

⑭ 水轮机主轴横向振动分析的有限单元法

86-93

韦日钰
(广西计算中心)

TK730.321

摘 要 针对三支点双悬臂、三支点单悬臂及二支点双悬臂水轮机主轴，分别建立了相应的有限元振动分析模型，导出了相应的振动分析方程，并采用逆迭代法求解主轴的第一阶自振频率，本方法已在计算机上实现。计算结果表明，本文方法精度高，程序运行可靠。

关键词 水轮机主轴 振动 有限单元法 分析

1 前言

水轮机主轴的振动是设计主轴时要考虑的一个重要问题。由于水轮机转速较低，主轴的共振只可能发生于其第一阶自振频率附近，相应的主轴转速称为临界转速。对主轴振动分析，要求出其临界转速。

主轴是一根阶梯轴，受力较复杂，精确计算其临界转速，工作量很大。传统的方法一般将主轴简化为等截面梁处理，通过查诺模图求出临界转速，以减少计算工作量。这种方法的缺点是精度低。为了提高精度，也有将主轴当作变截面梁处理，采用图解法求解主轴临界转速。但图解法的工作量大，不便于计算机实现。

为此，本文引入有限单元法，借助于微型计算机，有效地解决了主轴的横向振动分析问题。

2 振动分析模型

装配于主轴上随主轴一起运动的水轮机转轮、发电机转子及励磁机转子等部件，它们的刚度比轴本身的刚度大得多，因而将它们作为集中质量处理。主轴则作为一根带质量的变截面梁处理。根据支承方式不同，主轴的横向振动分析模型，可分为如下三种：

