

车床主传动系统的优化设计

刘长兴 廖琪男

(广西大学) (南宁手扶拖拉机厂)

摘要: 机床变速箱的优化设计,是在已选定的传动方案的基础上,选择合理的设计变量,建立不等式约束、等式约束和目标函数,最后选用最合理的优化方法,上机计算。本文追求的目标函数为各轴中心距之和最小,使用SuMT法,上机计算10~20分钟,优化结果比常规设计所得中心距之和少10%以上。

变速箱是车床的主要部件,它的合理设计对提高机床的质量、降低成本有重要的意义。

变速箱的优化设计,是在已经选定的传动方案(结构式)的基础上,根据具体条件,选择合理的设计变量,建立等式约束和不等式约束条件及按照追求的目标建立目标函数,最后选用最合理的优化方法,上机计算。这样即可用较短的时间,按某种设计指标取得最优化的结果。

下面以主电机功率 $P_{电}=5.5\text{kw}$,公比 $\varphi=1.41$,主轴最高转速 $n_{max}=1400\text{rpm}$,最低转速 $n_{min}=31.5\text{rpm}$ 的车床主轴箱为例,介绍如下:

一、传动方案的确定

车床主传动的一般设计原则是“前多后少,前密后疏”。对于变速级数 $Z=12$ 的主传动,其结构式应为 $Z=12=[3]_1 \cdot [2]_2 \cdot [2]_3$ 。

式中 $[3]$ 、 $[2]$ 、 $[2]$ 表示变速组中传动付的数目。下标1、3、6为级比指数(下同)。

但根据实际情况,为满足离合器的转速要求(700~800rpm)。为了缩短轴向尺寸,选用了 $Z=12=[2]_1 \cdot [3]_2 \cdot [2]_3$ 的结构式。为了不使I—II轴间的径向尺寸过大,在第一变速组安排了一级升速传动。其传动系统图如图1,转速图(作优化过程建模参考)如图2。本设计追求的目标是:通过优化设计,在满足约束的条件下各传动轴中心距之和最小。

二、优化过程中已知量和代数式的确定

1.各轴的传递功率

皮带传动效率 $\eta_1=0.95$;滚动轴承效率 $\eta_2=0.99$;圆柱齿轮传动效率 $\eta_3=0.97$;

$$\eta_{电-I} = \eta_1 \cdot \eta_2^4; \quad \eta_{I-II} = \eta_2^2 \cdot \eta_3; \quad \eta_{II-III} = \eta_2^2 \cdot \eta_3; \quad \eta_{III-IV} = \eta_2^2 \cdot \eta_3$$

