广西科学院学报 2006,22(1):6～10
Journal of Guangxi Academy of Sciences Vol. 22,No. 1 February 2006

λ 阶短哈密顿回路的匹配法

The Match Method of the λ Level Short Hamilton Cycle

周 勤[1]**,周炳生**[2]
ZHOU Qin[1],ZHOU Bing-sheng[2]

(1. **金陵科技学院图书馆,江苏南京** 210009;2. **南京大学信息管理系,江苏南京** 210008)
(1. Library,Jinling Institute of Technology,Nanjing,Jiangsu,210009,China;2. Department of Information Management, Nanjing University,Nanjing,Jiangsu,210008,China)

摘要:无向权图 $G(n,m)$ **的任始结点哈密顿回路可分成两条匹配半路径,根据给定** λ **值,用最小权路径延长法,对所有相关半路径进行匹配,便可完全确定从最短到** λ **阶短哈密顿回路的匹配法和相应的匹配算法.** λ **阶短哈密顿回路的匹配法可用于判别权图** $G(n,m)$ **是否为哈密顿图.**

关键词:哈密顿回路 匹配法 权图
中图法分类号:O157.5 **文献标识码**:A **文章编号**:1002-7378(2006)01-0006-05

Abstract: In an undirectional weight graph $G(n,m)$, H cycle of arbitrary start-node can be divided into two matched half-paths. According to the given λ level and using the extension of minimal weight path,we get the match method from the shortest to λ level short H cycle and the relevant matching algorithm. This method can be used to distinguish weigh graph $G(n,m)$ from H graph.

Key words:Hamilton cycle,match method,weight graph

本文为文献[1]的继续.如在最小权路回延长法中,每次只延长到终结点的相邻集中的所有产生路径的结点,则称为最小权路径延长法,所得序列为按权值的增序列称为最小权路径序列.我们根据给定 λ 值,运用最小权路径延长法,对所有相关半路径进行匹配,得到 λ 阶短哈密顿回路的匹配法和相应的匹配算法. λ 阶短哈密顿回路的匹配法可用于判别权图 $G(n,m)$ 是否为哈密顿图.

1 λ 阶短哈密顿回路匹配法

本文仅讨论无向图 $G(n,m)$.

设无向权图 $G(n,m)$ 中,结点 x_1 的回路 $C_1 = x_1x_2\cdots x_nx_1$,则 $C_2 = x_1x_n\cdots x_2x_1$ 为结点 x_1 的另一条回路.

定义 1.1 图 $G(n,m)$ 中,路径 $p_2 = x_j\cdots x_2x_1$ 为 $p_1 = x_1x_2\cdots x_j$ 的逆路径,记为 $p_2 = p_1^{-1}$. 结点 x_1 的回路 $C_2 = x_1x_n\cdots x_2x_1$ 为 $C_1 = x_1x_2\cdots x_nx_1$ 的逆回路,记为 $C_2 = C_1^{-1}$.

推论 1.1 图 $G(n,m)$ 中,H 回路的条数为偶数.

推论 1.2 图 $G(n,m)$ 中,如路径 $p_2 = p_1^{-1}$,则 $p_1 = p_2^{-1}$. 如回路 $C_1 = C_2^{-1}$,则 $C_2 = C_1^{-1}$.

推论 1.3 图 $G(n,m)$ 中,路径 p 和 p^{-1},则 $W(p^{-1}) = W(p)$. 回路 C 和 C^{-1},则 $W(C^{-1}) = W(C)$.

定义 1.2 图 $G(n,m)$ 中,当 n 为偶数时,令 $L_1 = n/2$,$L_2 = L_1$,否则 $L_1 = (n-1)/2$,$L_2 = L_1 + 1$. 则 H 回路中,从始点向右长度为 L_1 的一段路径的终点,称为该 H 回路的匹配结点.