2.1 三支点双悬臂主轴振动分析模型，如图1所示，图中，

- m_1 —— 主轴法兰集中质量
- m_2 —— 发电机转子集中质量
- m_3 —— 励磁机转子集中质量
- m_4 —— 水轮机转轮集中质量

2.2 三支点单悬臂主轴振动分析模型，如图2所示。图中，

- m_1 —— 发电机转子集中质量
- m_2 —— 主轴法兰集中质量
- m_3 —— 水轮机转轮集中质量

2.3 二支点双悬臂主轴振动分析模型, 如图 3 所示。图中, m_1 、 m_2 、 m_3 分别为作用于轴上的三个集中质量。

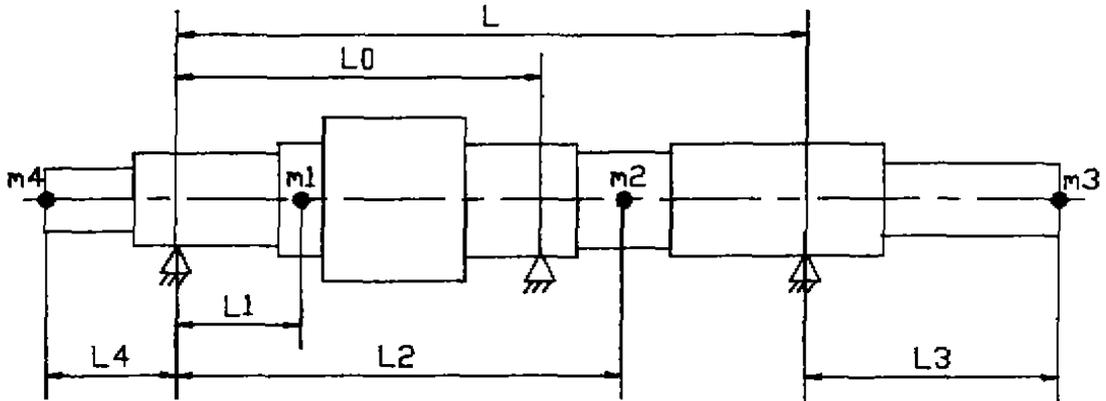


图 1 三支点双悬臂主轴振动分析模型

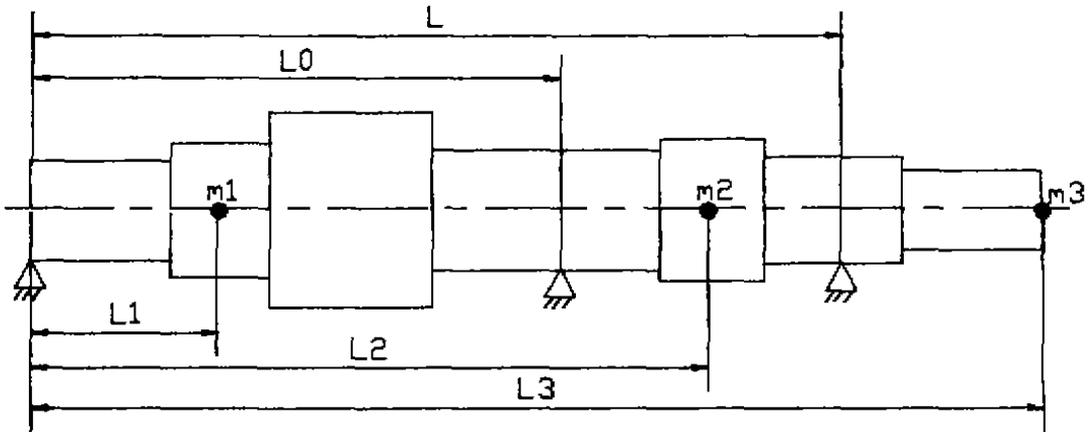


图 2 三支点单悬臂主轴振动分析模型

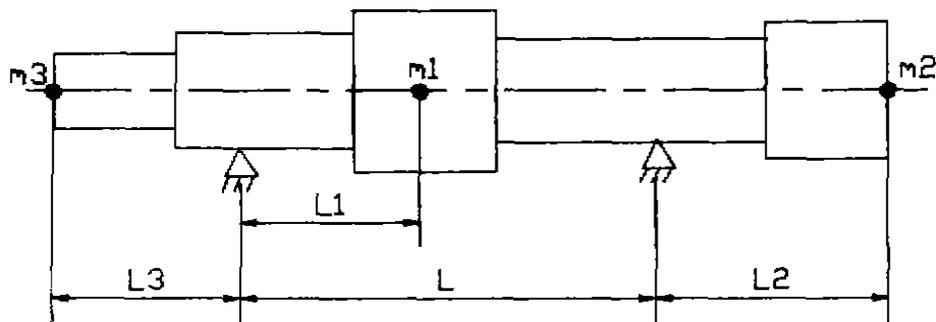


图 3 二支点双悬臂主轴振动模型

3 单元刚度阵及单元质量阵

把主轴划分为若干个等截面的梁单元, 第1单元的长度及内、外径分别 l_i 、 d_i 、 D_i , 单元左、右节点的横向位移和转角分别 V_1 、 θ_1 和 V_2 、 θ_2 , 如图4所示。

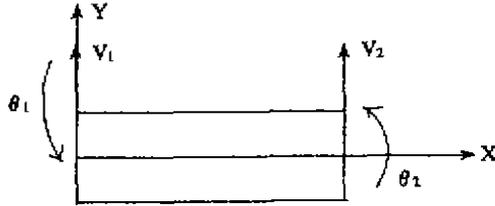


图4 主轴单元

为了用四个节点位移 V_1 、 θ_1 和 V_2 、 θ_2 来表示梁单元的变形形状, 假设该单元的变形为下列幂级形式:

$$y(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 \quad (1)$$

边界条件为

$$\left. \begin{aligned} y|_{x=0} = V_1, \quad y'|_{x=0} = \theta_1 \\ y|_{x=l_i} = V_2, \quad y'|_{x=l_i} = \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将式(1)代入式(2)经过适当推导可得出与梁单元 i 的位移向量 $\{f_i\} = \{V_1, \theta_1, V_2, \theta_2\}$ 相应的单元刚度阵及单元质量阵如下:

$$[k_i] = \frac{EJ_i}{l_i^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_i & -12 & 6l_i \\ 6l_i & 4l_i^2 & -6l_i & 2l_i^2 \\ -12 & -6l_i & 12 & -6l_i \\ 6l_i & 2l_i^2 & -6l_i & 4l_i^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[m_i] = \frac{PA_i}{420} \begin{bmatrix} 156l_i & 22l_i^2 & 54l_i & -13l_i^2 \\ 22l_i^2 & 4l_i^3 & 13l_i^2 & -3l_i^3 \\ 54l_i & 13l_i^2 & 156l_i & -22l_i^2 \\ -13l_i^2 & -3l_i^3 & -22l_i^2 & 4l_i^3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中, $J_i = \frac{\pi(D_i^4 - d_i^4)}{64}$ 为单元 i 截面惯性矩

