

◆特邀栏目◆

LSMOEA/2s:一种基于变量两阶段分组的多目标进化算法*

谢承旺^{1,2**},潘嘉敏¹,付世炜¹,廖剑平¹

(1. 南宁师范大学计算机与信息工程学院,广西南宁 530000;2. 华南师范大学数据科学与工程学院,广东汕尾 516600)

摘要:大规模多目标优化问题(Large-Scale Multi-objective Optimization Problem, LSMOP)固有的性质给多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithm, MOEA)带来挑战。目前大多数大规模多目标进化算法(Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm, LSMOEA)需要耗费较多的计算资源对大规模决策变量进行分组,使得用于优化问题解的计算资源相对不足,影响了算法效率和解题性能。基于此,本研究提出一种基于变量两阶段分组的多目标进化算法(Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm adopting two-stage variable grouping, LSMOEA/2s)。新算法首先利用基于变量组的相关性检测方法快速识别独立变量,然后利用高频次随机分组方法将非独立变量划分成若干子组,最后利用 MOEA/D 算法优化所有的独立变量和非独立变量子组。将所提算法与当前 4 种代表性算法(MOEA/D, CCGDE3, RVEA, S3-CMA-ES)一同在 LSMOP 系列测试问题上进行反转世代距离(Inverted Generational Distance, IGD)性能测试,结果表明,LSMOEA/2s 较其他算法具有显著的性能优势。

关键词:大规模决策变量;多目标优化问题;大规模多目标进化算法;两阶段分组;收敛性;多样性

中图分类号:TP181 文献标识码:A 文章编号:1005-9164(2023)02-0413-08

DOI:10.13656/j.cnki.gxkx.20230529.022

科学研究与工程实践中存在大量需要同时优化多个目标函数的问题,即多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problem, MOP)。MOP 各目标之间一般是相互冲突的,因此其一般不存在唯一的解,而往往是一组均衡各目标的折中解,即 Pareto 最优解集。进化算法(Evolutionary Algorithm, EA)是一类元启发式算法,运行一次可产生一组解,而且对待求解问题的数学性质不做特别假设,因而被广泛用

于求解各类 MOP,并由此产生了许多各具特点的多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithm, MOEA),如基于 Pareto 支配、基于指标和基于分解的 MOEA 等^[1]。这些算法在求解决策变量数目不多的 MOP 时具有较好的性能,获得了令人鼓舞的结果。

近年来,一些要求优化含有更多决策变量的 MOP 不断涌现,如大规模公共交通网络设计问

收稿日期:2022-09-24

修回日期:2022-10-22

* 国家自然科学基金项目(61763010)和广西自然科学基金项目(2021GXNSFAA075011)资助。

【第一作者简介】

谢承旺(1974-),男,博士,教授,硕士研究生导师,主要从事智能计算方面研究,E-mail:chengwangxie@m.scnu.edu.cn。

【**通信作者】

【引用本文】

谢承旺,潘嘉敏,付世炜,等.LSMOEA/2s:一种基于变量两阶段分组的多目标进化算法[J].广西科学,2023,30(2):413-420.

XIE C W, PAN J M, FU S W, et al. LSMOEA/2s: A Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm Adopting Two-Stage Variable Grouping [J]. Guangxi Sciences, 2023, 30(2): 413-420.

题^[2]、大规模投资组合优化问题^[3]、大规模资源分配问题^[4]等。研究者习惯将决策变量数目超过 100 的 MOP 称为大规模多目标优化问题 (Large-Scale Multi-objective Optimization Problem, LSMOP), 以区别于决策变量数目不多的 MOP。LSMOP 的出现给传统的 MOEA 带来了严峻挑战, 其主要原因在于: 随着决策变量数目的线性增加, 搜索空间的体积和复杂性将呈指数级增大, 导致“维数灾难”问题, 使得常规 MOEA 的优化性能在求解 LSMOP 时快速下降^[5]。因此, 恰当处理大规模决策变量是求解 LSMOP 的关键。

