

一种基于线性规划的项目资金管理模式

A Pattern of Funds Management Based on Linear Programming

谢 革

Xie Ge

(广西电子研究所 南宁 530031)

(Guangxi Electric Research Institute, Nanning, 530031)

摘要 基于线性规划的数学手段, 通过分析资金回报的特征, 提出了一套基于线性规划的资金管理系统模型, 它可借助计算机求出最优解; 最后给出一个典型实例。

关键词 资金管理 线性规划 最优解

中图法分类号 F 830.593; TP 311

Abstract Based on mathematic measure of linear programming, analysis of character of investment returning, a pattern of funds management based on linear programming was put forward. Optimization solution could be obtained by computer. A typical example was given.

Key words funds management, linear programming, optimization solution

资金管理是一项复杂、细致、周期性的工作, 目前较常见的资金管理大多是根据经验值进行资金的投放运作, 缺乏有效的理论支持。我在为用户实施计算机资金管理的项目过程中, 通过分析资金回报的特征, 提出了一套基于线性规划的资金管理系统模型, 借助计算机技术求出最优解。用户通过实施该模型, 可以获得预期的最大资金回报。

1 数学模型的建立

求解资金管理的最优解, 首先要确定系统的各项参数, 在资金管理系统中, 管理的基本对象是项目, 而项目的特征值是项目的投资额度、项目的实施成本、项目的利润率、项目的工作量等, 通过归纳分析, 可以得知问题的核心是: 如何建立一个具有 n 个变量、 m 个已知约束条件的线性方程式, 使得在满足约束条件的情况下, 项目的利润期望值达到最大。

假设在 A 县, 需要实施 n 个项目, 实施这 n 个项目需要 m 个阶段, 各个阶段的投资额分别为 I_1, I_2, \dots, I_m 元, 每个项目的创造单位利润为 u_1, u_2, \dots, u_m 元, 每个阶段的成本可以用以下矩阵表示:

$$\begin{pmatrix} P_{11}, P_{12}, \dots, P_{1n} \\ P_{21}, P_{22}, \dots, P_{2n} \\ \dots \\ P_{m1}, P_{m2}, \dots, P_{mn} \end{pmatrix}.$$

要求建立一个最佳方案,使得投入资金一定的情况下,利润最大。据此,我们定义系统的线性规划策略如下:

求 $Z = u_1x_1 + u_2x_2 + \dots + u_nx_n$ 最大满足约束条件:

$$P_{11}x_1 + P_{12}x_2 + \dots + P_{1n}x_n \leq I_1,$$

$$P_{21}x_1 + P_{22}x_2 + \dots + P_{2n}x_n \leq I_2,$$

...

$$P_{m1}x_1 + P_{m2}x_2 + \dots + P_{mn}x_n \leq I_m,$$

其中: $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0, n \geq m$ 。

引进松弛变量 $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_n$, 将上述方程式变换为标准形式:

$$x_1 + a_{1,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{1n}x_n = b_1,$$

$$x_2 + a_{2,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{2n}x_n = b_2,$$

...

$$x_m + a_{m,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{mn}x_n = b_m,$$

其中: $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ 。

至此,已经把本系统的线性规划问题归结为标准形式的 LP 问题。根据 Gauss-Jordan 消去法,可以得知该方程至多有 $\binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ 个解,可以在有限的步骤内求出全部解,余下的工作是在全体解的集合中寻找出使目标函数取最大值的最优解,寻找最优解的方法采用 G. B. Dantzig 的单纯形法,虽然寻找最优解的计算步骤随着 n 的增大迅速增大,但当前的计算机速度和容量已经足以完成单纯形法的迭代计算要求,并且可以与应用程序实现无缝连接。

2 求最优解的计算机程序流程

笔者通过设计相应的求解线性规划计算机软件,进行自动迭代计算,从而达到解决系统最优解目的。用单纯形法来求解最优解的步骤如下:a) 把问题表示成标准形式;b) 从规范形式的一个初始基本可行解出发,建立初始单纯形表;c) 按照内积公式来计算相对效益系数 \bar{C}_j ;d) 如果所有的系数都有非正值,则当前这个基本可行解是最优解,否则,以正值最大的系数 \bar{C}_j 所对应的非基本变量进入基本变量;e) 按最小比值法则选择需退出基底的哪个基本变量;f) 进行枢轴运算,得出新的表格和基本可行解;g) 用枢轴运算或内积公式算出相对效益系数;h) 返回 d), 进行迭代运算,直至得到最优解;计算机程序流程如图 1 所示。