定义 1.3 图 $G(n,m)$ 中,以某结点为始点的长度为 L_1、L_2 所有路径称为半路径.若一条半路径 p_s 和另一条半路径 p_t 的逆路径,如可连接成 H 回路,H 回路记为 $C = p_sp_t^{-1}$,称 p_s 和 p_t 为匹配路径,p_s 为前半路径,p_t 为后半路径.

收稿日期:2005-03-15
修回日期:2005-05-24
作者简介:周 勤(1970-),女,江苏泰兴人,馆员,主要从事信息学图论等研究。

当 $n=7$ 时，H 回路 $C_1=x_1x_4x_2x_7x_5x_3x_6x_1$ 中，$L_1=3, L_2=4$，则 x_7 为该 H 回路 C_1 的匹配结点，$x_1x_4x_2x_7$ 和 $x_1x_6x_3x_5x_7$ 为匹配路径，$x_1x_4x_2x_7$ 为前半路径，$x_1x_6x_3x_5x_7$ 为后半路径. 而 $n=6$ 时的 H 回路 $C_2=x_1x_6x_3x_5x_2x_4x_1$ 中，$L_1=3, L_2=3$，x_5 为该 H 回路 C_2 的匹配结点. $x_1x_6x_3x_5$ 为前半路径，$x_1x_4x_2x_5$ 为后半路径.

推论 1.4　若 $C_1=p_sp_t^{-1}$，$C_2=C_1^{-1}$，则 $C_2=(p_sp_t^{-1})^{-1}=p_tp_s^{-1}$.

两条路径为匹配路径的条件是：

条件 1：路径长度分别为 L_1、L_2 的半路径；

条件 2：除有相同的始点、终点外，没有相同的其它点.

条件 2 保证连接后为始点的回路，条件 1 保证连接后的回路长度为 n，这样连接的回路为 H 回路.

由于 x_i 的 H 回路的两条匹配半路径的权小于该 H 回路的权，在 x_i 的最小权路回序列中，这两条匹配半路径的最小权项在该 H 回路的最小权项以前已产生，又因匹配半路径的最小权项仅为路径，故可用 x_i 的最小权路径序列中产生的匹配的两条半路径最小权项来连接成该 H 回路.

定义 1.4　图 $G(n,m)$ 的始结点 x_i 的最小权路径序列中，由所有最小权项为半路径构成的序列，称为 x_i 的最小权半路径序列(简称最小权半路径序列).

x_i 的最小权半路径序列是 x_i 的最小权路径序列的子序列.

推论 1.5　图 $G(n,m)$ 中始结点 x_i 的最小权半路径序列为按权值的增序列.

因 $L_1 \leqslant L_2$，当半路径最小权项长度为 L_2 时，再延长产生的路径长度大于 L_2，故这样的最小权项不必再进行延长处理. 即不再作为所得路径的元素.

关于两条匹配路径连接方法的分析：

设　$C_1=p_sp_t^{-1}$，p_s 为长度 L_1 的前半路径，p_t 为长度 L_2 的后半路径.

$C_2=p_kp_h^{-1}$，p_k 为长度 L_1 的前半路径，p_h 为长度 L_2 的后半路径.

$C_2=C_1^{-1}$，则　$C_2=(p_sp_t^{-1})^{-1}=p_tp_s^{-1}=p_kp_h^{-1}$.

当 n 为偶数时，因 $L_1=L_2$，故 p_s、p_t、p_k、p_h 长度相同且有相同的终点，所以 $p_t=p_k$，$p_s=p_h$，在最小权半路径序列中，p_s 和 p_h 及 p_t 和 p_k 的最小权项都仅各出现一次，故只能获得 C_1、C_2 中一条，且 p_s、p_t、p_k、p_h 中，不能区分前半路径和后半路径.

当 n 为奇数时，因 $L_2=L_1+1$，故 p_t 和 p_k 及 p_s 和 p_h 长度不相同且终点不相同，所以，$p_t \neq p_k$，$p_s \neq p_h$，在最小权半路径序列中，p_s、p_h、p_t、p_k 的最小权项都出现. 按定义长度 L_1 为前半路径和长度 L_2 为后半路径.

