

模糊集理论在水质评价中的应用*

—以北海港湾为例

李树华 刘国儒

(广西海洋研究所)

摘 要

本文采用模糊集理论以及指数法,分别对北海港湾的水质进行了综合评价,两种方法对总体水质的评价结果均为Ⅱ级,说明湾内的水体略受到轻微的污染。但就各测站而言,两种方法的评价结果是不一致的,一般相差一个级别,相对地说,模糊集理论法评价水质严于指数法。

目前,国内外评价水质一般采用指数法,即计算污染物的实测值与评价标准之比的总和,然后除以总的评价因子数,从而得到水质污染的分指数及研究区域的综合评价指数,然后依指数大小划分等级。这种评价方法,其评价标准的划分是由某个具体数值而定,采用简单的数字指标作为水质分级的评价标准,各类水质之间有明显的分界线。这样,对于接近分界标准值左右的样品值,就会截然分为不同的等级,往往会与实际情况有明显的差别。此种情况下,利用经典方法评价水质就显示出了先天的缺陷。例如,按全国海岸带调查规程规定,就单行污染物而论,油类含量为0.05PPM以下为Ⅰ类水质,含量为0.1PPM以下的为Ⅱ类水质。若样品A的含油量为0.049PPM,划归Ⅰ类水质;若样品B的含油量为0.051PPM,则划归Ⅱ类水质;而若另一样品C的含油量为0.099PPM,则同样划为Ⅱ类水质。实际上,A、B二者之间的差值很小,仅0.002,但却划为不同的等级;而B、C二者的差值达0.048,却划分为同一等级。这种划分方法显然是不尽合理的。

事实上,我们通常所说的水体污染程度本身就是一个模糊概念。因此,用以评价污染程度的分级界线也应具有模糊的特征。模糊集理论在环境科学中的应用已日趋广泛。按照其理论,评价水质不是截然分级的,而是采用隶属度这个概念来刻划的。如上述A、B、C三个样品,按模糊集方法,A样品隶属于Ⅰ类水质的程度为100%;B样品隶属于Ⅰ类水质的程度为98%,隶属于Ⅱ类水质的为2%;而C样品隶属于Ⅰ类水质的程度则为2%,隶属于Ⅱ类水质的程度为98%。因此,B样品隶属于Ⅱ类水质,毋宁说隶属于Ⅰ类水质。按这种方法划分水质等级,显得既客观,也较为合理。

*参加本项工作的还有何本茂、韦曼新、邱绍芳、彭云胜等,作者在此仅表谢忱。

一、数学模型

模糊集理论认为：假设给定两个有限区域：

$$U = \{U_1, U_2, \dots, U_m\}$$

$$V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$$

取 U 上的一个模糊子集 \tilde{X} ，对于任意的 $u \in U$ ，则映射 $u \rightarrow \mu_{\tilde{X}}(u) \in [0, 1]$ 为 \tilde{X} 的隶属函数；而 $U \times V$ 的一个模糊子集 \tilde{R} 为从 \tilde{U} 到 V 的一个模糊关系。 \tilde{R} 由其隶属函数 $\mu_{\tilde{R}}: \tilde{U} \times V \rightarrow [0, 1]$ 所完全刻划。

再取 V 上的模糊子集 \tilde{Y} ，那么， \tilde{X} 和 \tilde{Y} 通过模糊关系矩阵 \tilde{R} ，有如下模糊变换：

$$\tilde{X} \cdot \tilde{R} = \tilde{Y}$$

若 $\tilde{X} = (x_{ij})_{n \times m}$ ， $\tilde{R} = (r_{jk})_{m \times l}$ ，那么， $Y_{ik} = \bigvee_{j=1}^m (x_{ij} \wedge r_{jk})$ 。符号“ \wedge ”和“ \vee ”

“ \wedge ”为zadeh算子， \wedge 表示两数相乘，取其中小者为“积”，“ \vee ”表示诸数相加，取其中大者为“和”。

模糊向量 $\tilde{Y} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_m)$ 即为最终综合评判结果。对于第 i 个评价项目，评价对象的模糊隶属度为 Y_i 。由此可见，把模糊集理论应用到水质评价中时，其目的就是要求出模糊向量 \tilde{Y} ，而 \tilde{Y} 实际上是由模糊向量 \tilde{X} 和模糊关系矩阵 \tilde{R} 的合成。

应用模糊集理论来评价水质时，进行模糊复合运算中，需要求出归一化后的权重，作为模糊向量 \tilde{X} ；而 m 项污染物对几个等级的隶属度所组成的 $m \times n$ 的模糊矩阵，即为模糊关系

矩阵 \tilde{R} 。归一化后的加权公式为：

$$\bar{W}_i = \frac{W_i}{\sum_{i=1}^m W_i}$$

其中， $W_i = \frac{Z_i}{S_i}$ 为第 i 项的权重； Z_i 为第 i 种污染物的平均实测浓度； S_i 为第 i 种污染物的浓度标准值。

