

# 关于农田平面图的测绘

麦 结 华

(广西大学数学系)

## 摘 要

本文指出,为测绘农田平面图,较适合我国农村目前情况而易于推广的一个方法是多中心投影法。本文的§2用较抽象的、但只要具有少许高等数学知识的人即可理解的语言说明了多中心投影的原理及其使用方法,§3至§6则介绍了作者在使用这个方法测绘农田平面图时所得到的经验体会。

在农村,农田平面图的绘制是一项有着重要意义的工作<sup>[1]</sup>。无论是为了进行田亩登记,记录各块田的土壤性质,或是为了农田的规划整治,农作物的种植安排,田间工作计划的制订,以及为了对农田进行科学的经营管理,农田平面图都应该是不可缺少的。然而,目前各地乡村中,能够把本地的全部或大部份农田绘制成平面图的,为数仍然甚少。究其原因,在于农田平面图的绘制工作的麻烦与困难。虽然从本质上来说,农田平面图的各种绘制方法的依据不外乎相似形原理,但在实行起来,却存在着种种具体的问题。笔者曾于70年代中期,利用假期下乡工作的机会,多次为农民群众(当时是属于生产队组织)绘制农田平面图。本文打算谈谈笔者在这一方面的体会。

### §1 农田平面图的几种绘制方法的比较

农田平面图可以看作是地图的一种,但它有自身的特点。从范围来说,一幅农田平面图所描绘的,一般只是一片农田,因而所取的比例比较大<sup>[2]</sup>。从所描绘的地貌特征来说,农田平面图所描绘的重点是田埂(又称田塍),以及田间小路、水渠等。

通常介绍的小范围平面图的绘制方法有放射法(我们亦称它为中心投影法)及交会法两种<sup>[5,6]</sup>,这两种方法的原理其实并不复杂,一般有中等文化水平的农村知识青年即可掌握。然而,就我国农村目前的情况而言,这两种方法均不易推行。笔者认为,在农田平面图的测绘中,放射法有如下缺点:(1)需要丈量的距离的总长度太大,因而工作量也大;(2)绘图者绘图时不能走近他所绘的那一片田的每一个角落,因而有些细节难于画出;(3)在测绘距测绘中心较远的各点时,相对误差较大;(4)需要几个人互相配合,所用人力较多。

至于交会法,通常用来测量不可(或不易)到达的少数几个点之间的距离,或测绘其相

对位置。若要用此法测绘一般农田平面图，那更是行不通。原因在于：(1)用交会法绘图时，需要在图上画出许多方向线，这些方向线彼此极易混淆；(2)容易出现较大的误差；等等。

此外还有其他一些测绘平面图的方法，如截线法、三点题中的影印法、白塞尔法（内接四边形法）、李门法（误差三角形法）以及二点题的方法等等<sup>[5]</sup>，但这些方法也有着类似的缺点，且相对来说更复杂一些。

据笔者的体会，在测绘农田平面图中，较适合我国农村目前情况而易于推广的一个方法是多中心投影法。该方法可以在某些方面（如田埂的弯曲情况，等等）提高所绘的图的准确性，使有特征的地形地物的记载更为完备，并且可以独立操作，可以用较少的人力和时间，因而较为实用。在一些测量学教科书中，该方法实际上已被介绍及应用，如测量中控制点及导线的设立<sup>[4,5]</sup>，其理论根据就是多中心投影。但在小范围的农田平面图的测绘中，象本文那样强调这一方法的，似乎甚为少见。

## §2 多中心投影法的原理

本节介绍多中心投影法的原理，该原理其实不超过初等几何学的范围，具有中等文化水平的读者即应能理解和掌握。但为叙述的简便起见，我们在这里将使用初等集合论及向量运算等近代数学中的一些简单术语和记号。

**定义1.** 设 $\mathbf{x}$ 及 $Q$ 均为欧氏平面 $R^2$ 中的点， $n$ 是个正整数，我们以 $\frac{1}{n}(\mathbf{x}; Q)$ 表示直线段 $\overline{\mathbf{x}Q}$ 上距 $Q$ 为 $\frac{1}{n}\overline{\mathbf{x}Q}$ 的那一个点，又设 $X$ 是 $R^2$ 中的点集，记 $\frac{1}{n}(X; Q) = \left\{ \frac{1}{n}(\mathbf{x}; Q) : \mathbf{x} \in X \right\}$ ，称 $\frac{1}{n}(X; Q)$ 为 $X$ 的以 $Q$ 为中心的 $\frac{1}{n}$ -投影。