$A_i = \frac{\pi}{4}(D_i^2 - d_i^2)$ 为单元 i 的截面积

E, ρ —— 分别为主轴的弹性模量和比重

4 总刚度阵及总质量阵

对于水轮机主轴来说,其单元的局部坐标系和全局坐标系是一致的,因此,由(3)、(4)计算出各单元的刚度阵和质量阵后,不需经过坐标变换,直接将各单元的刚度阵按总位移向量扩展后迭加即得总刚度阵[K],而将各单元的质量阵按总位移向量扩展后与作用在轴上的各集中质量阵相迭加即得总质量阵[M].

5 主轴临界转速的计算

求出主轴的总刚度阵[K]和总质量阵[M]后,可由以下方程式求解主轴的自振频率 ω :

$$[K]\{A\} = \omega^2 [M]\{A\} \quad (5)$$

其中 $\{A\}$ 为振型向量。

由于水轮机转速较低,主轴的共振一般发生于第一阶自振频率附近,因此只需求出主轴的第一阶自振频率,即可知道主轴在设计转速下是否发生共振。我们采用迭代方法求解方程(5)迭代格式如下:

$$[K] \frac{1}{\omega^2} \{A\}^{i+1} = [M]\{A\}^i \quad (6)$$

其中 $\{A\}^i$ 和 $\{A\}^{i+1}$ 分别为第*i*第*i+1*阶振型向量。

将一个猜测的初始振型向量 $\{A\}^0$ 代入式(6)中右边,就可解出 $\frac{1}{\omega^2} \{A\}^1$;再将 $\{A\}^1$ 代入式(6)的右边,解出 $\frac{1}{\omega^2} \{A\}^2$,依次进行迭代,直至收敛。其中 $\{A\}^i$ 是按首项元素规一化的振型向量,而 $\frac{1}{\omega^2}$ 则是由于规一化而提出的因子。

迭代收敛准则:设 ω_{i-1}^1 、 ω_i^1 分别为第*i-1*和第*i*次迭代求出的主轴自振频率,则当 $|\omega_i^1 - \omega_{i-1}^1| \leq \varepsilon$ (ε 为预先给定的正数)时,停止迭代, ω_i^1 即为所求的第一阶自振频率,相应的主轴临界转速 $n_r = \frac{30}{\pi} \omega_i^1$ 。

初始振型向量 $\{A\}^0$ 的确定:为加快迭代收敛速度,并使迭代收敛到正确解, $\{A\}^0$ 应与主轴的第一阶振型基本一致。根据振动分析模型的不同,主轴第一阶振型分别如图5~7所示。