二、应用实例

在北海炼油厂工程环境影响评价工作中，我们利用模糊集理论和方法，对北海港湾的水体质量现状进行了综合评价。兹将主要计算过程及结果简述如下。

1. 隶属函数的确定

应用模糊集原理进行水质评价的关键是要确定其隶属函数。而隶属函数的确定，必须根据各污染物的分级标准，从而一一建立其对应关系。根据水质分级规定，沿岸各污染物的水质一般分为四级，其划分标准见表1。

表1 各污染物浓度分级标准(PPM)

污染项目 等级	COD	Hg	Pb	Cd	酚	油类	总氮
I 级	<3	0.0005	0.05	0.005	0.005	0.05	0.1
II 级	<4	0.001	0.1	0.01	0.01	0.1	0.2
III 级	<5	0.001	0.1	0.01	0.05	0.5	0.3
IV 级	>5	>0.001	>0.1	>0.01	>0.05	>0.5	>0.3

本文以此规定作为水体质量的分级标准。由各污染物平均监测浓度 Z 及表中的数据，即可确定各污染物相对应的隶属函数。现以油类为例，四个等级的隶属函数为：

$$X_I = \begin{cases} 1 & Z \leq 0.05 \\ -20(2-0.1) & 0.05 < Z < 0.1 \\ 0 & Z \geq 0.1 \end{cases}$$

$$X_{II} = \begin{cases} 20(Z-0.1) & 0.05 < Z < 0.1 \\ -\frac{5}{2}(Z-0.5) & 0.1 < Z < 0.5 \\ 0 & Z \leq 0.05 \quad Z \geq 0.5 \end{cases}$$

$$X_{III} = \begin{cases} \frac{5}{2}(Z-0.5) & 0.1 < Z < 0.5 \\ 1 & Z = 0.5 \\ 0 & Z < 0.1 \end{cases}$$

$$X_{IV} = \begin{cases} 1 & Z > 0.5 \\ 0 & Z < 0.5 \end{cases}$$

对于其它各污染物的隶属函数，也可以类似地一一确定。

2. 各污染项目权重公式的计算

在环境质量综合评价中，各污染物权重的分配也是一个关键问题，目前计算权重多采用专家评定法或平均加权法。本文中，我们根据分指标超标情况进行加权，超标多则加权大。这样处理，已顾及到了单项污染物在总体污染中影响程度的大小。在计算各污染物的浓度标准值时，我们采取均值法。根据各污染项目的实测浓度值，并结合表1的分级标准，可求出其对应的权重，结果见表2。

表2 各污染物权重的计算

污染项目 参数	COD	Hg	Pb	Cd	酚	油类	总氮
Z_i	1.51	0.0002	0.0004	0.0003	0.0018	0.13	0.25
S_i	4.25	0.0009	0.0875	0.0086	0.0286	0.2875	0.225
W_i	0.355	0.222	0.005	0.035	0.063	0.452	1.111
\bar{W}_i	0.158	0.099	0.002	0.016	0.028	0.202	0.495

归一化权重用模糊矩阵 \tilde{X} 表示, 即 $\tilde{X} = \{0.158, 0.099, 0.002, 0.016, 0.028, 0.202, 0.495\}$, 在这里我们可以看出, 模糊矩阵 \tilde{X} 反映了各单项污染物在总体污染中所占的比重。超标多, 则权重大; 否则, 则小。

3. 模糊关系矩阵 \tilde{R} 的计算

我们取 U 为各污染物单项指标的集合, 即 $U \{COD, Hg, Pb, Cd, 酚, 油类, 总氮\}$; 而取 V 为水质分级的集合, 即 $V \{I 级, II 级, III 级, IV 级\}$, 对污染物的集合 U 上每个单项指标进行评价。例如, 油类实测平均浓度值为0.13, 用上述方法所建立的隶属函数可计算出其隶属度 $X_I = 0, X_{II} = 0.93, X_{III} = 0.07, X_{IV} = 0$ 。其他的污染项目, 根据实测浓度值, 也可依次计算出各级的隶属度。每项污染物求出一组4个数的隶属度, 7项污染物就可依次排出一个 4×7 矩阵, 这个矩阵即为模糊关系矩阵 \tilde{R} 。根据表2的实测浓度, 求出的模糊关系矩阵 \tilde{R} 为:

$$\tilde{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.93 & 0.07 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$$

其中, 矩阵的各列依次为COD, Hg, Pb, Cd, 酚, 油类, 总氮对4个级别水质的隶属度, 每行依次为各污染物单项指标分别对 I、II、III、IV 级水质的隶属度。

4. 模糊矩阵复合运算

为了求出最终综合评判结果, 即求出模糊向量 \tilde{Y} 。我们利用上述求得的模糊关系矩阵 \tilde{R} 及模糊向量 \tilde{X} , 通过模糊变换, 从而获得评判结果。

$$\begin{aligned} XOR = (0.158, 0.099, 0.002, 0.016, 0.028, 0.202, 0.495) & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.93 & 0.07 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \\ & = \{0.158, 0.495, 0.495, 0\} \end{aligned}$$