匹配路径的连接方法有：

(1) 当 n 为偶数时，匹配路径 p_s、p_t 有

方法 1：$C_1=p_sp_t^{-1}$，$C_2=p_tp_s^{-1}$；

方法 2：$C_1=p_sp_t^{-1}$，$C_2=(C_1)^{-1}$；

方法 3：$C_1=p_tp_s^{-1}$，$C_2=(C_1)^{-1}$.

(2) 当 n 为奇数时，如匹配路径 p_s、p_t，p_h、p_k 中，p_s、p_k 长度为 L_1，p_t、p_h 长度为 L_2.

方法 1：$C_1=p_sp_t^{-1}$，$C_2=p_kp_h^{-1}$.

定义 1.5　图 $G(n,m)$ 中始结点 x_i 的最小权半路径序列的第一个最小权项的权，记为 $\min PW$. 可以匹配所有 1 到 λ 阶短 H 回路的半路径的可能最大权值称最大可匹配半路径权值，记为 $\max PW$.

定义 1.6　根据 λ 值，由最小权路径延长法，每产生一个新的半路径最小权项，便从已获半路径序列的首项开始依次匹配到末项，设首先获得的 λ 个不同阶 H 回路的权为 $w_1, w_2, \cdots, w_\lambda$，其中最大权为 $\max CW=\max\{w_i \mid i=1,\cdots,\lambda\}$，称 $\max CW$ 为暂时 λ 阶 H 回路权值.

按定义有 $\min PW < \max CW$. 按下面 6 点，在 x_i 的最小权半路径序列中进行半路径匹配，而获得从 1 到 λ 阶的短 H 回路的半路径和 H 回路，而不需求出最小权半路径序列的所有项再匹配.

(1) 一条半路径可能是几条短 H 回路的匹配路径，故每条半路径应与所有其它半路径匹配.

(2) 因最小权半路径序列为按权值的增序列，且项是逐项产生，故由最小权路径序列产生的新半路径，与最小权半路径序列中已有半路径，从首项开始依次匹配，使获得的 H 回路权尽可能小. 以后，新半路径再成最小权半路径序列的末项，保证每条半路径和所有其它半路径匹配.

(3) 经不断匹配，设首先获得 λ 个不同权值的短 H 回路的权为 $w_1, w_2, \cdots, w_\lambda$，这些 H 回路和相同权值 H 回路都应保留，并获得暂时 λ 阶 H 回路权值 $\max CW$. 但这些短 H 回路却不一定为 1 到 λ 阶的短 H 回路. 但按下述定理 1.1，根据 $w_1, w_2, \cdots, w_\lambda$，可知最大可匹配半路径权值 $\max PW=\max CW-\min PW$.

(4) 在延长产生最小权路径序列中，当最小权

项的权值 $> \max PW$ 时，应结束处理.

（5）在权值范围为$[\min PW, \max PW]$的半路径中，若匹配短 H 回路 C 有：① 如 $W(C) > \max CW$，这样的 H 回路为权值大于暂时 λ 阶的短 H 回路的回路，则应丢弃. ② 如 $W(C) \in \{w_i | i = 1, \cdots, \lambda\}$，则这样的 H 回路 C 应保留. ③ 如 $W(C) < \max CW$，且 $W(C) \notin \{w_i | i = 1, \cdots, \lambda\}$，则权值为 $\max CW$ 的 H 回路，不为 λ 阶短 H 回路，需丢弃. 并重新计算较小的新暂时 λ 阶 H 回路权值 $\max CW$ 和最大可匹配半路径权值 $\max PW$，而需匹配的半路径权值范围$[\min PW, \max PW]$将缩小. 直到结束处理后，所得前 λ 个不同权值的所有短 H 回路，才为 1 到 λ 阶的短 H 回路.

（6）图 $G(n,m)$ 中实际短 H 回路的阶数小于 λ，$\max CW$、$\max PW$ 不能确定，则匹配半路径为所有最小权半路径序列中的项，末项处理后应结束.