迄今, 研究者针对大规模决策变量提出了一些对变量进行分组的方法, 其目的是通过变量分组将 LSMOP 分解成若干含决策变量规模较小的子 MOP。典型的分组方法包括随机分组^[6]、差分分组^[7]和变量分析^[8,9]等。随机分组利用“分而治之”的策略将大规模决策变量随机地分成相同规模的组 (Group), 然后轮流优化各变量组。该方法将一个 LSMOP 转化成若干小规模 MOP, 然后运用一些经典的 MOEA 求解。随机分组方法的优点是简单有效且易于实现; 不足之处在于未考虑变量间的交互, 如果交互变量被分至不同组, 算法将很难搜索到全局最优解。差分分组通过检测将交互变量划分至同组, 然后轮流优化各组。这类方法的优点在于无需预先设置分组的规模, 而且由于交互变量是在同组优化, 这将有利于找到全局最优解。但这种方法需要检测变量交互, 要耗费较多的计算资源, 使得真正用于问题解优化的计算资源相对不足。变量分析通过分析决策变量对 LSMOP 目标函数的贡献 (即收敛性和多样性影响) 对变量进行分组, 然后根据不同类型的分组采用不同的优化策略以获得收敛性和多样性俱佳的解集。如 MOEA/DVA^[8] 通过控制变量分析将决策变量分成位置变量、距离变量和混合变量, 实验结果表明, MOEA/DVA 在一些 LSMOP 上表现出较好的性能, 但不足之处在于需要开销大量计算资源用于评估目标函数, 而且该算法也不能较好地处理含混合变量较多的 LSMOP。针对 MOEA/DVA 的不足, LMEA^[9] 采用聚类方法将 LSMOP 的决策变量分成收敛性相关组和多样性相关组, 并运用不同的方法分别优化, 实验结果表明, 该算法有利于改善解群的收敛性和多样性, 但是 LMEA 的变量分解过程过于复杂且分组的效果不稳定。总体上, 已有的大规模多目标进化算法 (Large-Scale Multi-Objective Evolu-

tionary Algorithm, LSMOEA) 所使用的分组方法可在一定程度上降低求解 LSMOP 的难度并改善算法的性能, 但它们仍有较大改进的空间。例如: 大部分分组方法需要逐一检测决策变量的交互, 需要开销大量的计算资源, 使得真正用于优化问题解的计算资源相对不足; 另外, 一些算法还存在效率不高、解集质量不佳等问题。基于此, 本文提出一种采用变量两阶段分组的多目标进化算法 (Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm Adopting Two-Stage Variable Grouping, LSMOEA/2s)。与已有的 LSMOEAs 所不同的是: 一方面, LSMOEA/2s 在分组过程中并未考虑变量对目标函数的贡献 (如收敛性和多样性影响), 而是根据变量间的相关性 (或独立性) 对变量实施分组, 使得算法结构更简单; 另一方面, 算法采用基于变量组的相关性检测和随机分组方法实现对大规模变量快速分组, 以期改善算法的性能。

1 背景知识

定义 1: 不失一般性, 以最小化问题为例, 一个具有 d 个决策变量和 m 个目标的 MOP 可形式化定义如下:

$$\min f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})), \quad (1)$$

式中, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)$ 表示决策空间 Ω 中任意解点 x 是 d 维的决策向量, $f(\mathbf{x})$ 表示包含了 m 个相互冲突且需最小化目标函数的目标向量。特别地, 如果式 (1) 中的决策变量数目 d 大于或等于 100, 则式 (1) 中的问题又被称为 LSMOP。正如式 (1) 所示, 这里定义的 LSMOP 默认是不带任何约束条件的。

定义 2: (Pareto 支配) 对于任何两个解 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} , \mathbf{x} 支配 \mathbf{y} (记为 $f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{y})$) 当且仅当 $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{y})$ ($i = 1, 2, \dots, m$) $\wedge \exists j \in (1 : m) : f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{y})$ 成立。

定义 3: (非支配) 对于任何两个解 \mathbf{x} 和 \mathbf{y} , \mathbf{x} 如果与 \mathbf{y} 是非支配关系, 当且仅当 \mathbf{x} 不支配 \mathbf{y} 且 \mathbf{y} 不支配 \mathbf{x} 。