**定义2.** 设点集 $X \subset$ 欧氏空间 $R^2$ ，点 $P$ 及 $Q \in R^2$ ，记 $X + Q - P = \{ \mathbf{x} + Q - P : \mathbf{x} \in X \}$ ，称 $X + Q - P$ 为 $X$ 的一个幅度为 $\overrightarrow{PQ}$ 的平行移动。

**定理1.** 设点集 $X = Y \cup Z \subset R^2$ ，点 $P$ 及 $Q \in R^2$ ， $n$ 是正整数， $Y' = \frac{1}{n}(Y; P)$ 及 $Z' = \frac{1}{n}(Z; Q)$ 分别是 $Y$ 及 $Z$ 的以 $P$ 及 $Q$ 为中心的 $\frac{1}{n}$ -投影，点 $Q' = \frac{1}{n}(Q; P)$ 。令 $Y'' = Y' + Q - Q'$ 是 $Y'$ 的幅度为 $\overrightarrow{Q'Q}$ 的平行移动， $X' = Y'' \cup Z'$ ，则 $X' = \frac{1}{n}(X; Q)$ 是 $X$ 的以 $Q$ 为中心的 $\frac{1}{n}$ -投影。

**证.** 据定理中所述各记号的意义，我们有

$$X' = Y'' \cup Z' = (Y' + Q - Q') \cup Z'$$

注：欧氏空间本身是个向量空间，它的点可以彼此加减，也可以与实数相乘。因此，我们也可以简单地定义 $\frac{1}{n}(\mathbf{x}; Q)$ 为 $\frac{1}{n}(\mathbf{x}; Q) = Q + \frac{1}{n}(\mathbf{x} - Q)$ 。

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ P + \frac{1}{n} (y - P) + Q - \left[ P + \frac{1}{n} (Q - P) \right] : y \in Y \right\} \\
 &\quad \cup \left\{ Q + \frac{1}{n} (z - Q) : z \in Z \right\} \\
 &= \left\{ Q + \frac{1}{n} (x - Q) : x \in Y \cup Z = X \right\} = \frac{1}{n} (X, Q)。证完。
 \end{aligned}$$

运用归纳法，从定理1可立即得到

**定理2.** 设  $X = X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_m$  是  $R^2$  中的点集 ( $m \geq 2$ )， $Y_i = X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ )， $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$  均是  $R^2$  中的点， $Q_i \in Y_{i-1}$  ( $i = 2, \dots, m$ )， $n$  是正整数， $X'_i = \frac{1}{n} (X_i, Q_i)$ ，( $i = 1, \dots, m$ )， $Q'_j = \frac{1}{n} (Q_j, Q_{j-1})$ ，( $j = 2, \dots, m$ )。又设  $Y'_1 = X'_1$ ， $Y'_j = (Y'_{j-1} + Q_j - Q'_j) \cup X'_j$ ，( $j = 2, \dots, m$ )，则  $Y'_m = \frac{n}{1} (X, Q_m)$ 。

定理2表明，为了绘出平面点集  $X = X_1 \cup \dots \cup X_m$  的  $\frac{1}{n}$  比例的平面图，可以站在  $Q_1$  处用放射法（或其他方法）在图纸上作出  $X_1$  的（以  $Q_1$  为中心的） $\frac{1}{n}$  投影  $X'_1$ ，然后将作了图形  $X'_1$  的图纸平移到  $Q_2$  处（移动幅度为  $\overleftarrow{Q'_2 Q_2}$ ），作出  $X_2$  的  $\frac{1}{n}$  投影  $X'_2$ ， $X'_2$  与  $X'_1 + Q_2 - Q'_2$  组成图形  $Y'_2$ ， $Y'_2$  即是  $X_1 \cup X_2$  的  $\frac{1}{n}$  投影，再将图纸平移到  $Q_3$  处，作出  $X_3$  的  $\frac{1}{n}$  投影  $X'_3$ ， $X'_3$  与  $Y'_2 + Q_3 - Q'_3$  即组成  $X_1 \cup X_2 \cup X_3$  的  $\frac{1}{n}$  投影  $Y'_3$ ，……，如此下去，最后将图纸平移到  $Q_m$  处，作出  $X_m$  的  $\frac{1}{n}$  投影  $X'_m$ ， $X'_m$  与已作出的图形  $Y'_{m-1}$  的平移  $Y'_{m-1} + Q_m - Q'_m$  组成点集  $X$  的  $\frac{1}{n}$  投影  $Y'_m$ ，此即是  $X$  的按  $\frac{1}{n}$  比例作出的平面图。