定理 1.1 权图 $G(n,m)$ 中，设由 x_i 的最小权半路径序列中每产生新的半路径最小权项，都从首项开始匹配到末项，而获得半路径最小权值 $\min PW$，暂时 λ 阶 H 回路权值 $\max CW$. 则最大可匹配半路径权值为 $\max PW = \max CW - \min PW$.

证明 设 p_s、p_t 为匹配半路径，有短 H 回路 $C = p_s p_t^{-1}$，且 $W(C) \leqslant \max CW$. 若其中 $W(p_s) \in [\min PW, \max PW]$，$W(p_t) > \max PW$，则因为 $W(C) = W(p_s) + W(p_t)$，所以 $W(C) > W(p_s) + \max CW - \min PW$，又因为 $W(p_s) \geqslant \min PW$ 所以 $W(C) > \max CW$ 矛盾.

同理，若 $W(p_s) > \max PW$，有 $W(C) > \max CW$ 矛盾. 故 $W(p_s)$、$W(p_t) \leqslant \max PW$.

λ 阶短哈密顿回路匹配法：

（1）根据始点 x_i，用最小权路径延长法求 x_i 的最小权半路径序列；

（2）第一个半路径的权值记为 $\min PW$；

（3）新产生的半路径与已得最小权半路径序列中的项，从首项到末项进行匹配，如匹配则连接，保留 H 回路.

（4）根据 λ 值，如先获得的 λ 个不同权值 H 回路的权值为 $w_1, \cdots, w_\lambda$，则 $\max CW = \max\{w_1, \cdots, w_\lambda\}$.

（5）若其它获得的 H 回路的权值为 W：则处理如下：

(a) 如 $W > \max CW$，则 H 回路不要；

(b) 如 $W \in \{w_1, \cdots, w_\lambda\}$，则 H 回路保留；

(c) 如 $W < \max CW$，且 $W \notin \{w_1, \cdots, w_\lambda\}$，则 $\max CW$，$\max PW$ 修改为

$$\max CW = \max\{\{\{w_1, \cdots, w_\lambda\} - \{\max CW\}\} \cup W\};$$

$$\max PW = \max CW - \min PW.$$

（6）当所得路径中无元素或路径最小权项的权 $> \max PW$ 时，则结束.

（7）当 $L_1 = L_2$ 时，对权值 $\leqslant \max CW$ 的 H 回路 C，计算 C^{-1}.

则前 λ 个不同阶权值的所有 H 回路为 x_i 的最短到 λ 阶短哈密顿回路.

最小权法需一直延长、产生和处理到所求的 H 回路，虽然该 H 回路的两条半路径早已出现在最小权路回序列中. 当处理完所有路径、回路后，才能确定 $G(n,m)$ 不为 H 图. 而匹配法只需求出长度为 L_1 和 L_2 的半路径序列，便可匹配连接成相应的 H 回路，或确定 $G(n,m)$ 不为 H 图. 如给出适当的 λ 值，则只需求出部分半路径，便可完全确定从最短到 λ 阶短 H 回路. 由于匹配法完全不需产生和处理长度大于 L_2 路径、回路，故比最小权法节省不少路径的产生和处理. 但匹配法只适用于无向权图，且对已产生的半路径需进行匹配处理，才能得出相应 H 回路.

2 λ阶短哈密顿回路匹配算法

定义 2.1 将无向图 $G(n,m)$ 中的结点编序如 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 后，下列表称 $G(n,m)$ 的权延长表 E（简称 E 表）：

$$E = \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{array} \left| \begin{array}{c} e_{ij} \end{array} \right|,$$

（↑ 前导结点列）

其中项 $e_{ij} =$

$$\begin{cases} x_j / w(x_i, x_j)，当\ x_i \neq x_j\ 且\ x_i 为\ x_j\ 的前导结点时 \\ \quad 其中\ w(x_i, x_j)\ 为边(x_i, x_j)\ 权， \\ 空白，其它情况. \end{cases}$$

显然，对于给定图，E 表中的项由图的拓朴结构和边权确定，结点编序不同，其表中项所在位置发生相应变化. 通常，在 E 的第 i 行中，会有 e_{ij} 为空白，可以省去，而同行后面的项向前移动而成简表，我们均使用简表（参阅 E 表）.

