DOI:10.13657/j.cnki.gxkxyxb.1989.02.014

NP = P?

罗海鹏 黄苏宁

（广西计算中心） （广西电教馆）

摘要： 本文简要介绍了NP完全问题的基本概念及其在计算机科学和数学领域中所起的作用。此外，还讨论了几个典型的NP完全问题，最后给出了NP完全问题研究的进展情况和解决NP完全问题的前景预测。

在计算机科学界和数学界，几乎所有的人都公认，“NP = P?”是当今世界上最引人注目的问题。著名数学家陈省身说，如果这一问题得到解决，则应该让全世界的数学家都放假一个星期，来庆祝这一重大突破。我们下面通俗地讲一讲这个问题。

在计算机日益普及的今天，许多问题都可以通过给出算法，编写程序，上计算机算出来。而对于同一个问题，也许可以有几种不同的算法，有的算法计算量可能大一些，有的算法计算量可能小一些。

例如，求多项式$f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$的值的算法。如果用简单的直接代入的方法，对x的一个具体的值，需要做乘法$n(n+1)/2$次，才能求出多项式的值，当$n = 100$时，则需要做乘法5050次。如果我们用秦九韶算法（国外称Horner算法），把原多项式改写为$f(x) = (\cdots((a_0x + a_1)x + a_2)x + \cdots + a_{n-1})x + a_n$，那么对x的一个具体的值，我们仅需要做乘法n次，就可以求出多项式的值了，当$n = 100$时，则仅需要做乘法100次。由这个简单的例子我们看出，算法的不同可能造成实际计算量的很大的差异。

有些问题很容易给出较简单的算法，有些问题我们绞尽脑汁也不能给出简单的算法，不同

算法复杂性 \ 运行时间 \ 问题规模n	10	30	50
n	.00001秒	.00003秒	.00005秒
n^3	.001秒	.027秒	.125秒
2^n	.001秒	17.9秒	35.7年
3^n	.059秒	6.5年	2×10^8世纪

的问题在算法的复杂性上存在着巨大的差异。由于算法复杂性差异，很多表面上可行的算法在实际上不可行。下表给出了假定的某一计算机对于不同的算法复杂性所需的运行时间。从这个表中可以看出，算法的好坏是非常重要的，因此研究某一问题的算法复杂性是非常重要的课题。在研究算法复杂性中有如下的基本概念：

问题规模：

一个问题的初始数据和必要的说明，输入计算机时所需的存储单元数目（输入长度）。我们用n表示。

算法复杂性：

某种算法，对规模为n的问题，所需要的计算基本工作量的最大估计值（即在最坏情况下的计算时间）。

多项式算法：

某种算法，若对任何规模为n的问题，都有$T(n)\approx 0(n^K)$（K为与n无关的正常数），则称此算法为多项式算法。

P问题：

在确定型计算机上，存在多项式（有效）算法。

难解问题：

在确定型计算机上，不存在多项式算法。

NP问题：

在非确定型计算机上，存在多项式算法。

NP问题的意思是，用多台处理机并行计算，这个问题存在着多项式算法；而改用单台处理时，不一定能找到多项式算法。换一个角度来说，如果给出这个问题的一个解答，则可在多项式时间内验证这个解答的正确性。而不一定能推出这个问题的多项式时间的可解性。

NP完全问题：

它是NP中"最难的"问题，NP中所有其他问题都可以多项式地归纳到这个问题。

NP完全类：

它是由所有的NP完全问题组成的集合。这些问题在算法的复杂性上是等价的，它们构成一个等价类。

任何拟用算法来解决的问题都可以唯一地归入下面三类：P问题、难解问题、其他问题。

所有NP问题可以归入下面三类：P问题、NP完全问题、其他NP问题。

在所有这些问题中NP完全问题处于一个非常重要的地位，因为如果证明了一个NP完全问题有多项式算法，则意味着所有的NP问题都有多项式算法，即NP＝P。如果证明了一个NP问题不存在多项式算法，即它是难解的，则意味着所有的NP完全问题都是难解的，也即证明了NP≠P。目前人们倾向于认为NP≠P，但没有人能够给出证明。与此同时，NP完全类的集合在不断地扩大着，使这一问题越来越显得重要。

我们已经知道许多问题是NP完全的，它们遍布数学、计算机科学的各种领域。1972年，R.M.Karp证明了21个属于NP完全类的组合问题。M.R.Garey和D.S.Johnson在他们合著的"COMPUTERS AND INTRACTABILITy, A Guide to the Theory of NP-Completeness"一书的附录中按领域列出了到1978年夏天为止已发现的300多个NP完全问

题。这些领域是：图论、网络设计、集合和划分、存贮和检索、排序和调度、数学规划、代数和数论、博奕和智力游戏、逻辑、自动机与语言的理论、程序最优化及其他。D.S.Johnson在“JOURNAL OF ALGORITHMS”上从1981年第4期起又连续发表新发现的NP完全问题。人们估计，到目前为止，属于NP完全类的问题已超过了3000个。

六个基本的NP完全问题是：三元可满足性问题、三维匹配问题、顶点复盖问题、团问题、哈密顿回路问题、划分问题。

如果已知一个问题是NP完全问题，那末很可能根本不存在这个问题的多项式时间算法。但是这个问题总不能不去解决了，比较现实的方法有如下两种：

1）尽可能地改进简单的穷举搜索（exhaustive search），经常采用的方法是分支估界法（branch-and-bound method）、动态规划（dynamic Programming）等方法)。

2）近似算法。对于最优化问题，我们不去试图找到它的最优解，而是在多项式时间内找到一个“好的”解。当然，这种近似算法是否合用需要在实践中予以检验。但是、应该、也常常可能在理论上对它的性能加以分析，证明一个近似算法所找到的解在最坏（平均）的情况下只能坏到什么程度，或者一个问题不可能存在具有某种性质的算法。

原来认为，解线性不等式组解的问题属于NP完全类。1979年，苏联的哈赤扬给出了求线性不等式组的实数解的一个多项式算法，轰动世界。因为这将意味着证明了NP＝P，意味着数以千计的问题都存在着多项式（有效）算法。然而，经过进一步研究才搞清楚，求线性不等式组的实数解的问题不属于NP完全类，而求线性不等式组的整数解的问题才属于NP完全类。

专家们认为，NP问题的归属在短期内还不容易得到解决，估计要使用新的数字工具。也许要五十年甚至更长的时间这一问题才有可能解决。

参 考 文 献

〔1〕M.R.Garey and D.S.Johnson (1979), Computers and Intractabilily, A Guide to the Theory of NP-Completeness, W.H.Freeman and Company, San Francisco.

〔2〕R.M.Karp (1972), "Reducibility among combinatorial problem", in R.E.Miller and J.W.Thatcher (eds), Complexity of Computer Computations, Pleaum Press, New york, 85～103.

NP = P?

Luo Haipen
(*Computer center of Gungxi*)
Huang Suning
(*Audie-Visual Educational center of Guangxi*)

ABSTRAC

In the paper, we briefly introduce the elementary concepts of NP complete problem and the role it playing in computer science and mathematics. We also discuss several typical questions in NP complete problem, finally, We give what the current researching on NP complete problem is going on and the estimation of the future solving about NP complete problem.