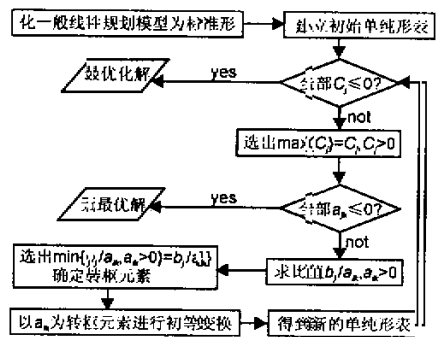


图 1 计算机程序流程图

3 应用实例

某县项目组, 准备投资实施 3 个项目: 山坡改梯、养猪、玉米增产, 每个项目的单位利润(扣除成本后)为 200 元、400 元、300 元, 每个项目需要经过 3 个阶段投资才能完成, 分别为生产、管理、销售阶段, 每个阶段的投资分别为: 6 000 元、4 000 元、8 000 元, 每个项目的实际消耗如 1 表所示。求如何安排项目可以使得在投资一定的情况下, 投资回报最大。

按照各参数的定义及约束条件, 可以得到如下数学描述,

$$\text{求 } Z = 200x_1 + 400x_2 + 300x_3 \text{ 最大.}$$

满足约束条件:

$$300x_1 + 400x_2 + 200x_3 \leq 6\,000,$$

$$200x_1 + 100x_2 + 200x_3 \leq 4\,000,$$

$$100x_1 + 300x_2 + 200x_3 \leq 8\,000,$$

其中: $x_1, x_2, x_3 \geq 0$.

先将上式约简后转换为标准形, 同时引进

松弛变量 x_4, x_5, x_6 得到标准形

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 60,$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 40,$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_6 = 80,$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, 6).$$

通过计算机处理可以得知: 在本例中, 应该分别安排山坡改梯项目 0 个、养猪项目 $20/3 \approx 6$ 个、玉米增产项目 $50/3 \approx 16$ 个, 此时: 每个项目各阶段耗费的资金如表 2 所示。

由于余额尚可用于 1 个养猪项目或者 1 个玉米增产项目, 但养猪项目利润最大, 所以安排养猪 7 个项目, 玉米增产 16 个项目, 同时不安排坡地改梯项目, 此时可以获得最大效益(扣除成本后) $Z = 200x_1 + 400x_2 + 300x_3 = 200 \times 0 + 400 \times 7 + 300 \times 16 = 7\,600$ (元)。

通过上面的例子可以看到, 建立基于线性规划的资金管理系统模型主要分 3 步: (1) 确定设计决策变量; (2) 将问题的约束表示成线性方程或不等式; (3) 把需求极小化或极大化的目标函数写成线性函数。建立模型不是严格的科学过程, 而是一种技巧, 主要凭借经验。因此, 在建立一个基于线性规划的项目资金管理模型之前, 必须了解该项目实际操作中的每一个过程、环节及详细情况, 尽可能了解影响项目实施的各个因素。

4 结语

实际的项目资金管理中, 影响项目实施的因素很多, 除了项目实施过程特有的因素外, 还受环境因素、政策因素和一些人为的因素所制约。因此, 所建立的模型可能包括上百个决策变量, 但只要建立起真实问题的 LP 模型, 使用当前普通的奔腾 III 台式计算机就能快速地求得最优解。

参考文献

- 1 Philips D T, Ravindran A, Solberg J J. Operations reaserch: principles and practice, Wiley, NewYork, 1976.
- 2 Fabozzi E J, Valente J. Mathematical programming in american companies: "a sample survey". Interfaces, 1976, 7 (1): 93~98.
- 3 Steen L A. Linear programmimg: solid new algorithm. Science News, 1979, 116: 234~236.

表 1 项目组实际消耗

阶段	山坡改梯 (元)	养猪 (元)	玉米增产 (元)	可用资金 (元)
生产成本	300	400	200	6 000
管理成本	200	100	200	4 000
销售成本	100	300	200	8 000

表 2 最优解

阶 段	表达式	余额
生产成本	$400 \times 6 + 200 \times 16 = 5\,600$	400
管理成本	$100 \times 6 + 200 \times 16 = 3\,800$	200
销售成本	$300 \times 6 + 200 \times 16 = 5\,000$	3 000