从上述计算结果可以看出, 北海港湾总体对 I 级水质的隶属度为0.158, 对 II 级和 III 级水质的隶属度均为0.495, 对 IV 级水质的隶属度为0。按照模糊集理论, 计算结果属于那一级水质的隶属度最大, 则综合评价的水体划归该级水质。如果集合中出现两个相等的隶属度, 则按次大值贴近原则确定水质等级。本评价中, 总体对 II 级及 III 级的隶属度相等, 但次大值0.158贴近 II 级水质, 所以, 北海港湾综合评价的水质属于 II 级, 水体略受到轻度污染。

在对北海港湾水质评价中, 我们共设立了14个监测点。表3列出了这些监测点按上述方

表3

各测点的水质级别及总体对各级别的隶属度

站号 \ 隶属度	I 级	II 级	III 级	IV 级	水质等级
1	0.3	0.375	0	0	II
2	0.3	0.399	0	0	II
3	0.163	0.364	0	0	II
4	0.089	0.222	0.222	0.594	IV
5	0.105	0.218	0.2	0.579	IV
6	0.309	0.336	0	0	II
7	0.4	0.486	0	0	II
8	0.093	0.107	0.07	0.727	IV
9	0.118	0.260	0.260	0.540	IV
10	0.40	0.475	0	0	II
11	0.403	0.413	0	0	II
12	0.106	0.106	0	0.753	IV
13	0.238	0.488	0.3	0	II
14	0.293	0	0	0	I

法计算的综合评价结果。从表中可以看出，总体水质为 I 级的只有 1 个站，II 级水质的为 8 个站，IV 级水质的为 5 个站，没有 III 级水质的测站。其中，II 级水质的测站最多，占总测站的 57% 以上。

三、结果比较

利用模糊集理论来评价水质，是一种较新的数学方法。目前大多数工程环境评价中，还没有得到广泛的应用，一般评价项目都是采用指数法。为了与经典方法比较，我们还根据实测浓度值，采用指数法对北海港湾的水体进行了评价，以便与之比较。计算中，采用如下的指数公式：

$$P_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^h \frac{Z_i}{S_i}$$

式中： P_i 为总指数； Z_i 及 S_i 的意义与前述相同； n 为评价因子数。

按上述方法求得指数 P_i 以后，依据 P_i 的大小对水质进行分级。其中， $P_i \leq 0.5$ 的为 I 级水质； P_i 在 0.5—0.7 范围内为 II 级水质；在 0.7—1.0 范围内则为 III 级； $P_i > 1.0$ 则为 IV 级水质。

表 4 是分别采用模糊集方法与指数法对北海港湾 14 个测站水质评价的比较结果。从表中

表4

指数法与模糊集理论评价水质的比较结果

水质等级	站号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	总体
	模糊集方法		II	II	II	IV	IV	II	II	IV	IV	II	II	IV	II	I
指数法		I	I	II	IV	II	III	I	IV	IV	I	II	III	II	I	II

可以看出,这两种方法总水质评价结果是一致的,均为II级水体。就各测站而言,采用指数法的评价结果是I级水体最多,而模糊集方法则是II级水体最多。一般地说,指数法评价结果为I级的水体,模糊集方法则划归II级水体。从14个测站的评价结果来看,模糊集方法评价水质严于指数法。两种方法评价结果的水质级别一般相差1个等级,但个别站(如5号站)则相差2个等级。

四、结 语

海水水质评价是沿岸工程环境评价中的一项主要内容。就评价方法而言,国家还没有规定一种统一的方法。不过,采用指数法来评价海水水质,已受到了多数专家的赞同,在实践中也得到了广泛的应用。用模糊集方法评价水质,是一种新兴的数学方法。目前,这种方法仅限于某些部门作探讨性研究,真正应用到实践中毕竟还很少。从上述比较结果可以看出,用这两种方法来评价水质,其评价结果一般是不一致的。到底那一种方法比较符合客观实际,还很难作出结论。不过,我们认为,既然污染程度本身是一种模糊概念,那么,采用模糊集理论来评价水质,可能会更符合实际情况,这有待于今后在实践中加以验证。

主要参考文献

- [1] 李华祥等, 1985, 用概率统计方法和模糊数学理论评价水质, 海洋环境科学, 4卷, 3期。
- [2] 全国海岸带和海涂资源综合调查简明规程编写组, 1986, 全国海岸带和海涂资源综合调查简明规程, 海洋出版社。
- [3] 王化泉等, 1986, 海洋环境质量几种评价方法的比较, 海洋环境科学, 5卷, 2期。

APPLICATION OF FUZZY-SET THEORY TO
EVALUATION OF WATER QUALITY
—TAKING BEI HAI GULF AS AN EXAMPLE

Li Shu hua Liu Guo ru
(*Guangxi Oceanography Institute*)

ABSTRACT

By fuzzy-set theory and exponential method respectively, this paper evaluates the water quality in Bei Hai Gulf. Evaluation results of overall water quality by two methods are both grade II, showing water of Bei Hai Gulf slightly polluted. For every observation station, the evaluation results by the two methods are not consistent, generally one-grade different. Relatively speaking, evaluation by fuzzy-set theory is stricter than that by exponential method.