$$\text{各轴功率(kw)}; \quad P_{电}=5.5; \quad P_I = P_{电} \cdot \eta_{电-I} = 5.019$$

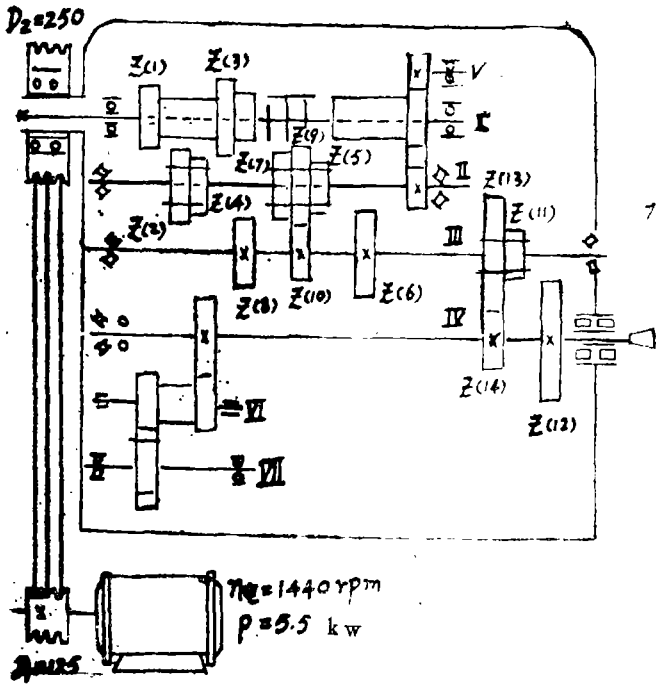


图1 主传动系统图

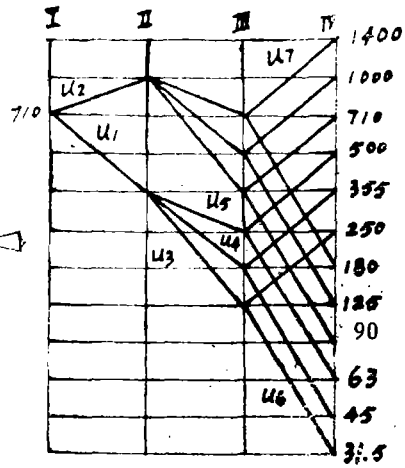


图2 转速图

(作优化过程建模参考)

$$P_{II} = P_I \cdot \eta_{I-II} = 4.772; \quad P_{III} = P_{II} \cdot \eta_{II-III} = 4.536; \quad P_{IV} = P_{III} \cdot \eta_{III-IV} = 4.313.$$

2. 传动比

设 u_1 为第一扩大组的最小传动比, u_2 为基本组的最小传动比……, 如图2。由级比规律可知, 同一变速组的各级传动比成等比级数, 已知公比 $\varphi = 1.41$, 则, $u_2 = \varphi^3 \cdot u_1$; $u_4 = \varphi \cdot u_3$;

$$u_5 = \varphi^2 \cdot u_3; \quad u_6 = \frac{1}{22.4 u_1 u_3}; \quad u_7 = \varphi^6 \cdot u_6$$

3. 各轴计算转速 (rpm)

$$n_{IVj} = 90; \quad n_{IIIj} = \frac{31.5}{u_6}; \quad n_{IIj} = \frac{31.5}{u_3 \cdot u_6}; \quad n_{Ij} = 710$$

4. 各齿轮齿数代数式,

$$\begin{aligned} Z(2) &= z(1)/u_1; & Z(3) &= 1.41^3(1+u_1)z_1/(1+1.41^3u_1); \\ Z(4) &= (1+u_1)z(1)/(1+1.41^3u_1)u_1; & Z(6) &= z(5)/u_3; \\ Z(7) &= 1.41(1+u_3)z(5)/(1+1.41u_3); & Z(8) &= (1+u_3)z(5)/(1+1.41u_3)u_3; \\ Z(9) &= 1.41^2(1+u_3)z(5)/(1+1.41^2u_3); & Z(10) &= (1+u_3)z(5)/(1+1.41^2u_3)u_3; \\ Z(12) &= 22.4u_1u_3z(11); & Z(13) &= 1.41^6(1+22.4u_1u_3)z(11)/(1.41^6+22.4u_1u_3); \\ Z(14) &= 22.4(1+22.4u_1u_3)u_1u_3Z(11)/(1.41^6+22.4u_1u_3). \end{aligned}$$

三、数学模型的建立

1. 选择设计变量

以各变速组最小齿数、最小传动比(第二扩大组除外)、模数作为设计变量。即:

$$X = (X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6), X(7), X(8))^T$$

$$= (Z(1), Z(5), Z(11), u_1, u_2, m_1, m_2, m_3)^T$$

2. 建立目标函数

中心距是衡量齿轮变速系统和重量的综合指标。因此, 可取三个变速组间的中心距之和最小作为追求目标, 即

$$\begin{aligned} \min F(\bar{X}) &= \sum_{p=1}^3 A_p = \frac{m_1(1+u_1)Z(1)}{2u_1} + \frac{m_2(1+u_2)Z(5)}{2u_2} + \frac{m_3(1+u_3)Z(11)}{2u_3} \\ &= \frac{X(6)(1+X(4))X(1)}{2X(4)} + \frac{X(7)(1+X(5))X(2)}{2X(5)} + \frac{x(8)(1+22.4x(4)x(5))x(3)}{2} \end{aligned}$$