定义 4: (Pareto 最优解) \mathbf{x} 是 Pareto 最优解当且仅当决策空间 Ω 中不存在任何其他的解 \mathbf{y} , 使得 \mathbf{y} 支配 \mathbf{x} 。

定义 5: (Pareto 最优解集) LSMOP 的所有 Pareto 最优解构成 Pareto 最优解集 (Pareto optimal Set, PS)。

定义 6: (Pareto 最优前沿) LSMOP 是所有 Pareto 最优解在目标空间的投影构成了 Pareto 最优前沿

(Pareto optimal Front, PF)。

在大规模函数优化中经常需要对大规模决策变量进行分组, 其中分组过程涉及函数的可分性问题。下面给出可分离函数的定义。

定义 7:(可分离函数) $f(\mathbf{x})$ 是可分离函数当且仅当 \mathbf{x} 中各决策变量 $x_i (i = 1, \dots, d)$ 均可独立地优化, 即

$$\underset{(x_1, \dots, x_d)}{\operatorname{argmin}} f(x_1, \dots, x_d) = [\underset{x_1}{\operatorname{argmin}} f(x_1, \dots, x_1, \dots, x_d), \dots, \underset{x_i}{\operatorname{argmin}} f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_d), \dots, \underset{x_d}{\operatorname{argmin}} f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_d)]$$

成立。否则, $f(\mathbf{x})$ 称为不可分离函数。

相应地, 如果 $f(\mathbf{x})$ 中部分决策变量不能独立地优化, 则其被称为部分可分离函数。极端情况下, 如果 $f(\mathbf{x})$ 所有决策变量均不能独立地优化, 亦即只能整体地优化, 则 $f(\mathbf{x})$ 被称为完全不可分函数。

相关系数是用以反映变量之间相关关系密切程度的统计指标, 通过计算决策变量间相关关系的概念对大规模决策变量进行简单分组, 以下给出相关系数的定义。

定义 8:(相关系数) 设 r 表示相关系数, 用以反映变量 x 和 y 之间的线性关系, 其计算方式如下:

$$r(x, y) = \frac{\operatorname{Cov}(x, y)}{\sqrt{\operatorname{Var}[x]\operatorname{Var}[y]}}, \quad (2)$$

式中, $\operatorname{Cov}(x, y)$ 为变量 x 和 y 的协方差, $\operatorname{Var}[x]$ 和 $\operatorname{Var}[y]$ 分别为变量 x 和 y 的方差。

此外, 由于相关系数与相关强度之间并没有标准的分界点, 对相关系数的解释是依赖于具体的应用背景和目的。根据 Hemphill 等^[10]的研究, 相关系数 r 的绝对值在 0.8 以上, 一般认为变量间具有强相关性; r 的绝对值为 0.3 - 0.8, 认为变量间有弱相关性; r 在 0.3 以下, 则认为变量间无相关性。

2 LSMOEA/2s

目前 LSMOEA 所采用的分组方法一般需要逐一检测决策变量之间的交互性, 该过程需要开销大量的计算资源, 从而使得算法用于优化问题解的计算资源相对不足。另外, 已有的一些 LSMOEA 还存在效率不高、求解质量较差等问题。本研究提出的 LSMOEA/2s, 其总体思路是首先利用基于变量组的相关性检测方法快速识别出独立变量, 然后对非独立变量实施高频次的随机分组, 最后利用 MOEA/D 优化各变量子组。LSMOEA/2s 的主要创新点在于:

①根据变量间相关性(或独立性)对变量实施分组, 算法的结构更简单; ②采用基于变量组的相关性检测和随机分组方法对大规模变量进行分组, 节省了大量计算资源用于优化问题的解。算法 1 给出了 LSMOEA/2s 的流程: 第 1 步初始化各独立变量子集和非独立变量集为空; 第 2 步运用基于变量组相关性检测方法识别独立变量和非独立变量; 第 3 至 11 步进行双重循环, 其中算法的第 4 步利用随机分组方法对非独立变量进行分组; 第 5 步构建变量子组的集合; 第 6 至 10 步为内层循环, 其功能是利用 MOEA/D^[11]对各变量子组逐一优化; 第 12 步输出最终获得的种群。

