

经典 Ramsey 数 $R(5, 14)$ 的下界

A Lower Bound of Classical Ramsey Number $R(5, 14)$

苏文龙
Su Wenlong

罗海鹏
Luo Haipeng

(广西梧州一中 梧州 543002)
(Wuzhou No. 1 Middle School
of Guangxi, Wuzhou, 543002)

(广西科学院 南宁 530031)
(Guangxi Academy of
Sciences, Nanning, 530031)

尤之述

You Zhishu

(长沙交通学院 长沙 410076)

(Changsha Jiaotong Institute, Changsha, 410076)

摘要 研究素数阶循环图的一些性质, 得到一个 Ramsey 数新的下界: $R(5, 14) \geq 182$.

关键词 Ramsey 数 下界 素数阶循环图

Abstract Some characters of prime order cyclic graph were studied, and a new lower bound of Ramsey number $R(5, 14)$ was obtain.

Key words Ramsey number, lower bound, prime order cyclic graph

中图法分类号 O157.5

1930年, 英国科学家 F. P. Ramsey 发现一个定理^[1], 揭示了“不可能有完全的无序”这深刻的自然规律而引起人们浓厚的兴趣, 发展成为图论、组合数学和离散数学的核心内容——Ramsey 理论, 在现代数学中产生了深远的影响, 并在计算机科学、通讯工程学和决策科学等许多学科的实际问题中有着广泛的应用。

确定 Ramsey 数是 Ramsey 理论的核心问题, 这是世界著名的数学难题。经过各国数学家 60 年的努力探索, 迄今为止算出来的 Ramsey 数仅有少数几个。1990 年澳大利亚的 B. D. McKay 和我国的张克民采用穷举法, 借助于高速电子计算机连续运算了 1 个月, 证明了 $R(3, 8) = 28$ ^[2], 这是迄今已知的第 9 个不平凡的 Ramsey 数。随着 Ramsey 数的增大, 采用这种方法的运算量将呈指数级的增长, 所需要的运算时间是人们难以接受的。因此近年来各国学者主要用各种方法借助计算机对一些具体的 Ramsey 数给出估计^[3]。其中较常用的是沿用文献 [4] 于 30 年前倡导的方法研究一般的循环图, 得到一些 Ramsey 数的下界^[5, 6]。但这种方法在产生参数时存在一定的随机性, 运算效率不高, 很难取得太大的进展。有鉴于此, 我们尝试一个新的方法^[9], 研究了素数阶循环图的一些性质, 利用平移、旋转和对称等手段有效地改进了产生参数

的方法,提高了运算效率,得到了一个经典的 Ramsey 数 $R(5, 14)$ 的新的下界。

给定素数 p , 记 $Z_p = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$, 选定一个参数集合 $S \subset \{1, 2, \dots, (p-1)/2\}$, 设图 G 的顶点集 $V_G = Z_p$, 两个顶点 x 和 y 相邻当且仅当 $\min\{|x-y|, p-|x-y|\} \in S$. 我们称图 G 为 p 阶循环图并记为 $G(S)$.

我们据此构造了一个 $p=181$ 阶循环图, 其参数集

$S = \{1, 2, 9, 11, 12, 16, 18, 19, 22, 24, 31, 32, 35, 37, 39, 42, 46, 52, 56, 59, 63, 69, 73, 74, 75, 77, 78, 81, 84, 89\}$

我们在计算机上验证了: 在如前定义的 $p=181$ 阶循环图 $G(S)$ 中既不含 5 点团 K_5 , 也不含 14 独立点集 K_{14} . 由这个结论并据著名的 Ramsey 定理, 我们就证明了

定理1 $R(5, 14) \geq 182$.

这个结论填补了文献 [3] 的空白.

参考文献

- 1 F P Ramsey. On a Problem of formal Logic. Proc. London Math. Soc 2nd Ser, 1930, 30: 264~286.
- 2 B D McKay and Zhang K M. The value of the Ramsey number $R(3, 8)$. J. Graph Theory, 1992, 16 (1): 99~105.
- 3 Stanislaw P R. Small Ramsey numbers, RIT-TR, 1993, 1: 2~3.
- 4 J E Graver and J Yeckel. Some graph theoretic results associated with Ramsey's theorem. J. Comb. Theory, 1968, 4: 125~175.
- 5 Geoffrey Exoo. A lower bound for $R(5, 5)$, J. Graph Theory, 1989, 13 (1): 97~98.
- 6 王清贤, 王攻本. Ramsey 数 $r(3, q)$ 的新下界. 北京大学学报(自然科学版), 1989, 25 (1): 117~121.
- 7 宋恩民, 董向锋, 许如初. 求 Ramsey 数下界的循环巧妙图搜索算法研究. 应用数学, 1995, 8 (4): 424~428.
- 8 谢继国, 张忠辅. 经典 Ramsey 数 $R(5, 9)$ 和 $R(5, 10)$ 的下界. 科学通报, 1996, 41 (20): 1918~1919.
- 9 Su Wenlong. The estimation of lower bounds about some Ramsey number $R_n(3)$ and $R_n(4)$. 广西科学, 1996, 3 (3): 4~7.

欢迎订阅1998年《广西科学院学报》

《广西科学院学报》是广西科学院主办的自然科学综合性刊物, 主要刊登广西科学院、广西区内各大专院校和科研单位的自然科学领域中具有一定理论水平和实践价值的学术论文、科研成果报告和科研管理经验等。主要读者对象是广大科技工作者、大专院校师生和科技管理干部等。

《广西科学院学报》为季刊, 16开本, 48页, 国内定价(含邮费): 每期2.5元, 全年10元; 国外定价: 每期2.5美元, 全年10美元。《广西科学院学报》1982年创刊, 欢迎广大读者订阅。(《广西科学院学报》尚有部分过刊, 每册工本费及邮费2元)。订阅《广西科学院学报》请将书款汇到广西科学院学报编辑部: 广西南宁市江南路西一里20号广西科学院; 收款人: 邓大玉; 邮码: 530031; 电话: (0771) 4830135 (转帐 开户名称: 广西科技期刊编辑学会; 开户行: 广西南宁市江南建行; 帐号: 2072386)

广西科学院学报编辑部

1997年7月25日