图5 三支点双悬臂主轴第一阶振型

图6 三支点单悬臂主轴第一阶振型

图7 二支点双悬臂主轴第一阶振型

6 程序实现

综上所述, 得主轴振动分析的程序流程如图 8 所示。

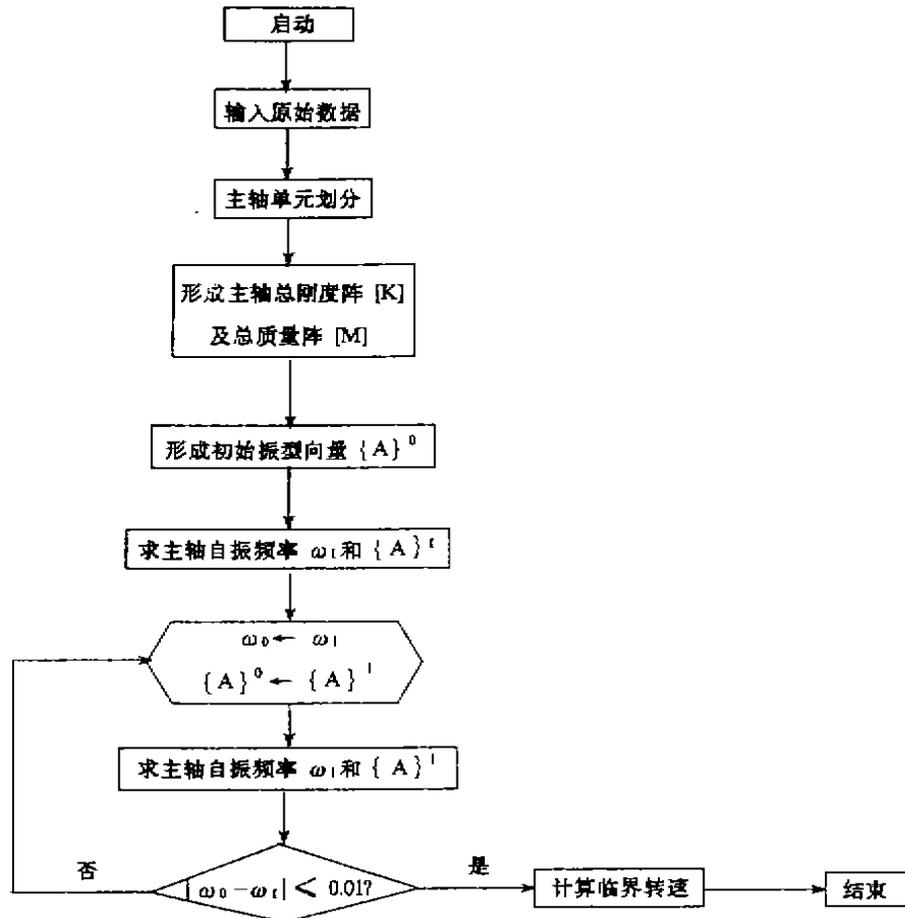


图 8 程序流程图

图 8 中, 水轮机主轴单元划分是由程序自动进行的, 从而减少了数据准备的工作量, 主轴单元划分原则如下:

若某等截面轴段内无集中质量或支承, 则该轴段作为一个单元处理; 若某轴段内有集中质量或支承, 则以该集中质量或支承所在位置为界, 将该轴段分为两个单元处理。

7 计算实例

7.1 HL220-WJ-50A 水轮机主轴横向振动分析

该主轴结构及尺寸如图 9 所示。

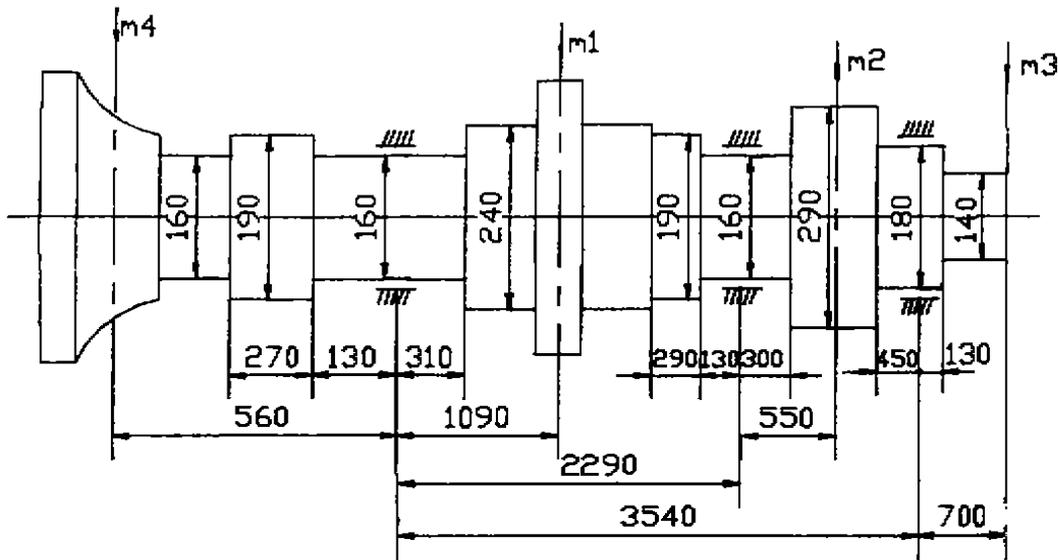


图9 HL220-WJ-50A 主轴

它是一根三支点双悬臂实心阶梯轴。弹性模量 $E=2.1 \times 10^4 \text{ kg/m}^2$ ，比重 $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。飞逸转速为 1679 r/min 。作用在轴上的集中质量为： $m_1=1608.4 \text{ kg}$ ， $m_2=1436 \text{ kg}$ ， $m_3=140 \text{ kg}$ ， $m_4=74.8 \text{ kg}$ 。