算法 1:LSMOEA/2s 的流程

输入: 种群规模 N , 大规模决策变量数目 d , 基于变量组的相关性检测方法的采样个体数目为 k , 随机分组中分组的规模为 R , 最大评价次数为 FE_{\max} 。

输出: 最终种群 pop 。

1. 初始化: $FE = 0, IV = \emptyset, NIV = \emptyset; pop = \{x^1, x^2, \dots, x^N\}$ // FE 为函数评价计算器, IV 为各独立变量子集, NIV 为非独立变量集。

2. $[IV, NIV] \leftarrow group_based(pop, d, k)$; // 运用基于变量组的相关性检测方法识别独立变量和非独立变量。

3. WHILE ($FE < FE_{\max}$)

4. $[NI_groups] \leftarrow random_group(NIV, R)$; // 利用随机分组方法非独立变量进行分组。

5. $all_groups \leftarrow [IV, NI_groups]$; // 构建变量子组的集合。

6. FOR $i = 1$ TO $size(all_groups)$

7. FOR $j = 1$ TO N

8. $pop \leftarrow MOEA/D(pop, all_groups(i))$; // 使用 MOEA/D 算法^[11]间优化。

9. END FOR

10. END FOR

11. END WHILE

12. 输出最终种群 pop 。

需要指出的是, LSMOEA/2s 的核心技术包括:

①运用基于变量组的相关性检测方法识别独立变量和非独立变量(步骤 2 所示); ②随机分组方法对非独立变量进行分组(步骤 4 所示); ③基于变量组的相关性检测方法 $group_based$ 。算法 2 给出了 $group_based$ 算法的流程。

算法 2: *group_based* 算法

输入: 种群规模 N , 当前进化种群 pop , 决策变量的数目 d , 采样个体数目 k 。

输出: 独立变量组成的集合 IV , 非独立变量集合 NIV 。

1. 初始化: $IV = \emptyset, NIV = \emptyset$;

2. FOR $i = 1$ TO d

3. 随机从种群 pop 中选择 k 个个体, 且 $X = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^k\}, Y = \{\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_{i-1}, \bar{y}_{i+1}, \dots, \bar{y}_d\}$; // x_i^k 表示第 k 个个体的第 i 维变量, \bar{y}_i 表示除第 i 个变量外的所有 $d - 1$ 个变量的均值。

4. 根据式(2)计算 X 和 Y 间的相关系数 r_i ;

5. 利用 r_i 进行显著性检验, 计算 p -值: p_i ;

6. IF ($p_i < 0.05$ && $|r_i| > 0.3$)

7. $NIV = NIV \cup \{x_i\}$;

8. ELSE $IV = IV \cup \{x_i\}$;

9. END IF

10. END FOR

11. 输出 IV 和 NIV 。

其中, 在算法 2 的第 2 至第 9 步利用相关系数判别变量之间的线性相关性。第 6 步采取 $p < 0.05$ 且 $|r_{ij}| > 0.3$ 为准则判别变量的独立性和非独立性。另外, 算法 2 通过计算当前变量与剩余变量均值之间的相关性可快速判断出独立变量, 独立变量各自成组, 减少了不必要的适应度评价次数。

总体上, LSMOEA/2s 经过第 1 阶段的变量分组获得了独立变量和非独立变量集合, 但现实中 LSMOP 的高度复杂性使得非独立变量集合可能仍是大规模的。因此有必要对非独立变量集合进一步分组以降低优化问题的求解难度。这里采用高频次的随机分组方法对其进行分组, 而且高频次随机分组有利于将具有交互性的变量分至相同的子组, 从而有利于算法搜索全局最优解。

3 实验与结果分析

3.1 实验方案设计

为检验 LSMOEA/2s 的性能, 选取当前大规模多目标进化优化领域中具有代表性的算法 MOEA/D、CCGDE3^[12]、RVEA^[13] 和 S3-CMAES^[14], 在 3-目标 LSMOP1-LSMOP9 系列测试问题^[15] 上进行对比实验, 各测试函数决策变量数目(D)分别取 100、200、300 和 500 维, 共计在 36 个测试实例上进行实验, 以获得较可靠的对比结果。其中 100、200、300 维的测

