

# 计算机图形学中思维工具的方法论

## Methodology on Thinking Tools of Computer Graphics

卢 冰

Lu Bing

(广西大学 550 信箱 南宁 530004)

(P. O. Box 550, Guangxi University, Nanning, 530004)

**摘要** 结合计算机图形学的具体问题, 论述哲学方法论若干基本原理对技术学科发展的影响。指出合谐性原理、简单性原理等一般方法论在技术学科研究中仍具有指导作用。详细讨论数学方法、信息论方法与计算机图形学的密切关系及其在图形学研究中的新含义。

**关键词** 计算机图形学 方法论 哲学 思维

中图法分类号 TP 391.41

**Abstract** We combine the concrete problems in computer graphics to discuss the influence of some basic principles in philosophic methodology on the development of technology sciences. The general principles in philosophic methodology, such as harmony and simplicity, are still play a role of guidance in technology sciences. The affinity among mathematical methods, methods of information theory and the computer graphics as well as the new meaning of these methods on the research of computer graphics were discussed in details.

**Key words** computer graphics, methodology, philosophy, thinking

在科学发展的历史中, 人类在执着地探索自然奥秘的同时总是不断对探索过程本身进行反思, 从而上升到方法论的研究, 并反过来指导科学研究活动。可以说方法论的研究, 贯穿于整个人类科学活动的历史之中。早在古希腊时代, 科学和哲学巨匠们就开始思考这样的问题, 并且得出一些十分朴素然而又行之有效的原则, 尽管他们在进行科学方法论探索的时候更侧重于对自然现象的哲学思考。例如, 毕达哥拉斯 (Pythagoras 前 584~前 497) 由于发现了音乐的和谐与数学比例的对应关系进而猜想“全宇宙也是一个数, 并应是一个乐调”<sup>[1]</sup>, 数学的和谐性这一信念成为后来西方科学美学的源头, 对天文学、物理学、化学以及数学本身有着深远影响。欧几里德 (Euclid 前 3 世纪) 关于几何学的演绎系统直接影响到后来罗巴切夫斯基 (1793~1856) 非欧几何的发现。而阿基米德 (Archimede 前 287~前 212) 对几何学公理化方法研究思想及其向静力学的推广则直接影响到牛顿 (Newton) 的力学三大定律。事

实上牛顿在其《自然哲学之数学原理》中就是把三大定律当作不言自明的公理来处理的<sup>[2]</sup>。类似这样的方法理论还有很多，它们在科学的发展中起到过巨大的推动作用。而其中一些方法则成为探索自然的一种世界观，成为从事科学活动的一种信念。

计算机图形学从60年代诞生之初到现在才近50年的历史，而它从发展并走向成熟则是近20年的事。尽管如此，它一样存在方法论的问题，幸运的是，早在70年代初期，这一领域的开拓者们就开始注意到这一工作，对方法论问题进行了较为系统的研究<sup>[3]</sup>。他们的工作主要集中在具体学科的方法、标准及规范的探讨，属于方法论三个层次的“个别方法”，然而这些无疑对最近20年计算机图形学的发展起到了很好的推动和指导作用。本文根据对这一领域一些个案的分析，进一步探讨计算机图形学中思维过程理论工具的方法论问题。下面只就哲学方法、数学方法、信息论方法、控制论方法和系统论方法5种方法<sup>[4]</sup>中的前3个方法进行论述。

## 1 计算机图形学简介

根据 E. A. Warman, E. Hermans 及 K. Bao 的定义：计算机图形学是利用计算机处理人类所能看见的图景的一切手段和方法的集合<sup>[5]</sup>。齐东旭<sup>[7]</sup>关于图形学的定义则更具有哲学意味：图形学是研究数与形转化的科学。广义地看，它涵盖图形学、图像处理、计算机视觉和模式识别等领域。狭义来看，它研究的内容包括基础算法（如画线、填充、裁剪、求交等），计算几何造型（曲线、曲面的数学表示及设计等），实体造型（场景的计算机存储及处理），明暗处理（光源描述、材质描述、光照模型等）等内容。在这些基本算法的基础上相继发展了计算机动画、科学可视化、虚拟现实等崭新的应用领域。