表1为有限元振动分析结果，并与图解法计算结果进行了比较。由表可见，两种方法得出的第一阶自振动频率误差仅为1.3%，说明本文方法是正确的。

表1 HL 220-WJ-50A 主轴振动分析结果

方法	第一阶自振频率	临界转速 (r/min)	安全系数
有限元法	269.4	2573	1.533
图解法	272.7	2604	1.55

7.2 Z D560A-275 水轮机主轴横向振动分析，其结构及尺寸如图10所示。

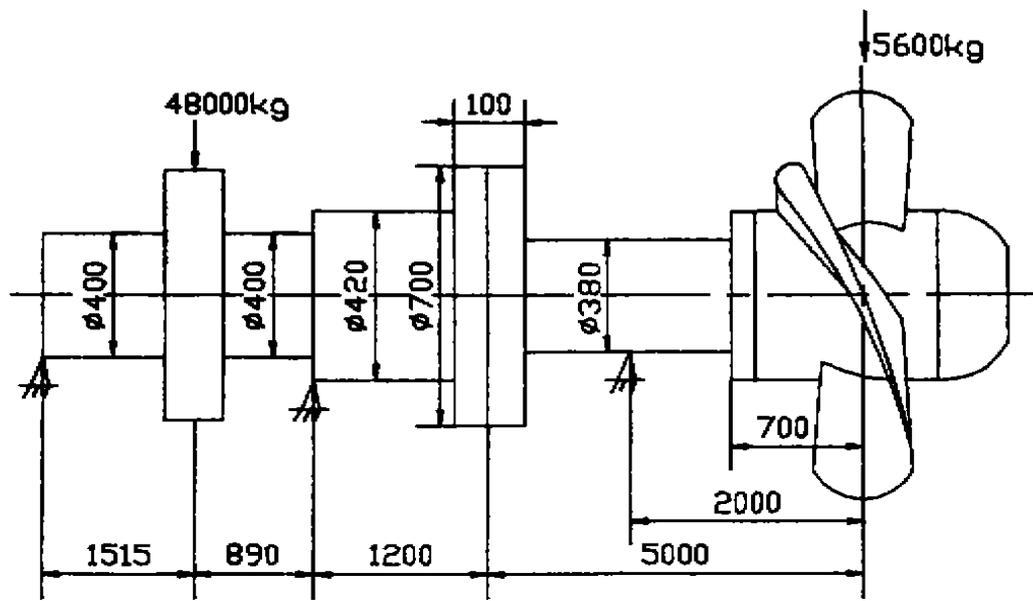


图 10 ZD560a-LH-275 水轮机主轴

这是一根三支点单悬臂实心阶梯轴，弹性模量及比重分别为 $2.1 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2$ 和 $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ，作用在轴上的集中质量为： $m_1 = 48000 \text{ kg}$ ， $m_2 = 0$ ， $m_3 = 5600 \text{ kg}$ 。

计算得出该轴第一阶自振频率及临界转速分别为 68.5、654.2r/min。

8 结束语

采用有限单元法进行水轮机主轴横向振动分析，精度高，便于程序实现。且由于主轴单元划分由程序自动进行，只要输入主轴的结构尺寸、材料性能及集中质量即可进行分析计算，使用方便。本文方法已嵌入 TGCAD 水轮发电机组计算机辅助设计系统中，作为 TGCAD 系统的一部分，在实际应用中，取得了较好效果。

9 参考文献

- 1 天津电气传动研究所，水轮机设计与计算，科学出版社，1976。
- 2 哈尔滨大电机研究所，水轮机设计手册，机械工业出版社，1976。
- 3 大连理工大学工程力学研究所，计算结构动力学，讲义。
- 4 钟万镒，计算结构力学微机程序设计，水利电力出版社，1986。

Bending Vibration Analysis for Driving Shafts of Water Turbines by a Finite Element Method

Wei Riyu

(Computer Center of Guangxi)

Abstract For the water turbine driving Shafts with three simple supports and two cantilevers, and three simple supports and single cantilever, as well as two simple supports and two cantilevers, this paper establishes their finite element analysis models of bending vibration. And relevant vibration analysis equations are established. Solving vibration analysis equations with reverse iteration approach, the first free vibration frequencies of driving shafts are obtained. The method presented here has been programmed, Examples show' that this method is highly reliable and accurate.

Keywords vibration, water turbines , finite element , analysis