3. 建立约束方程

1) 最小齿数约束

三个变速组有三个最小齿数,

$$GX_{(u)} = Z_i - 17 \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$GX_{(1\sim 3)}$ 共三个约束。

2) 模数的约束

根据经验, 模数 $m = 1.75 \sim 5\text{mm}$, 则有:

$$GX_{(u)} = m_i - 1.75 \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$GX_{(u)} = 5 - m_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3$$

$GX_{(4\sim 9)}$ 共六个约束。

3) 传动比约束

对于通用机床, $u_{\min} \geq \frac{1}{4}$, $u_{\max} \leq 2$. 则有:

$$GX_{(u)} = u_i - 0.25 \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$GX_{(u)} = 2 - u_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3$$

$GX_{(10\sim 15)}$ 共六个约束。

4) 三联齿轮齿数差约束

三联齿轮最大齿数与次大齿数差大于4, 此处为保险加大齿数差为5, 则有:

$$GX_{(u)} = Z(9) - Z(7) \geq 5 \quad i = 1$$

$GX_{(11)}$ 为一个约束。

5) 齿轮线速度约束

为了减少振动、噪声和发热, 要求齿轮线速度 $[V] \leq 12\text{m/s}$, 需约束的齿轮有 $Z(3)$,

$Z(2)$, $Z(9)$, $Z(6)$, $Z(12)$, $Z(13)$, 即

$$GX_{(u)} = [V] - \pi m_i z_i n_i / (60 \times 1000) \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 6,$$

式中 $[V]$ 为齿轮极限线速度 n_i 为该齿轮的计算转速。

$GX_{(17\sim 22)}$ 共六个约束。

6) 干涉问题的约束

可能出现干涉现象的情况有 $Z(2)$ 与 III 轴, $Z(6)$ 与 IV 轴, $Z(9)$ 与离合器外壳, 它们之间至少有 2mm 间隙, 则分别有:

$$GX_{(u)} = Ai - 0.5d_i - 0.5m_i Z_i - m_i - 2 \quad i = 1, 2$$

$$GX_{(u)} = A_i - 0.5D_0 - 0.5m_2Z_{(9)} - m_2 - 2 \quad u = 1$$

式中 A_i 分别为Ⅱ-Ⅲ轴, Ⅲ-Ⅳ轴的中心距
 A_i 为Ⅰ-Ⅱ轴的中心距, d_i 为相邻轴直径,

$$d_i = 91 \sqrt[3]{\frac{P_i}{n_{ij}[\varphi]}} \quad (\text{mm})$$

式中 $[\varphi]$ —单位长度扭转角 $[\varphi] = 0.75 \text{ deg/m}$ 。

取 $d_w = 80 \text{ mm}$, D_0 —离合器外壳直径, 取 $D_0 = 85 \text{ mm}$ 。

n_{ij} —某轴的计算转速。

$GX_{(23\sim 25)}$ 共三个约束。

7) 齿轮强度约束

(1) 接触强度

齿轮传动的中心距 A_i 决定于齿面的接触承载能力, 在机床主传动中, 齿轮大多数采用45# 淬火, 齿面硬度在HRC50左右, 在传动比 $0.25 \leq u \leq 2$ 的条件下, 各变速组中心距 A_i 推荐用下式估算,

$$A_i \geq 340 \sqrt[3]{\frac{P_i}{n_{ij}}} \quad (\text{mm})$$

$$\text{即 } \frac{A_i^3 n_{ij}}{39304000} - P_i \geq 0$$

$$\text{由此得 } GX_{(u)} = \frac{A_i^3 n_{ij}}{39304000} - P_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

n_{ij} —要计算的齿轮的计算转速 (rpm)。

$GX_{(26\sim 28)}$ 共三个约束。

(2) 弯曲强度

齿轮模数 m 决定于齿根弯曲承载能力, 对于中小型机床, $m \leq 6$, 当齿轮材料为45# 淬火时, 模数可按下式估算,

$$m_i \geq 32 \sqrt[3]{\frac{P_i}{z_i n_{ij}}} \quad (\text{mm})$$

$$\text{即 } P_{(u)} = \frac{z_i m_i^3 n_{ij}}{32768} \geq P_i$$

由此得

$$GX_{(u)} = \frac{z_i m_i^3 n_{ij}}{32768} - P_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