试实例最大适应度评价次数设为 500 000, 500 维的测试实例设为 700 000。需要指出的是, 实验选取 LSMOP 系列测试函数主要在于: LSMOP 系列测试集是专门为 LSMOP 设计的系列测试函数, 它们能刻画现实 LSMOP 可能存在的一些难度特征, 如变量分组不均、变量与不同目标函数具有不同的相关性, 特别是其位置变量与距离变量之间存在链接等。这些困难特征对 LSMOEA 构成了巨大挑战, 因而能很好地检验算法的性能。

为检验算法的综合性能, 这里利用反转世代距离 (Inverted Generational Distance, IGD) 指标评估算法获得解集的收敛性和多样性。具体地, IGD 指标度量了真实的 Pareto 前沿到所获近似 Pareto 前沿之间的距离。由于实验中采用的 LSMOP 系列测试集的真实 Pareto 前沿是已知的, 通过在真实 Pareto 前沿上均匀采集多样性的点, 计算这些采样点到近似 Pareto 前沿解点之间的距离, 则既能反映解集的收敛性, 又能反映其多样性。一般而言, IGD 值越小, 表明近似 Pareto 前沿的收敛性和多样性越好。假设 P 是 MOP 真实 Pareto 前沿解集, IGD 性能指标可利用公式(3)进行计算。

$$IGD = \frac{1}{|P|} \sum_{i=1}^{|P|} Dist_i, \quad (3)$$

其中, $Dist_i = \min_{j=1}^{|A|} \sqrt{\sum_{m=1}^M \left(\frac{f_m(p_i) - f_m(a_j)}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \right)^2}$ 为归一化后的最小欧氏距离; f_m^{\max} 和 f_m^{\min} 分别表示集合 P 在第 m 个目标上获得的最大值和最小值; $p_i \in P, i = 1, 2, \dots, |P|; a_j \in A, j = 1, 2, \dots, |A|$ 。实验对各测试函数采样 10 000 个均匀分布在 Pareto 前沿上的点作为真实 Pareto 前沿的近似来计算 IGD 值。

为减少随机因素对性能评估的影响, 实验中各算法在每一个测试实例中均独立执行 30 次(每次使用不同的随机数种子), 以获得性能指标 IGD 的均值和方差。另外, 实验利用显著水平为 0.05 的 Wilcoxon 秩和检验来分析各算法获得近似解集的性能在统计意义上的差异。符号 +、- 和 = 分别表示对比算法的 IGD 值明显优于、劣于和无差别于 LSMOEA/2s。

本研究所有实验均在 ASUS FL5600L PC 上执行, PC 配置如下: CPU 为 AMD A10-8700P、1.8 GHz 主频、8.0 G 内存、Windows 7 X64 位操作系统, 所有算法均在 PlatEMO^[16] 平台上实现。

3.2 实验结果与分析

表 1 列出了 LSMOEA/2s 与其他 4 种算法在 3-

目标的 LSMOP 系列测试问题上获得的 IGD 均值和 方差, 表中各行的最好结果用粗体突显。

表 1 5 种算法在 3-目标 LSMOP 系列测试问题上的 IGD 均值与方差

Table 1 The mean and variance values of IGD indicator obtained by five algorithms on LSMOP series problems with three objectives