### §3. 在农田平面图的测绘中多中心投影法的运用

在把定理2应用到农田平面图的测绘中时，还须解决一个问题： $X$  怎样划分为  $X_1, \dots, X_m$ ？测绘中心  $Q_1, \dots, Q_m$  又怎样选取？本节打算谈谈笔者在这方面的体会。

以图1所示的一片田为例，设该片田的全体田埂在经过抽象化处理（即，把一条田埂看作一条线，把高低不平的地形地物垂直投影到同一个水平面上，等等）之后所构成的点集为  $X$ （这是我们所要测绘的最主要部分）。为用多中心投影法绘好它的  $\frac{1}{n}$  比例的平面图  $X'$ ，

我们可以取测绘中心  $Q_1, Q_2, \dots, Q_{25}$  如该图所示，同时令  $X_1 = \overline{Q_1 Q_2} \cup \overline{Q_1 Q_6}$ ， $X_2 = \overline{Q_2 Q_3}$ ， $X_3 = \overline{Q_3 Q_4} \cup \overline{Q_3 Q_8}$ ，……， $X_{25} = \overline{Q_{25} Q_{26}}$ ，（ $\overline{Q_i Q_j}$  表示从点  $Q_i$  到  $Q_j$  的一段田埂），然后按照定理2所述的方法依次把  $X'_1, X'_2, \dots, X'_{25}$  测绘出来，最后即构成一幅农田平面图。

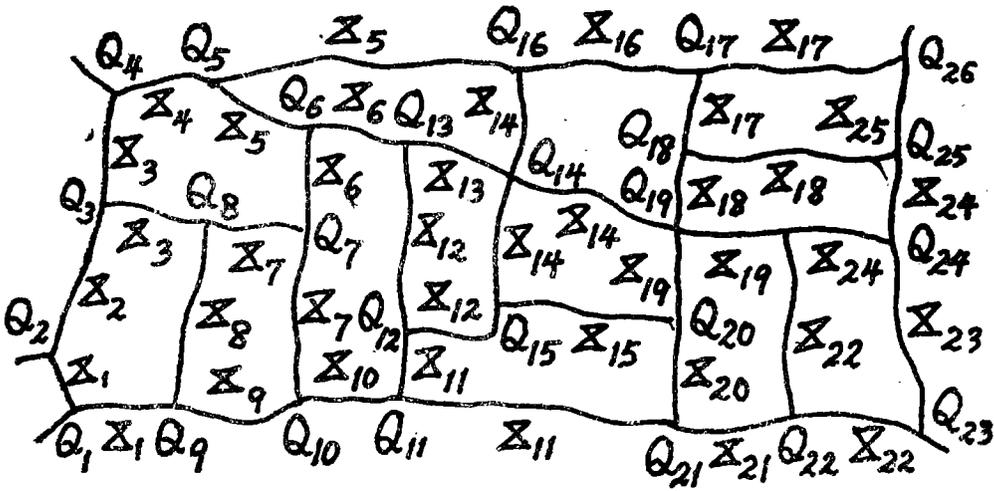


图 1

从这个例子可以看出，我们选取 $Q_1, \dots, Q_m$ 及划分 $X_1, \dots, X_m$ 时遵循着如下两个法则：（1）测绘中心的数目取的相当大，每一条田埂的两个端点之中，至少有一个端点被选为测绘中心。有时，有的田埂很长（指的是相邻两块田的公共边界线很长），或很弯曲，则除了将田埂的两端点作为测绘中心之外，还须在田埂的中段选择一个或几个点作为测绘中心；（2） $X_i$ 仅由以 $Q_i$ 为端点的那些田埂组成（但已属于 $\bigcup_{j=1}^{i-1} X_j$ 的那些田埂，虽以 $Q_i$ 为端点，亦不再列入 $X_i$ 之中），因此，每个 $X_i$ 的结构均比较简单。

