第 16 卷第 4 期,增刊　　广西科学院学报　　Vol. 16, No. 4 & Supplement
2000 年 11 月　　Journal of Guangxi Academy of Sciences　　November 2000

层次广义同余神经网络结构及运算特性分析*

Computation Performance Analysis and Structure of Hierarchical Generlized Congruent Neural Network

周永权　　何登旭
Zhou Yongquan　　He Dengxu

(广西民族学院数学与计算机科学系　南宁　530006)
(Dept. of Mach. & Comp. Guangxi Univ. for Nationalities, Nanning, 530006)

摘要　提出一种层次广义同余神经网络(HGCNN),以有限环上层次整数余神经网络 HGCNN 为例,分析了该网络的运算特性。这种运算保持了神经网络的高度并行结构,能够实时完成有限环上的同余运算。给出 2 个算例。
关键词　广义同余神经元　层次广义同余神经网络　整数同余神经网络　运算特性
中图法分类号　TP 183
Abstract　A new hierarchical generalized congruent neural network (HGCNN) is presented. Its computation performance is analyzed by the finite rings calculation using hierarchical integer congruent neural network (HICNN). The massively parallel architecture is kept on during computation, and the computation is error-free. Two samples are given.
Key words　generalized congruent neural, hierarchical generalized congruent neural network, integer congruent neural network, computation performance

同余运算在科学计算领域中有着广泛的应用,但在实际应用中,发现很多领域运算结构呈现层次特征,运算对系统来讲也存在层次关系,即所谓的运算优先级,当某个运算量要等到其它运算量经过某种运算,才能进行下级运算,若使用通常 GCNN 来运算,就会消除运算系统固有层次特性,并且实现非常困难,因此,研究层次广义同余神经网络(记为 HGCNN)的并行运算特性,将有广阔的应用前景。

1　广义同余神经元、广义同余神经网络

定义 1[1]　设 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}\in R^n$ 和 $W=\{w_1,w_2,\cdots,w_n\}\in R^n$ 为人工神经元的 n 维输入和连接权值矢量,如输出按模 $m\in R$ 的广义同余方式运算,即:

$$y\equiv\sum_{i=1}^{n}w_ix_i\quad(\mathrm{G}\ \mathrm{mod}\ m),\tag{1}$$

2000-08-23 收稿。
* 广西民族学院重点科研项目。

则称该神经元为广义同余神经元，见图 1。

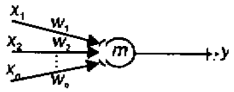

图 1　广义同余神经元（GCN）

注：① 称模 m 广义同余 b，是指存在 $k \in Z$，使 $a - b = km$（其中 $a, b, m \in R$ 成立，记：$a \equiv b(\mathrm{G} \bmod m)$；

②作为数学模型，GCN 类似于感知器仍是一个多输入，单输出运算器；

③按广义同余工作方式既不同于过去感知器的输入和加阈值激活方式，也不同于通常意义下 同余方法.

定义 2　由广义同余神经元构成人工神经网络称为广义同余神经网络，记为 GCNN，$m \in Z^+$ 称广义同余神经网络为整数意义下同余神经网络，记为：ICNN

2　层次广义同余神经网络的构造

HGCNN 构成基本思想是用低维的 GCNN 的组合来替代高维的 GCNN，下面我们给出一类层次广义同余神经网络的构造步骤。

假设有 n 个输入矢量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，用 $< y_i >_{m_i}$ 表示 HGCNN 的第 i 个子 GCNN 的输出，其中 $\vec{x}_i$ 为第 i 个子 GCNN 输入向量，$< \cdot >_{m_i}$ 表示到 m_i 运算，那么 HGCNN 构造步骤如下。

步骤 1：$i = 1$，第一层有 n_1 个输入矢量 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的 GCNN 其输出为 $< y_1 >_{m_1} = f(\vec{x}_1)$，其中 $\vec{x}_1 = (x_1, x_2, \cdots, x_{n_1})$；

步骤 2：$i = i + 1$，第 i 个子 GCNN 具有 $n_i + 1(n_i \geqslant 1)$ 个输入矢量，其输出为：

$$< y_i >_{m_1} = f_i(x_{N_i+1}, \cdots, x_{N_i+n_i}, < y_{i-1} >_{m_{i-1}}) \text{ 其中 } < y_{i-1} >_{m_{i-1}} = f_{i-1}(\vec{x}_{i-1}), N_i = \sum_{j=1}^{i-1} n_j;$$

步骤 3：若 $\sum_{j=1}^{i} n_j < n$，则转向步骤 2，否则结束。特别 $n_1 = 2$，$n_i = 1$ 当情形为图 2。

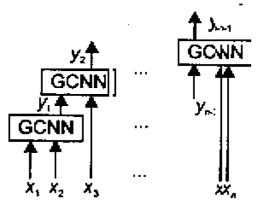

图 2　一类 HGCNN 结构

这样，利用上述构造方法可完成任何类型 HGCNN 设计。下面以有限环上同余运算神经元为例，分析有限环上 HGCNN 运算特性.

3　有限环上 HGCNN 运算特性分析

有限环算术在高精度和高速度实时数字信号处理中有重要的应用价值，但常用计算机体系结构在运算时，首先须考虑运算优先级和结合方向，然后才运算，而人工神经网络具有大规模并行处理，分布信息存贮和联想学习能力，因此，能否结合人工神经网络优点和特点，化解运算优先级和结合方向，下面以整数环上 HICNN 为例，讨论其运算特性。

例 1　有限整数环上四则模运算，如表达式 $<< a \times b >_{m_1} + c >_{m_2}$ 的 HICNN 结构如图 3 所示。

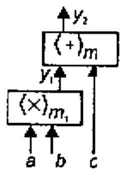

图 3　一类 HICNN 四则运算结构

从例 1 可知，对有限环上任一个四则模运算表达式，运算级最高者为第一层 ICNN，较高者为第二层 ICNN，依次类推，最终可完成对表达式计算，可见，通常情况下的运算优先级为 HICNN 的层，结合方向由左向右为 HICNN 构作方向，注意它不同于传统运算，该系统具有并行运算特性。

例 2 整数环上 Euclid 算法 HICNN 构造。假设 a,b 为正整数,且 $a>b$,如果

$r_1 \equiv a \mod b$, $r_2 \equiv b \mod r_1$, $r_3 \equiv r_1 \mod r_2$, $\cdots, r_{k+1} \equiv r_{k-1} \mod r_k$.

对足够大的 k,比如 $k=n$,我们有

$0 = r_{n-1} \mod r_n$.

令 $(a,b) = r_n$,

那么实现 Euclid 算法的 HICNN 网络结构如图4所示。我们不难将该例子推广到多项式环 $Z_m[x]$ 上。

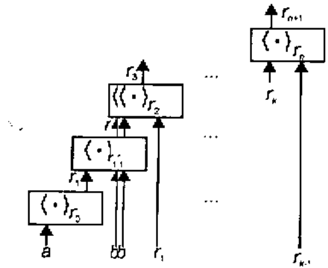

图4 Euclid 算法的 HICNN 结构

4 结语

文中在广义同余神经网络基础上,给出层次广义神经网络(HGCNN)的构造方法,以层次整数神经网络为例,重点考察有限环上算术运算及 Euclid 算法的 HICNN 的结构运算特性,通过该层次广义同余网络学习,可以得到无误差的计算结果,并保持神经高度并行的特点,因而实现同余运算的实时处理。

参考文献

1 靳蕃编著. 神经计算智能基础原理方法, 成都: 西南交通大学版社, 2000.

(责任编辑: 黎贞崇)