## 2 哲学方法论

图形学是信息科学的分支之一。信息科学所研究的对象——信息与材料和能量一起是构成系统的三大要素。它与其他同类学科如控制论、系统论的产生，“可以说是从方法论方面体现了现代自然科学变革的特点：从分析、解剖和解释世界的某种物质结构和某种运动形式，过渡到综合、合成和控制许多种物质结构和许多运动形式及其变化的过程，并深入到复杂的有机生命过程和社会领域”<sup>[6]</sup>。信息科学尽管有着自己的方法论特征，从形而上的观点来看它仍属于自然科学范畴。它所研究的对象——信息是客观存在的事物，并且根据 Shannon 的信息理论，信息是可度量的。

从形而下的观点来看，根据 E. A. Warman, E. Hermans 及 K. Bao 的定义，图形学所涉及的内容仍是人所能看到的图景。虽然，发展到今天的科学可视化和虚拟现实所展现的不一定是人所能实际看到的图景，如文献<sup>[6]</sup>建立了相对论环境下运动物体的视觉效果<sup>[7]</sup>，这是在目前情况下人类无法亲眼“看见”的。以后随着科学技术的发展和人类本身的进化，能否以光速运动不得而知，但所描绘的对象仍是以物理世界（宇宙）作为背景。另一方面，从图形学研究的手段来看，则更接近实验科学。因为它也是直接从其它科学的实验数据（如从地质勘测或医学设备得到）出发，采用信息科学的一般处理方法作为研究的手段，它与其它信息科学分支不同之处在于，它最终的信息输出流主要以图形图像的方式呈现，以提供输出信息的视觉通道理解。

从以上简略的分析可以看出，计算机图形学同样应该遵循自然科学的哲学方法论。下面

用一些具体的例子来对哲学方法论中两个古老而又常新的原理进行印证。

## 2.1 和谐性原理

认为自然万物和谐地包容于宇宙之中，是上升到哲学高度抽象出来的最古老、最基本也是最简单的信念之一，这就是所谓的和谐性。从古希腊的毕达哥拉斯的数学和谐性假说，到开普勒时代（1571~1630）对行星运动和谐性的追求，以及今天物理学家统一四大力学的努力，都说明这种思想在科学界影响的深远与持久。图形学尽管是一门偏重技术的信息学科，但它的许多成果无不渗透着这一科学哲学理念的思想光芒。从总体来说，图形学最终呈现给使用者的图像就是一个和谐的整体。一幅颜色稀奇古怪，形状乱七八糟的图案显然是没有什么价值的，因为它很难提供什么有用信息。另外在自由曲线曲面造型中，特别强调曲面光滑性质，一方面是 CAD 设计本身的要求，另一方面也是造物本身和谐性的表现。在这里我们仅给出分形图形里的一个简单例子。

所谓分形，就是具有分数维数的形体，人类直觉能认识的维数是一、二或三维。但类似于英国海岸线的形状，采用不同尺度进行测量，其长度是不一样的，当测量单位逐步变小时，海岸线会变成无限长，显然不符合整数维经典几何的构架，这就产生了分数维。相对于计算几何侧重于描述规则和光滑物体，分形几何则更适于描述更复杂的客观世界。分形的和谐性体现在它所描述形体的自相似性，即它任意精细的局部都与其整体相似。下面我们讨论一下 Cantor 三分集在平面上的推广。

给定一个正方形，把它分成 9 等分（即 9 个小的正方形），去掉中间的正方形，然后对余下 8 个小的正方形作相同的操作，这个过程一直重复下去，即得到一个分形图（图 1），图 2 则是推广空间情形的分形图。