关于上述两个法则的必要性，我们仍可以以图1为例说明如下：设想测绘者走到了该图中的点 $Q_{18}$ 处。虽然 $Q_{18}$ 与田埂 $\overline{Q_{25}Q_{24}}$ 及 $\overline{Q_{10}Q_{24}}$ 的距离均只有十几二十米，但由于各种原因，他站在 $Q_{18}$ 处将仍然看不清这些田埂是否有某种程度的弯曲，因此他只把脚下的田埂 $\overline{Q_{18}Q_{10}}$ 及 $\overline{Q_{18}Q_{26}}$ 作为 $X_{18}$ 绘出而不宜把 $\overline{Q_{25}Q_{24}}$ 及 $\overline{Q_{10}Q_{24}}$ 亦并入 $X_{18}$ 之中。

按照上述两个法则进行测绘，还有其它一些优点，例如，我们可以只丈量各田埂的长度而不必丈量任一块田的对角线的长度，因此，即使田里有水，或长着农作物，我们的测绘工作也不会受到影响，等等。

#### § 4 关于测绘误差等问题

视用途的不同，我们对所测绘农田的平面图的精确定度的要求也就有所不同。为了得到较高精确定度的平面图，我们往往需要花费更多的人力和时间。由于这个缘故，我们不宜超过实际的需要，过分强调精确定度。但另一方面，在不花费更多的人力和时间的前提下，如果可能，我们还是应当尽量精确一些。为此我们需要分析引起测绘误差的因素，抓住主要矛盾。

（一）关于平板仪的整平与对中。在测绘中，整平（即将平板仪的平板调至水平）和对

中(将图纸上的点 $Q_i'$ 与地面上的点 $Q_i$ 对正)是个费时的工作。特别是在用上述多中心投影法测绘农田平面图时,我们需要选择几十乃至上百个测绘中心,需要把平板仪不断地从一个中心转移到另一个中心安放。此时,如果每一次安放平板仪都要进行很细致的整平与对中的话,整个测绘工作就要为此而费去很多的时间与力气。但实际上整平与对中这两项工作对误差的产生的影响较小,通过计算不难证明,即使平板仪的平板与水平面有若干度(但不超过 $5^\circ$ )的夹角,由此因素而引起的相对误差 $\Delta l'/l'$ 也还是小于 $\frac{101}{400} \cdot \text{tg}^2 5^\circ (< \frac{2}{1000})$ 。同时,即使平板仪上的图纸中的点 $Q_i'$ 与地面上的点 $Q_i$ 有若干厘米(但不超过5厘米)的偏离,只要绘图的比例不大于 $\frac{1}{500}$ ,由此因素而引起的图纸上的绝对误差也还是不超过 $\frac{5\text{cm}}{500} (= 0.1\text{mm})$ 。

(二)关于平板仪的定向。按照定理2.2,在把测绘中心从 $Q_{j-1}$ 转移到 $Q_j$ 时,我们必须保持平板仪的方向平行(严格地说,是要保持图纸的边界线的方向平行)。通过分析不难证明,即使平板仪的方向只偏离了 $1^\circ$ ,也会引起大于 $\sin 1^\circ (> \frac{1}{60})$ 的相对误差。

假如测绘农田平面图的目的仅限于本文开头谈到的那几个方面,那末,我们是不必追求太高的精确度的。因此,根据上面的分析,为了加快测绘的进程,在安放平板仪时,我们允许“整平”及“对中”粗糙一些,只要目测大体合格就行。但平板仪的定向(或图纸的边线的方向)则要求较严,在移动的过程中,须时时注意保持平行。

为提高测绘出来的农田平面图的质量,在数量上(包括田埂的长度、方向,田埂端点的位置,等等)提高测绘的精确性是一个重要的方面,但此外还有如下两个很重要而较易做到的方面:

(1)注意保持所绘的图的拓扑(或图论)特征,这里我们所说的拓扑特征,是指各块田之间是否有公共边,或是否有公共顶点,及某一块田是否与小路、水渠或荒地相邻,等等。相对来说,拓扑特征的保持比数量上的精确性更为重要。举例说,设想在某一块五角形大田的旁边有一块 $13 \times 10\text{米}^2$ 的矩形小田,它与五角大田有一段公共田埂,假如我们绘图时把它的长与宽之比绘成 $14:11$ ,那么问题并不太大。但假如我们把它绘成是与五角大田分离开的,那就会影响人们对图纸的辨认,会使人们在阅读图纸时误以为在五角大田与矩形小田之间是否有一片荒地或什么的。据笔者的体会,虽然在绘图时保持农田原有的拓扑特征这一点并不难做到,但也必须引起注意才行。倘不注意,由于绘图者站在田中间任一处均不能看清整片田的全貌,随着他在田间转来转去,随着误差的积累,他就会有可能会把相邻(或不相邻)的田绘成不相邻(或相邻)的田。

(2)注意把每一块田附近的有特征的事物(如小路、小桥、水渠、水坑、田边地角的小块荒地、田中间或田边未能搬走的巨石,等等)记下,并绘出它们在图中的准确位置。不要以为它们与我们所要测绘的农田的平面图无关,须知这些有特征的事物有助于我们辨认出图纸上的“农田”是实际上的那一块田。

### §5 比例的选取及其他一些问题

为便于长期保存,绘图纸的大小以采用 $265 \times 190\text{mm}^2$ (即通常所谓的16开)为宜。绘图

时,比例的选取应使得图上大多数田块的面积既不太大也不太小。由于南方地区水田的面积多数在每块零点几亩左右,因此,据笔者的体会,绘图时比例的选取约在 $\frac{1}{500}$ 至 $\frac{1}{1500}$ 之间为宜。按此比例去画,一个自然村所拥有的农田大概需要画十至几十幅图,这正适合装订成一册,供长期保存使用。

如果想把整个村所拥有的农田都绘在一张大的图纸上,也可以用同样的办法把全村的农田分成几个区,用同样的比例,先绘出各个区的平面图,然后再拼成一幅。此时,由于图的规模比较大,所以对精确度的要求也应高一些,才能使误差的积累仍保持在一个可以接受的水平上。为可靠起见,我们最好是在测绘之前先建立导线及控制网。有关步骤可参看文献〔4—5〕,本文不再详细讨论。

### §6 测绘工具的简化

前面我们已指出过,如果只限于绘制一般用途的农田平面图,在安放平板仪时,整平及对中这两个步骤可以比较粗糙,只要目测基本合格即可。据此笔者认为,在测绘农田平面图时,假如没有平板仪及小平板仪,用一个较高的板凳也完全可以代替平板仪。这不仅较为轻便,而且测绘的精确度也不会受到太明显的影响。

由于在转移测绘中心时图纸的边线的方向必须保持平行,故指南针还是必要的。

此外,笔者认为,出于实用的需要,农田平面图的测绘者还应当注意提高目测长度及辨别方向的能力,以便能够在必要时不带任何工具,只带一支笔和一张夹在硬纸板上的图纸即可走到一片田里把该片田的平面图的草图绘下来。此时,他其实仍然需要严格按照上述多中心投影法的各个法则去画,只不过是把手里拿的硬纸板当做平板仪,用远处的山峰(或烟筒、树木等物)代替指南针定方向,用目测长度代替尺子。当然,这样绘出来的图的精确度必定会更差一些,但绘图的速度却可以更快,而且所绘出的图将仍然可以满足许多方面的实用要求。

### 参 考 文 献

- 〔1〕廖克:全国农业地图学术讨论会在南宁召开(学术动态报告),测绘学报,12(1983); 80
- 〔2〕李青岳:开展“大比例尺地形图的内容与精度”问题的讨论,促进测图效率与水平的提高,测绘通报,1984;(5): 41—42
- 〔3〕聂国航:关于农业区划图中底图编制的两个问题,测绘通报,1984;(2): 42—45
- 〔4〕武汉地质学院测量教研室:测量学,地质出版社,北京,1983;
- 〔5〕张树森:平面测量学,科技卫生出版社,上海,1958; 188~189
- 〔6〕陈通鑫等:数学小词典,测绘出版社,北京,1982。