定义 2.2 路径表 Z：用于存放路径，每次延长后，添入所得新路径及其权值、长度. $\varnothing$表示空表.

路径表 Z 结构如下：

$$Z = \begin{vmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_i \\ \vdots \\ a_n \end{vmatrix},$$

Z 表可采用分段表示，如

$$Z = \begin{vmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_i \\ \vdots \\ a_n \end{vmatrix} = Z_t \begin{vmatrix} a_{i+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ a_n \end{vmatrix},$$

其中，$Z_t = \begin{vmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_i \end{vmatrix}$.

分段表示一般适用手工处理.

定义 2.3　半路径表 M：存表 Z 中取出半路径，$\varnothing$ 表示空表.

定义 2.4　延长运算 $m_s \otimes E$：产生新路径.

设 $m_s = x_i \cdots x_h / w(x_i \cdots x_h)/L$，

其中，$w(x_i \cdots x_h)$ 为 $x_i \cdots x_h$ 的权，L 为 $x_i \cdots x_h$ 的长度. 则 $m_s \otimes E = |m_s| \otimes |e_{hj}| = |t_{ij}|$，

$$t_{ij} = \begin{cases} x_i \cdots x_h x_j / w(x_i \cdots x_h) + w(x_h, x_j)/_{L+1}, \\ \quad \text{当 } x_h \text{ 为 } x_j \text{ 的前导结点且 } x_j \text{ 与} \\ \quad x_i, \cdots, x_h \text{ 均不相同时}. \\ \text{空白}, \qquad \text{其它情况}. \end{cases}$$

定义 2.5　匹配判别运算 $M \odot m_s$：半路径 m_s 依次与 M 表头到表尾的半路径进行匹配判别，找出所有可与 m_s 匹配的另一条半路径 m_l.

匹配判别 m_l 的条件：

条件 1：$L_1 = L_2$ 时，M 表中所有半路径可能为 m_l. 否则，长度与 m_s 不同的半路径可能为 m_l；

条件 2：m_l 与 m_s 除始点、终点相同外，其它点不同.

定义 2.6　匹配路径表 A：存前半路径 m_l，后半路径 m_s，当 $L_1 = L_2$ 时 M 表中相匹配的 m_l 为前半路径，m_s 为后半路径；否则，长度 L_1 的为前半路径 m_l，长度 L_2 的为后半路径 m_s. $\varnothing$ 表示空表.

定义 2.7　连接运算 $m_l * m_s$：前半路径 m_l 和后半路径 m_s 构成 H 回路 $m_l m_s^{-1}$.

定义 2.8　短 H 回路表 C：存表 A 中匹配 H 回路 C、C^{-1}，$\varnothing$ 表示空表.

定义 2.9　集合 $B = \{w_i | i = 1, \cdots\}$，$w_i$ 是第 i 个不同权的短 H 回路权值.

定义 2.10　集合 B 运算：

$B - \{w_i\}$：　　从 B 中除去 w_i；

$\max B$：　　集合 B 中元素的最大值；

$B_1 \cup B_2$：　　集合 B_1、B_2 的并集.

λ 阶短哈密顿回路的匹配算法：

(1) 设初始值；

(a) 根据 $G(n, m)$，得到相应的 E 表；

(b) 给定始点 x_i，有 $Z_0 = |x_i/0/0|$（第一个 0 为权，第二个 0 为长度），λ 值；

(c) $M = \varnothing, C = \varnothing, A = \varnothing, B = \varnothing, W = 0$.

$\min PW = 0, \max PW = 0, i = 1, t = 1, m_l =$ '　'（为空白）.

当 n 为偶数时，$L_1 = n/2, L_2 = L_1$，否则 $L_1 = (n-1)/2, L_2 = L_1 + 1$.

