自留额时要考虑利润、偿付能力、财务稳定性等因素.同时,自留额的确定也取决于保险人对风险的态度.本文把保持财务稳定性作为确定自留额的目标,以此求出在已知赔款额分布的情况下求出最优自留额的策略.

收稿日期:2005-04-05
作者简介:唐国强(1971-),男,湖南永州人,讲师,主要从事保险精算研究。
* 广西自然科学基金项目(0339071)资助。

设赔款额的分布是一个随机变量 X,分布函数为 $F(x)$,概率密度函数为 $f(x)$,本文采用期望值保费,即保费为 $P=(1+\beta)E(X)$,其中 $\beta>0$ 是安全系数. 我们分别考虑比例再保险中的成数再保险和非比例再保险中的超额赔款再保险的再保险策略.

2 成数再保险策略

为了在一定的准则下求出最优的自留额,设分保比例为 α,此时分出公司获得的保费为 $P_1=(1+\beta)\alpha E(X)$,分入公司的保费为 $P_2=(1+\beta)(1-\alpha)E(X)$,则分出公司的盈余或利润(注意可正、可负)为

$$Y=P_1-\alpha X=(1+\beta)\alpha E(X)-\alpha X.$$

假设分出公司的盈余或利润目标为 v(注意可正、可负),则最优的保险策略是 α,它必须使概率 $P_r(Y\geqslant v)$ 大于等于某确定的值 h,表示盈余或利润大于目标值的可能性不底于 h,即 $P_r(Y\geqslant v)\geqslant h$,其中 h 取一接近于 1 的一个数. 例如取 $h=0.95$,$v=-1$ 表示分保后有 95% 以上的可能可以达到目标,即负盈余或利润小于 -1 的概率不高于 $1-h=0.05$,相当于对盈余或利润做了区间估计. 下面求解 α,

$$P_r(Y\geqslant v)=P_r((1+\beta)\alpha E(X)-\alpha X\geqslant v)=P_r\left(X<(1+\beta)E(X)-\frac{v}{\alpha}\right)=\int_0^{(1+\beta)E(X)-\frac{v}{\alpha}}f(x)\mathrm{d}x\geqslant h.$$

如果 X 的分布可知,则可利用上面的结果求出最优的自留额 α.

3 超额赔款再保险策略

为了在一定的准则下求出最优的 r,设自留额为 r,此时分出公司获得的保费为

$$P_1=(1+\beta)\left(\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+\int_r^\infty rf(x)\mathrm{d}x\right)=(1+\beta)\left(\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+r(1-F(r))\right).$$

分入公司的保费为

$$P_2=(1+\beta)\left(\int_r^\infty(x-r)f(x)\mathrm{d}x\right)=(1+\beta)\left(\int_r^\infty xf(x)\mathrm{d}x-r(1-F(r))\right),$$

则分出公司的盈余或利润为

$$Y=P_1-\min(X,r).$$

假设分出公司盈余或利润的目标为 v,则最优的保险策略是 r,它必须使概率 $P_r(Y\geqslant v)$ 大于等于某确定的值 h,即 $P_r(Y\geqslant v)\geqslant h$,其中 h 取一接近于 1 的一个数. 求解以下方程:

$$P_r(Y\geqslant v)=P_r\{(1+\beta)\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+(1+\beta)r(1-F(r))-\min(X,r)\geqslant v\}\geqslant P_r\{(1+\beta)\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+(1+\beta)r(1-F(r))-\frac{1}{2}(X+r)\geqslant v\}=P_r\{X\leqslant 2(1+\beta)\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+(1+\beta)r(1-F(r))-2v-r\}\geqslant h.$$

如果 X 的分布可知,则本文可以利用上面的结果求出最优的自留额 r.

4 算例

设赔款额 X 为一非负的随机变量,服从帕累托分布 $Pareto(m,n)$,其密度函数为 $f(x)=\frac{mn^m}{(n+x)^{m+1}}$,$x>0$,分布函数则为 $F(x)=1-\left(\frac{n}{n+x}\right)^m$,可以求

(1) 成数再保险的最优自留额 α:

$$P_r(Y\geqslant v)=\int_0^{(1+\beta)E(X)-\frac{v}{\alpha}}f(x)\mathrm{d}x=\int_0^{(1+\beta)E(X)-\frac{v}{\alpha}}\frac{mn^m}{(n+x)^{m+1}}\mathrm{d}x=1-\left(\frac{n}{n+(1+\beta)E(X)-v/\alpha}\right)^m\geqslant h.$$

由以前的经验数据,我们知赔款额的平均值为 3,方差为 27,利用矩估计,可以得出参数 $m=3$,$n=6$,取 $h=0.95$,$v=-5$,$\beta=0.3$,则可以的最优 $\alpha=0.7829$,即自留额为 78.29%.

(2) 超额赔款再保险的最优自留额 r:

$$P_r(Y\geqslant v)=P_r\{X\leqslant 2(1+\beta)\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+(1+\beta)r(1-F(r))-2v-r\}=\int_0^w f(x)\mathrm{d}x=1-\left((n/(n+2(1+\beta)\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+(1+\beta)r(1-F(r))-2v-r)\right)^m\geqslant h,$$

其中,$w=2(1+\beta)\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x+(1+\beta)r(1-F(r))-2v-r$,$\int_0^r xf(x)\mathrm{d}x=\int_0^r x\mathrm{d}F(x)=rF(r)-\int_0^r F(x)\mathrm{d}x$,

只要知道分布函数,即可以计算出最优 r.