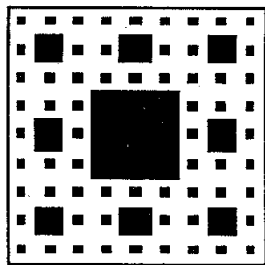


图 1 二维 Cantor 集分形图<sup>[7]</sup>

## 2.2 简单性原理

简单性是自然给予人类的又一慷慨馈赠。马赫（Mach 1838~1916）从科学活动本身总结出所谓的思维经济原理。他认为科学本身可以看成是一个尽可能用最少的思维最全面地描述事实的极小值问题。爱因斯坦（Einstein 1879~1955）则进一步发

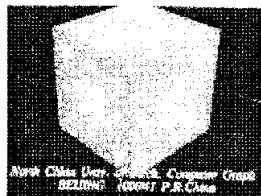


图 2 三维 Cantor 集分形图<sup>[7]</sup>

展了这一思想。他不但认为思维本身需要简单性原理，而且理论的逻辑结构本身也同样具有简单性。虽然逻辑上简单的东西不一定是真实的东西，但真实的东西一定是简单的，也就是说科学理论简单性与客观真实性之间存在统一性。这已经为众多的科学理论所证实<sup>[2]</sup>。这里以一种纹理生成方法为例来说明。纹理是进行真实感绘制的一种有效方式。具体地说就是把待绘制的物体表面颜色拍摄下来成为一幅图像，或者直接用计算机生成。绘制时再把图像映射到相应的物体表面，从而免去复杂的颜色计算过程。文献<sup>[8]</sup>给出了一种织物纹理的生成方法。

对给定的一幅图  $P^0(N \times N$  矩阵)，对于任意  $k$  记  $P_{i,j}^k = \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix}$ ，从第  $n$  次到第  $n+1$  次的迭代公式为： $P_{i,j}^{n+1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} P_{i,j}^n \pmod n, i, j \in \{0, 1, 2, \dots, N-1\}$ ，此式用于确定旧图像中的点在新图像的位置（即行和列的序号）。经过若干次迭代后，就可以得到有序的织物纹理图，图 3

是用这一方法得到的结果。从上面的描述可以看出所用到的数学内容是非常简单的,然而生成的图像却有着逼真的效果,事实上所生成纹理的规则性与上述用到的二阶 Anold 矩阵的性质有着密切的联系。可以说,在研究复杂系统时,经常地从简单方面考虑往往会有意想不到的收获。

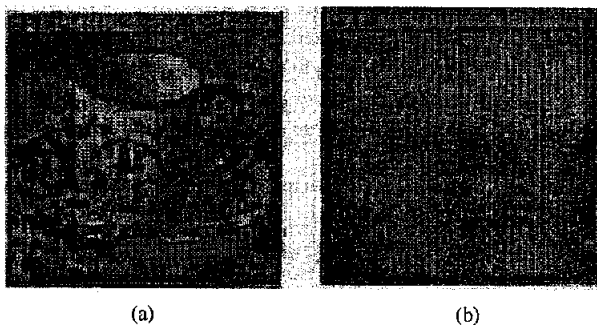


图 3 织物纹理图<sup>[8]</sup>

(a) 原始图像; (b) 生成的织物纹理图。

### 3 数学方法

#### 3.1 传统意义

数学是所有自然科学的基础。马克思认为一种科学只有在成功地运用了数学之后,才算达到了完善的地步。数学作为科学研究工具,其作用表现在 3 个方面:其一是作为科学抽象的工具,其二是计算的工具,最后是作为定量描述客观规律的工具。计算机图形学与数学密不可分,首先它需要用计算几何对所要显示的对象及场景进行建模(如光照模型、对象的光学属性等),实际上是抽象的过程。对于某些学科,可能到此为止,但在图形学时,必须把三维物体投影到二维平面上进行显示,这是一个线性变换的过程,同时还要根据光照模型求出物体表面每一点的颜色值,等等。这些都可归为计算的过程。