(2) 匹配算法：

(a) 当表 $Z = \varnothing$ 时，转(6). 否则，取表 Z 中权最小的项 m_s，且表 Z 中作被选标志或删除；

(b) 当 $i > \lambda$ 且 m_s 权 $> \max PW$ 时，转(6)；

(c) 当 m_s 长度不等于 L_1 且 m_s 长度不等于 L_2 时，进行 $p = m_s \otimes E$，将 p 存入表 Z，转(1)；

(d) 当 m_s 长度等于 L_1 或 m_s 长度等于 L_2 时：

1) 当 $t = 1$ 时，$\min PW = m_s$ 权，$t = 2$，将 m_s 存入表 M、表 Z，转(1)；

2) 当 $t \neq 1$ 时，进行 $m_l = M \odot m_s$. 半路径 m_s 依次与 M 表头到表尾的半路径进行匹配判别，每次结果 m_l 处理如下：

① 当 $m_l =$ '　'（空白）时，转 ③；

② 当 $m_l \neq$ '　'（空白）时，H 回路的权值 $W = W(m_s) + W(m_l)$；

(Ⅰ) 当 $W \in B$ 时，转(Ⅴ)；

(Ⅱ) 当 $W \notin B$ 且 $i \leqslant \lambda$ 时：

$B = B \cup \{W\}, \max CW = \max B, \max PW = \max CW - \min PW, i = i + 1$ 转(Ⅴ)；

(Ⅲ) 当 $W \notin B$ 且 $i > \lambda$ 且 $W > \max CW$ 时转 ③；

(Ⅳ) 当 $W \notin B$　且 $i > \lambda$ 且 $W < \max CW$ 时：

$B = \{B - \{\max CW\}\} \cup \{W\}$，

$\max CW = \max B, \max PW = \max CW - \min PW$；

(Ⅴ) 当 $L_1 = L_2$ 时，m_l 为前半路径，m_s 为后半路径. 当 $L_1 \neq L_2$ 时，m_s、m_l 中，长度为 L_1 的为前半路径，另一个为后半路径. 将 m_s、m_l 存入表 A；

③ 当与 m_s 匹配的项不为表 M 的最后一项时，匹配的项移到表 M 当前的下一项，转 2)；

④ 当 $L_1 \neq L_2$ 且 m_s 长度 $= L_1$ 时，m_s 存入表 Z；

⑤ 将 m_s 存入表 M；

(e) 当表 $Z \neq \varnothing$ 时转(1).

(f) 当表 $A \neq \varnothing$ 时，如表 A 中 m_s、m_l 相应匹配，H 回路权值 $\leqslant \max CW$，则求 $C_1 = m_s * m_l$，将 C_1 存入表 C. 当 $L_1 = L_2$ 时，求 $C_2 = C_1^{-1}$，将 C_2 存入表 C；

(g) 结束.

表 C 中的项则为：

(a) 为 1 到 λ 阶 x_i 的短哈密顿回路；

(b) 如表 $C = \varnothing$，则 $G(n,m)$ 不为哈密顿图；

(c) 如不同权值的短哈密顿回路个数不足 λ 个，则无不足阶的短哈密顿回路没有.

上机处理时，应根据使用语言的特点，算法步骤可作适当调整以提高处理速度，减少存贮量.

3　实例

例 1　求图 $G(8,12)$ 的最短哈密顿回路和次短哈密顿回路(图 1).