由以前的经验数据,我们知赔款额的平均值为 3,方差为 27,利用矩估计,可以得出参数,$m=3$,$n=6$,取 $h=0.95$,$v=-5$,$\beta=0.3$,利用软件计算可得最优 $r=8.4575$,即超出 8.4575 的部分进行再

(下转第 63 页)

行计算，其中激励函数 S 型函数的 $e-x$ 部分调用数学类 Math 类的 exp( )方法，使用方法如下：

```
outputN[i]=outputN[i]-thresholdout[i];
outputO[i]=1/(1+(float)Math.exp(-outputN[i]));
```

依据算法完成每个功能块和界面的设计，并对整体的程序进行调试，完成最后的试验程序.

3.3 非常用字符的识别

实验演示程序的手写输入区域是一个由32＊32个小方块组成的点阵输入模块. 打开程序后，可以选择菜单“产生参数文件”，程序可依据内部算法自动生成各层连接权值和阈值，并将计算得的参数保存在参数文件中，以后再次打开程序，即可以直接从已经产生的文件中读取参数.

用鼠标进行手写输入时，在黑色的输入区拖动鼠标写出所需要字符的笔划. 书写完成后，按“识别输入”按钮即可获得识别结果. 在算法设定的误差范围内，可以识别出所写的字符.

手写输入的字符即便与预先设定的样本相差达50%，仍可以很好的识别. 本演示程序可以通过菜单选择来查看预先设置的样本. 图3为样本与相应手写输入字符的比较. 试验程序验证表明，3个字符均可以快速准确地被识别出来.

从图3上可以看出，尽管鼠标书写非常用字符时出现不确定的偏移和形变，与设置的样本字符有一定的误差，但仍能实现鼠标书写非常用字符的识别，并有较高的准确率.

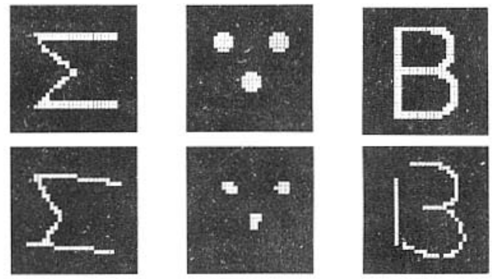

图3 样本与手写输入的比较

4 结束语

本文在改进 BP 算法的基础上，采用 JAVA 语言，实现了鼠标书写的非常用字符识别. 如果继续完善程序，还可设计出样本输入模块，以便通过学习样本熟悉使用者的书写习惯，使得网络对字符学习更为准确. 更进一步，如果使用者根据需要增加学习样本，经过长时间使用和适应，并逐渐生成数量可观的样本库后，用鼠标也可实现文字的录入工作.

参考文献：

[1] 陆汝钤. 人工智能[M]. 北京：科学出版社，2000.
[2] 易继锴，侯媛彬. 智能控制技术[M]. 北京：北京工业大学出版社，1999.
[3] 丛爽. 神经网络、模糊系统及其在运动控制中的应用[M]. 合肥：中国科学技术大学出版社，2001.
[4] 王旭，王宏，王文辉. 人工神经网络原理与应用[M]. 沈阳：东北大学出版社，2000.
[5] HERBERT SCHILDT. JAVA 2：The complete reference[M]. 北京：电子工业出版社，2003.

（责任编辑：黎贞崇）

（上接第59页）

保险.

3 结束语

由于风险的不确定性，为了保持经营的稳建性及偿付能力，保险公司有各种方法规避风险，进行再保险是一种常用的方法. 评估再保险的优劣有许多方法，我们利用 VaR 原理，得到了保持原保险人在财务稳健基础上的一种考虑再保险的策略. 虽然我们只考虑2种再保险的策略，但对其他类型再保险也可类似考虑.

参考文献：

[1] 谢志刚，韩天雄. 风险理论与非寿险精算[M]. 天津：南开大学出版社，2000.
[2] MULLER A. Ordering of risks，a comparison study Via stop loss transform [J]. Insurance：Mathematics & Economics，1996(17)：215-222.
[3] DAVID C，DICKSON M. Relative reinsurance retention levels[J]. Astin，1997，27(2)：207-227.
[4] DEPRENT O，GERBER H. On convex principles of premium calculation [J]. Insurance：Mathematics & Economics，1985(4)：179-189.
[5] HOJGAARD B，TSKSAR M. Optimal proportional reinsurance policies for diffusion models [J]. Scandinavian Actuarial Journal，1997(2)：166-180.
[6] LESAW GAJEK，DARIUSZ ZAGRODNY. Optimal reinsurance under general risk measures[J]. Insurance：Mathematics and Economics，2004，34：227-240.
[7] JORION P. Value at risk：benchmark for controlling market risk[M]. Second edition. McGraw-Hill，2000.

（责任编辑：黎贞崇）