#### 3.2 新的特征

图形学由于它的工程性质,在使用数学来作为抽象工具时有其特殊的一面。这就是本文着重讨论的抽象模型的过程化。

这里的过程化有两方面的含义。其一是,问题求解过程的算法化,这是采用计算机解决问题所具有的普遍特征。即,输入数据与输出数据之间没有明确的数学函数描述,而是通过指定具体的操作步骤来建立两者的对应关系。可以说这是一种更广义的“函数”——映射。在数学和物理学领域大量存在这样的情况。比如数学的机械化方法,物理学的混沌现象等等。另一层含义是指所描述对象的过程化定义,这即使不是计算机图形学所特有,也是比其它学科更突出的地方。还是拿几何造型来说,最初主要用有理参数多项式曲线来描述物体,这除了便于自由造型及物体的性态研究外,还因为它建立了参数与图形三维空间点之间的可用简单的数学表达式描述的关系。但后来,为了具有更强的表达能力而引进了许多过程化的对象描述。例如,用于表示云、火、树、雾等自然景观的 L 系统,还有与之相近的函数迭代系统就是通过指定简单的迭代公式和规则来描述物体的<sup>[5]</sup>。另外还有过程化纹理描述。此外下面讨论的可用于描述光滑曲线和曲面的方法——子分模式,由于具有良好的多尺度特性也越来越受到重视。这是过程化建模的典型例子。

所谓子分方法,简单地说,是对任意粗糙的网格(即空间上的一系列点及其联接关系),根据一个静态或动态的递推公式,在原来网格的基础上,生成更密的网格,不断重复下去,可以得到具有一定光滑程度的曲线或曲面,图 4 给出了对四面体分别采用蝶形子分模式及其改进模式<sup>[9]</sup>所产生的子分曲面。

可以预计,随着计算机性能的不断提高及非线性科学包括复杂系统研究的深入,过程化

方法会得到越来越普遍的运用。

#### 4 信息论方法

第二次世界大战以后，由于控制论和计算机的诞生以及通讯技术的蓬勃发展推动了不同学科的科学工作者对信息问题展开研究，正是在这个时期 Shannon 建立了信息论科学。迄今信息论已经成为一门综合性的方法论性质的学科。现在我们所说的信息论方法是用信息观点来考察控制系统的行为功能结构；从信息的获取、转换、传输和贮存过程来研究控制系统的运动规律。

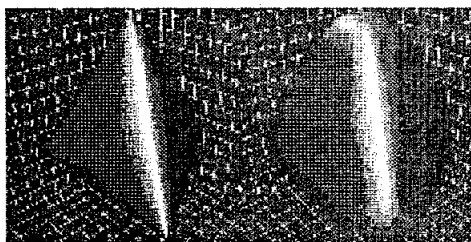


图4 蝶形子分曲面及其改进<sup>[9]</sup>

图形学是研究现实场景计算机显示的科学。模型一旦确定，剩下的工作主要用计算机进行处理。因此图形学最终是一门信息科学，只不过它的输出信息不是普通的文字而是图形图像。从信息获取到图形显示整个是信息处理的过程，可以说图形学中所采用的方法就是信息论方法。例如，按照信息科学的规律，信息处理的任何环节都可能造成信息丢失。在图形学中就特别注意这个问题，因为信息丢失后产生的图形图像会导致失真（走样），旨在矫正各种失真的反走样技术是图形学的重要内容。可以说，图形学中对信息论方法的运用是内含的或者说是必然的不自觉的。下面给出医学图像配准的方法，则是有意地以信息理论作为工具来解决图形学问题的典型例子。