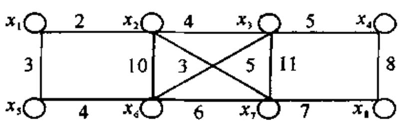

图 1　$G(8,12)$

解　处理情况如下：

(1) 图 $G(8,12)$ 中，$n = 8$；$L_1 = 8/2 = 4$；$L_2 = L_1$，$\lambda = 2$；始点设为 x_1，$Z = |x_1/0/0|$；

(2) 根据图 1，则相应地有以下 E 表：

$$E = \begin{array}{c|cccc|} x_1 & x_2/2 & x_5/3 & & \\ x_2 & x_1/2 & x_3/4 & x_6/10 & x_7/3 \\ x_3 & x_2/4 & x_4/5 & x_6/5 & x_7/11 \\ x_4 & x_3/5 & x_8/8 & & \\ x_5 & x_1/3 & x_6/4 & & \\ x_6 & x_2/10 & x_3/5 & x_5/4 & x_7/6 \\ x_7 & x_2/3 & x_3/11 & x_6/6 & x_8/7 \\ x_8 & x_4/8 & x_7/7 & & \end{array}$$

(3) $M = \varnothing$；$C = \varnothing$；$A = \varnothing$；$B = \varnothing$；$W = 0$，$\min PW = 0$；$\max PW = 0$；$i = 1$；$t = 1$；$m_l = '\ \ '$；

(4) $x_1/0/0 \otimes E = \begin{vmatrix} x_1x_2/2/1 \\ x_1x_5/3/1 \end{vmatrix}$；

(5) 第一个半路径最小权项为 $x_1x_2x_7x_6x_5/15/4$，$\min PW = 15$；

(6) 第一个匹配 H 回路的半路径分别为 $x_1x_2x_7x_8x_4/20/4$，半路径 $x_1x_5x_6x_3x_4/17/4$，H 回路权 $W = 37$，$B = \{37\}$，$\max CW = 37$，$\max PW = 37 - 15 = 22$；

(7) 第二个匹配不同权 H 回路的半路径分别为 $x_1x_5x_6x_2x_7x_8/20/4$，半路径 $x_1x_2x_3x_4x_8/19/4$，H 回路权 $W = 39$，$B = \{37,39\}$，$\max CW = 39$，$\max PW = 39 - 15 = 24$；

(8) 最小权项 $x_1x_2x_6x_7x_8$ 的权为 $25 > 24$，结束.

最后得到：

$$A = \begin{vmatrix} x_1x_5x_6x_3x_4/17/4 & x_1x_2x_7x_8x_4/20/4 & 37 \\ x_1x_2x_3x_4x_8/19/4 & x_1x_5x_6x_2x_7x_8/20/4 & 39 \end{vmatrix};$$

$$C = \begin{vmatrix} x_1x_5x_6x_3x_4x_8x_7x_2x_1/37/8 \\ x_1x_2x_7x_8x_4x_3x_6x_5x_1/37/8 \\ x_1x_2x_3x_4x_8x_7x_6x_5x_1/39/8 \\ x_1x_5x_6x_7x_8x_4x_3x_2x_1/39/8 \end{vmatrix}.$$

表 C 中两条权 37 回路为最短 H 回路，两条权 39 回路为次短 H 回路，图 $G(8,12)$ 为 H 权图.

参考文献：

[1]　周炳生，周勤. λ 阶短哈密顿回路的最小权法[J]. 广西科学院学报，2005，21(2)：67-70.

(责任编辑：黎贞崇)

美国开发癌症疫苗

美国华盛顿大学和佛瑞德哈金森癌症研究中心的研究人员，正致力开发一种预防癌症的疫苗。如果疫苗研制成功，将像免疫系统抵抗传染病一样抑制癌症的入侵。该实验研制的疫苗，目前正在一些已经痊愈但随时可能复发的乳癌患者中进行临床试验。研究人员认为，绝大部分患者可以马上获得对癌症的免疫反应，现在的问题是，这种免疫反应是否真的切实有效。

很久以前，医疗机构绝对否定这种被称作"免疫疗法"的癌症治疗方法，认为它只是庸医骗人的把戏。然而在 20 世纪 90 年代，基因重组技术、抗肿瘤免疫理论的发展，为癌症疫苗的研究和开发提供了条件。美国华盛顿大学和佛瑞德哈金森癌症研究中心的研究人员率先认识到，乳癌能刺激产生一种免疫反应，致力于开发癌症疫苗。

(据《科学时报》)