式中 Z_i —小齿轮齿数, P_i —传递功率。

$GX_{(29\sim 31)}$ 共三个约束。

8) 齿轮的最小尺寸约束

为了保证轮缘的强度, 齿轮的分度圆直径 D_i 应与孔径 d_i 有如下的关系:

$$D_i = m_i Z_i \geq 1.25d_i + 2.35m_i$$

$$\text{即 } \frac{m_i(z_i - 2.35)}{1.25} \geq d_i$$

$$\text{由此得: } GX_{(u)} = \frac{m_i(z_i - 2.35)}{1.25} - d_i \quad i = 1, 2, \dots, 6$$

$G_{x(32\sim37)}$ 共六个约束。

因此, 该车床主传动系统的优化问题是具有八个设计变量、三十七个不等式约束的优化问题。其中很多约束是相关的, 或相互矛盾的, 其所起作用的大小也不同, 实际起主要作用的约束要少得多。

四、优化方法程序框图

本设计采用序列无约束极小化方法 (SUMT法), 它是一种代表性的参数型惩罚函数法, 惩罚项的函数形式采用内点法。其基本思路是:

通过构造与目标函数及约束条件有联系的惩罚函数, 将求取目标函数极小化的有约束的最优化问题转化为求无约束的惩罚函数的极小化问题, 然后通过一维搜索迭代的方法来解这个无约束的极小化问题。

即将

$$X = [X(1), X(2), X(3), \dots, X(10)]^T$$

在满足

$$\text{不等式约束 } G_u(X) \geq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m)$$

$$\text{等式约束 } H_v(X) = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, P < n)$$

的条件下使目标函数

$$\min_{X \in R^n} F(X) = F(x^*)$$

建立成惩罚函数 (无约束最优化问题)

$$\phi(x, r) = F(x) + r \sum_{u=1}^m \frac{1}{G_u(x)} + \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{v=1}^P [H_v(x)]^2$$

并求其最优解。

$$\min_{X \in R^n} \phi(x, r) = \min_{X \in R^n} \left\{ F(x) + r \sum_{u=1}^m \frac{1}{G_u(x)} + \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{v=1}^P [H_v(x)]^2 \right\}$$

式中 $\phi(x, r)$ —惩罚函数;

r —惩罚因子。

其程序框图如下:

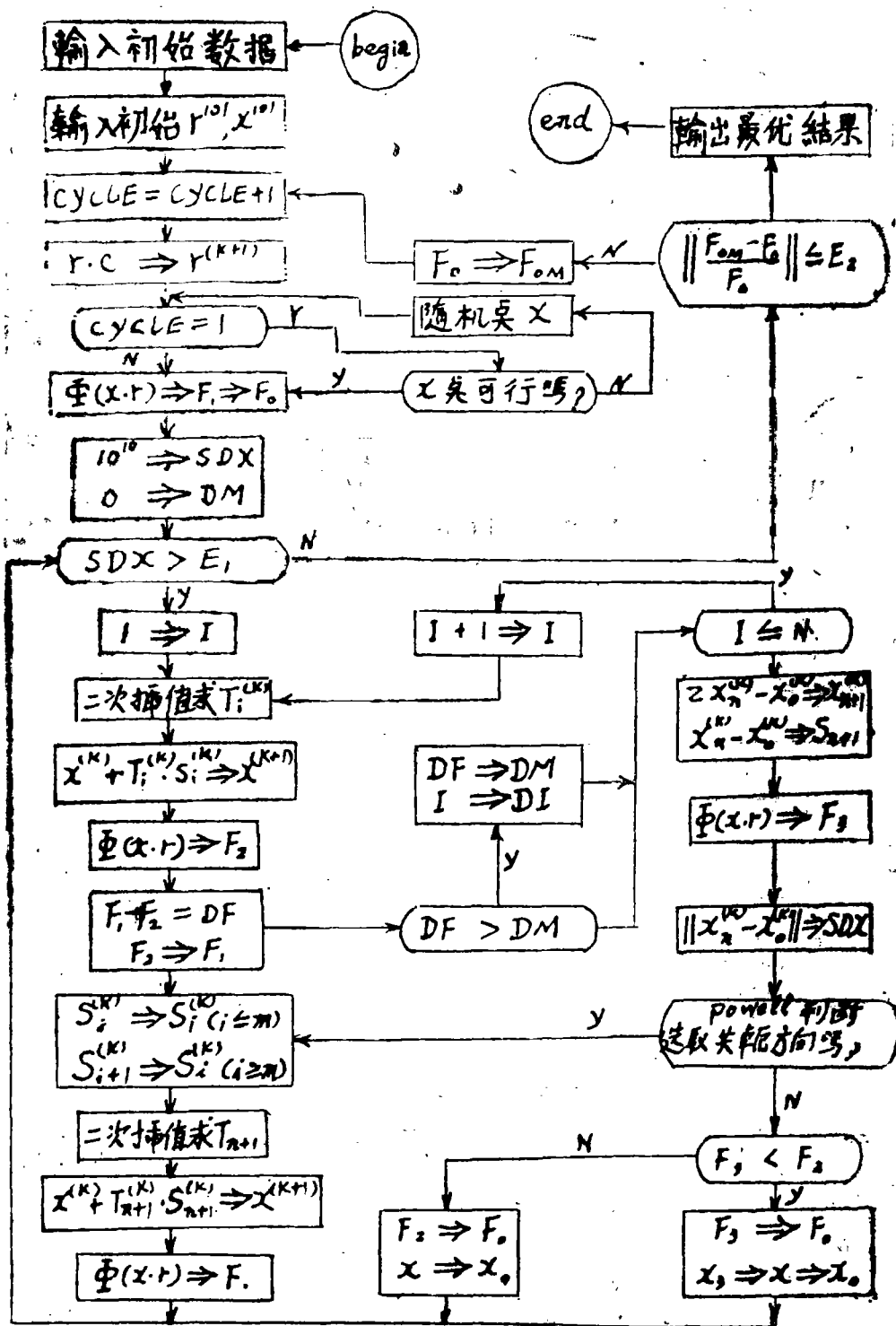


图3 SUMT (调用powell法) 源程序框图

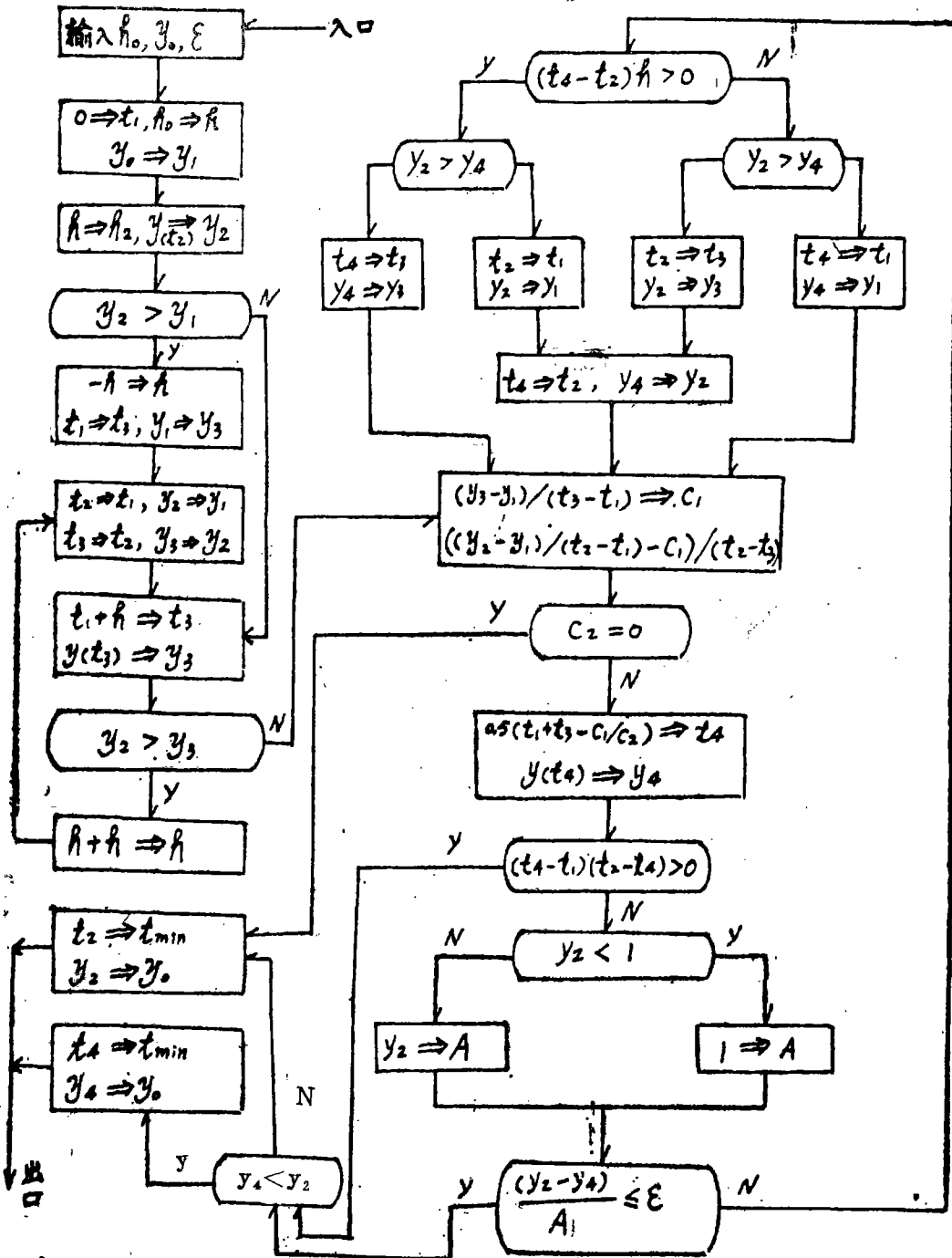


图4 二次插值计算程序框图

附SUMT程序中标识符的说明

- N—设计变量个数;
 FK—分目标函数个数;
 GK, HK—不等式约束, 等式约束的个数;
 R—惩罚因子初始值;
 C—惩罚因子降低系数;
 E₁—二次插值及powell法的精度值;
 E₂—求解惩罚函数的精度值;
 X(N)—设计变量的向量数组;
 XX(N)—保存二次插值过程中X的向量数组;
 X_s(N)—共轭方向上的反射点X的向量数组;
 X₀(N)—保存初始X的向量数组;
 S(N+1, N)—优化方向矩降二维数组;
 H₀—二次插值的初始步长值;
 F₀—求极小化过程的初始函数值;
 FM—存放迭代前F₀的单元;
 BU(N), BL(N)—设计变量的上、下界数组;
 I—优化方向变化指示的循环变量;
 SDX—极小化精度判断值 $\|X^{(k)} - X^{(k+1)}\|$;
 T—优化步长值;
 T₀—二次插值过程中的相对步长值;
 T₁, T₂, T₃, T₄—分别为二次插值过程中的第一个高点值、低点值、第二个高点值和极小点值;
 Y₁, Y₂, Y₃, Y₄—为对应插值点T₁, T₂, T₃, T₄的函数值;
 A—取相对精度的选择系数;
 F₁, F₂, F₃—惩罚函数第i次, i+1次和第n+1次函数值;
 DF—相邻两维数值之差;
 DM—存贮DF中的最大者;
 DI—存贮DM的序号;
 CYCLE—惩罚函数的构型次数。

五、优化结果及数据处理

将目标函数及约束方程代入SUMT程序, 在苹果II机上运行10~20分钟, 结果如下:

RESULT ARE,

CYCLE = 7

ITER = 7

FUN = 338

LIN = 56

R = 3.2E-04

Y = 360.798286

X(1) = 22.7014738

X(2) = 19.5404516

$$X(3) = 19.8676703$$

$$X(4) = .617293927$$

$$X(5) = .286469633$$

$$X(6) = 2.86469634$$

$$X(7) = 2.64696335$$

$$X(8) = 3.23481675$$

$$FX(1) = 360.75141$$

$$M1 = 2.86469634 \quad M2 = 2.64696335 \quad M3 = 3.23481675$$

$$U1 = .617293927 \quad U2 = 1.7304113$$

$$U3 = .286469633 \quad U4 = .403922183$$

$$U5 = .569530278 \quad U6 = .252453494$$

$$U7 = 1.98379167$$

$$Z1 = 22.7014738 \quad Z2 = 36.7757933$$

$$Z3 = 37.6940043 \quad Z4 = 21.7832629$$

$$Z5 = 19.5404516 \quad Z6 = 68.2112495$$

$$Z7 = 25.2470252 \quad Z8 = 62.504676$$

$$Z9 = 31.8421705 \quad Z10 = 55.9095306$$

$$Z11 = 19.8676703 \quad Z12 = 78.6983377$$

$$Z13 = 65.5321976 \quad Z14 = 33.0338103$$

优化出来的各参数场为连续值，需圆整为整齿数和标准模数，圆整后的个别参数可能破坏约束，对此有必要个别进行干涉校核。

参 数			参 数				
	连续解	圆 整 数		连续解	圆 整 数		
设计 变 量	m_1	2.865	2.75	一 般 参 数	$Z_{(10)}$	55.9	59
	m_2	2.647	2.50		$Z_{(11)}$	19.86	20
	m_3	3.235	3.25		$Z_{(12)}$	78.69	80
	$Z_{(1)}$	22.7	25		$Z_{(13)}$	65.53	66
	$Z_{(5)}$	19.54	20		$Z_{(14)}$	33.03	34
	$Z_{(11)}$	19.87	20		u_1	0.6173	0.6578
	u_1	0.617	0.6578		u_2	1.7304	1.8634
一 般 参 数	u_3	0.2865	0.2817	u_3	0.2865	0.2817	
	$Z_{(1)}$	22.70	25	u_4	0.4039	0.3788	
	$Z_{(2)}$	36.77	38	u_5	0.5695	0.5432	
	$Z_{(3)}$	36.69	41	u_6	0.2524	0.2500	
	$Z_{(4)}$	21.78	22	u_7	1.9837	1.9412	
	$Z_{(5)}$	19.54	20	A_1	85.192	86.625	
	$Z_{(6)}$	68.21	71	A_2	116.134	113.75	
	$Z_{(7)}$	25.24	25	A_3	159.425	162.5	
	$Z_{(8)}$	62.50	66	ΣA	360.75	362.875	
	$Z_{(9)}$	31.84	32				

优化结果中心距之和 $A = 363\text{mm}$ ，比相同情况下一般设计的中心距之和 $A_0 = 400 \sim 430$ 小10~18%。

由于水平有限，如有错误和不当之处，欢迎同志们批评指正。

参 考 资 料

- (1) 机械工程师优化设计基础 王永乐编著
 (2) 最优化方法及其应用 余俊主编

THE OPTIMUM DESIGN OF THE MAIN TRANSMISSION SYSTEM OF THE MACHINE TOOL

Liu Chang-xing

(*Gunagxi University*)

Liao Qi nan

(*Nan ning tractor Manufactory*)

ABSTRACT

The optimum design of the gearbox of the machine tool is based on gearing project chosen. By means of choosing the appropriate designing variable, building inequality constraint, equality constraint and objective function, and then, selecting the most appropriate optimum method, one can make the calculation on computer. The objective function sought in this article is that the sum of the center distance of each shaft is minimized. After calculating 10 to 20 minutes on computer, by using SUMT method, the sum of the center distances of the optimum result reduced by more than 10% compared with that of the conventional design.