所谓多模匹配是指，医学诊断中采用核磁共振和 CT 等不同医疗设备获取的数据，由于它们反映不同的病理特征，诊断时需要综合起来考虑，因此必须先作配准工作。用数学语言来描述就是，对给定的三维空间函数  $u(\bar{x})$  和  $v(\bar{x})$ ，其中  $\bar{x}$  是三维空间中的点。问题是要找到一个仿射变换  $T$ ，使得  $u(\bar{x}) = v(T\bar{x})$ ，由于只能获取离散数据且又是不同模的，当然不可能有精确相等的变换。但可以想象它们既然是同一个物体的数据，应该具有一些共同的信息，比如相同的位置其概率密度分布应该相同。如果能建立准则，判别什么情况下变换之后与具有最大的相同信息（互信息），则此变换即可作为配准变换。William M. Wells III 定义如下式子来进行信息测度<sup>[10]</sup>：

$$I(u(\bar{x}), v(T\bar{x})) \equiv h(u\bar{x}) + h(v(T\bar{x})) - h(u(\bar{x}), v(T\bar{x})).$$

其中， $h(t) = - \int p(t) \ln p(t) dt$  与物理学中熵的形式相同，而两个随机变量的联合熵为  $h(t, s) = - \int p(t, s) \ln p(t, s) dt ds$ ， $p(\cdot)$  为概率密度。于是问题归结为求  $T$  使  $I$  达到最大。

从这个例子可以看出问题完全转化成了信息理论的描述，它并不是偶然的，而是反映配准问题与信息处理的深刻联系，即无论是什么样的设备获取的数据，它们都会在一定程度上反映数据源——器官的同样的信息。这类问题在计算机图形学中是相当普遍的，比如计算机视觉中的图像识别，模式识别中的几何形状匹配，CAD 中的组装等问题。需要指出的是，尽管信息的量化表述与物理学中的熵有相同的形式，但在物理学中，熵增加反映的是从有序到无序的转化，而信息量的增加，则是趋于有序的表现。

#### 5 结语

计算机图形学及其相关学科正在蓬勃发展之中，正如潘云鹤院士在 ChinaGraph 1998 开

幕式上所说的：“一个新兴的工业——图形工业即将诞生”。鉴于这种形势，本文探讨计算机图形学中理论工具的方法论问题，以期为图形学的研究提供哲学基础。通过一些个案，分析了图形学哲学方法论的简单性与和谐性原理、数学方法的抽象模型过程化原则以及信息论方法的被动及主动运用。事实上在哲学、数学及信息论各个层面，还有大量的方法论内容可供研究，另外，控制论和系统论的手段在图形处理中也是大放光彩，限于时间和篇幅本文也没有论及。本文仅粗浅地讨论了计算机图形学中的方法论问题，感兴趣的读者可在这一方面继续深入研究，以便使我们的科学工作从盲目的必然王国走向方法论高度的自由王国。

### 参考文献

- 1 毕达哥拉斯. 形而上学. 13.
- 2 孙世雄. 科学方法论的理论和历史. 北京：科学出版社，1989. 316.
- 3 Warman E A, Hermans E, Bao K. Computer graphics a projection for future. Methodology in Computer Graphics, edited by Guedj R A, Tucher H A, north-holland, 41~48.
- 4 吴元木梁. 科学方法论基础. 北京：中国社会科学出版社，1984.
- 5 齐东旭. 分形及其计算机生成. 北京：科学出版社，1996.
- 6 周怀珍. 信息方法的哲学分析. 见：哲学研究编辑部编. 科学方法论文集. 湖北：湖北人民出版社，1981. 65~481.
- 7 李江. 基于狭义相对论的光线跟踪算法. 计算机学报，1998，21（9）：800~806.
- 8 徐迎庆，刘慎权，齐东旭. 织物纹理的计算机生成技术. 软件学报，1998，9（6）：409~413.
- 9 Denis Zorin, Peter Schroder, Wim Swedens. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1996, 189~192.
- 10 William M, Wells III, Paul Viola et al. Multimodal volume registration by maximization of mutual information. Medical Image Analysis, 1996, 1（1）：35~51.

（责任编辑：邓大玉）