第18卷第4期　　广西科学院学报　　Vol. 18, No. 4
2002年11月　　Journal of Guangxi Academy of Sciences　　November 2002

寻找数字三角形的优美标号方法
A Method for Finding a Graceful Label of Number Triangle

吴洁明　　罗卉　陈攀
Wu Jieming　　Luo Hui　Chen Pan

（广西大学梧州分校　梧州　543002）
(Guangxi University Wuzhou Branch, Wuzhou, 543002)

（广西艺术学院　南宁　530022）
(Guangxi Arts College, Nanning, 530022)

摘要　提出数字三角形优美标号的概念，并使用计算机给出解答。
关键词　数字三角形　优美标号　计算机
中图法分类号　TP399; O122.4　A
Abstract　A concept for number triangle graceful label is described. The answers are obtained using computer.
Key words　number triangle, graceful label, computer

1　杨辉三角形

图1的数字三角形被称为杨辉三角形[1]，除了第一行外，它的每一个数都等于这个数肩上的2个数之和。在这里，我们把肩上少一个数的认为是肩上的这个数为0。

1
1　1
1　2　1
1　3　3　1
1　4　6　4　1
……………………

图1　杨辉三角形

2　数字三角形的优美标号

图2也是一个类似于杨辉三角的数字三角形，除了最后一行外，它的每一个数都等于这个数下方的2个数之差的绝对值，并且1，2，3，…每一个数均出现且只出现一次。我们不妨把它叫做数字三角形的一个优美标号方法。

3
5　2
1　6　4

图2　数字三角形

3　用计算机来寻找优美标号方法

数字三角形的优美标号问题可能是一个尚未解决的数学问题。它是否总是有解存在？有多少组解？这些问题目前还未见有文献报导。

我们用C语言[2]编写了程序来研究这个问题，通过计算机的计

2002-06-23 收稿.

算基本解决了这个问题。下面仅列出我们程序的主要步骤：

1） 输入 int n(即有 n 个标号)，检验 n 的合理性，设置数组 int $a(n)$；

2）由 $m(m+1)/2=n$，求出 m(即数字三角形有 m 行，或说最后一行有 m 个数)；

3）按照某种排序规则，给 $a(1),a(2),\cdots,a(m)$ 赋值；

4）根据数字三角形的形状求 $a(m-1),a(m+2),\cdots$，每求出一个数都和已产生的数组中的数比较，如果相同了，就转 3)，直到产生了数组的最后一个数 $a(n)$；

5）模仿杨辉三角的形状输出 $a(n),a(n-1),\cdots,a(1)$；

6）返回 3) 寻找新的组合，直到所有的情况都被遍历。

当 $n=3$ 时，有4组结果

```
  2        1        2        1
 1 3      2 3      3 1      3 2
```

但第1个结果和第3个结果、第2个结果和第4个结果实质上是一样的。在程序设计中，注意把重复的结果去掉。

运行这个程序：

(1) 当 $n=6$ 时，有4组解：

```
   3         3         2         1
  5 2       4 1       3 5       3 4
 1 6 4     2 6 5     4 1 6     5 2 6
```

(2) 当 $n=10$时，有4组解：

```
      3              3              4              4
     4 7            5 2            2 6            5 1
    5 9 2          4 9 7          5 7 1          2 7 6
  6 1 10 8       6 10 1 8       8 3 10 9       8 10 3 9
```

(3) 当 $n=15$时，仅有1组解：

```
        5
       4 9
     7 11 2
    8 1 12 10
  6 14 15 3 13
```

(4) 当 $n=21$ 时，无解。

4 结束语

(1) 当 n 更大时，由于数相互之间的约束更多，估计也是无解的。

(2) 还未见有人从数学上透彻地研究这个问题。

(3) 当 n 更大时，如果还想找到类似的数字三角形，可以放宽一些约束条件，比如标号

(下转第177页)

② 绘制 US 部分($Y \geqslant 0$) 部分；

③ 绘制 US 部分($Y < 0$)；

④ 绘制 MS 部分($Y < 0$).

3.2　程序运行效果

如图 2、图 3 分别为当误差 ep 取较小和较大时，由 3.1 算法步骤 1 生成的 m_k 的数值解(详见表 1) 所绘制的 2 个圆的图例。

3.3　分析

由以上结果我们可以得出如下结论：

① 我们可以根据误差大小控制运算的速度和精度，当误差不是很小时，能很快收敛；当多步数目 m_k 较大时，可同时满足速度和精度的要求；但当 m_k 较小时，若要保证精度，则可能使得迭代次数超过 m_k，导致运算速度降低；

② 该算法的特点是将计算与绘制分开，在绘制前就能预先计算得到所需的数据，提高了绘制的实时性；

③ 该算法能推广到所有连续可导的函数曲线绘制，有关问题还需进一步研究。

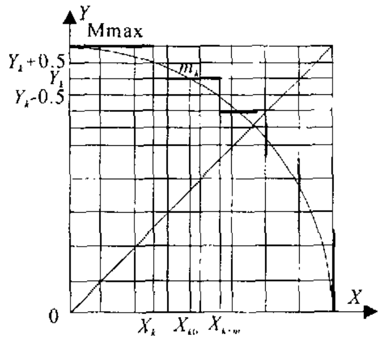

图 4　圆的扫描转换

4　结束语

本文对圆的多步法绘制问题进行了一些有意义的探索，如何进一步降低求 m_k 的计算速度，将是包括圆在内的一般函数曲线的多步法绘制的关键。

(责任编辑：黎贞崇)

(上接第172页)

从1，2，…，n 中产生，不允许重复使用其中的任何一个数，但可以遗留下某些数不用。

(4)该题目曾用于2002年广西青少年计算机奥林匹克竞赛，得到了好评。

参考文献

1　华罗庚. 从杨辉三角谈起. 北京：中国青年出版社，1962.

2　陈凤谋等. C 语言程序设计基础. 桂林：广西师范大学出版社，1997. 3.

(责任编辑：黎贞崇)