问题 Problem	维度(D) Dimensions (D)	MOEA/D	CCGDE3	RVEA	S3-CMA-ES	LSMOEA/2s
LSMOP1	100	1.3296e-1 (2.33e-2) =	5.1038e+0 (1.01e+0) -	2.0164e-1 (1.68e-2) -	1.9632e-1 (6.33e-2) -	1.5367e-1 (3.66e-2)
	200	1.4274e-1 (2.14e-2) =	7.2281e+0 (9.14e-1) -	3.4963e-1 (7.81e-2) -	3.0631e-1 (7.40e-2) -	1.5260e-1 (2.39e-2)
	300	1.6918e-1 (2.16e-2) =	7.6786e+0 (8.51e-1) -	5.8944e-1 (1.21e-1) -	7.7988e-1 (1.17e-1) -	1.7637e-1 (2.63e-2)
	500	1.8927e-1 (1.89e-2) -	8.3002e+0 (9.48e-1) -	7.3602e-1 (1.54e-1) -	1.9905e+0 (4.23e-1) -	1.7039e-1 (2.19e-2)
LSMOP2	100	1.2843e-1 (5.75e-3) -	2.2402e-1 (6.13e-3) -	1.0105e-1 (7.22e-3) =	7.8601e-2 (2.12e-2) +	9.4787e-2 (1.43e-2)
	200	1.0132e-1 (1.93e-3) -	1.3679e-1 (2.64e-3) -	8.2602e-2 (2.04e-3) +	6.2475e-2 (7.60e-3) +	9.6372e-2 (1.76e-3)
	300	8.3154e-2 (1.05e-3) -	1.0717e-1 (4.28e-3) -	7.3697e-2 (1.31e-3) +	5.7927e-2 (4.43e-3) +	8.0097e-2 (9.54e-4)
	500	6.4132e-2 (3.77e-4) -	8.0444e-2 (3.10e-3) -	6.1143e-2 (6.32e-4) +	5.0722e-2 (1.31e-3) +	6.3240e-2 (4.74e-4)
LSMOP3	100	5.6754e-1 (1.42e-1) =	1.3412e+1 (2.27e+0) -	1.9563e+0 (1.01e+0) -	1.8816e+0 (3.42e-1) -	5.5817e-1 (1.48e-1)
	200	5.7464e-1 (1.68e-1) =	1.6034e+1 (1.86e+0) -	1.5854e+0 (5.01e-1) -	5.6581e+0 (3.34e-1) -	5.8545e-1 (1.73e-1)
	300	5.3264e-1 (1.55e-1) =	1.7011e+1 (1.69e+0) -	2.1260e+0 (8.56e-1) -	7.7925e+0 (3.98e-1) -	5.6927e-1 (1.01e-1)
	500	5.7162e-1 (1.51e-1) +	1.7684e+1 (1.79e+0) -	2.6150e+0 (1.07e+0) -	1.0362e+1 (5.27e-1) -	6.3377e-1 (1.43e-1)
LSMOP4	100	2.2190e-1 (2.43e-2) =	5.5810e-1 (1.48e-2) -	2.7568e-1 (4.91e-2) -	3.4614e-1 (3.26e-2) -	2.0586e-1 (5.98e-2)
	200	2.5476e-1 (7.60e-3) -	3.8685e-1 (1.28e-2) -	1.9408e-1 (1.33e-2) =	2.7150e-1 (9.75e-3) -	1.9091e-1 (2.14e-2)
	300	2.0794e-1 (6.58e-3) -	3.0406e-1 (8.52e-3) -	1.6129e-1 (5.67e-3) +	2.4266e-1 (7.93e-3) -	1.9760e-1 (1.17e-2)
	500	1.4531e-1 (4.03e-3) +	2.1080e-1 (7.63e-3) -	1.1979e-1 (2.92e-3) +	2.0728e-1 (7.50e-3) -	1.4861e-1 (4.07e-3)
LSMOP5	100	8.3054e-1 (1.07e-1) -	6.9051e+0 (2.78e+0) -	9.4273e-1 (4.26e-2) -	9.4593e-1 (2.45e-7) -	4.9539e-1 (2.21e-1)
	200	8.0816e-1 (1.39e-1) -	1.1109e+1 (2.39e+0) -	9.4592e-1 (1.97e-5) -	9.4621e-1 (5.34e-5) -	6.6191e-1 (1.46e-1)
	300	8.6463e-1 (1.07e-1) -	1.1496e+1 (2.93e+0) -	9.4592e-1 (1.79e-5) -	9.3375e-1 (6.25e-2) -	6.0048e-1 (9.24e-2)
	500	7.1089e-1 (1.33e-1) -	1.3622e+1 (2.85e+0) -	9.4592e-1 (1.05e-5) -	9.3045e-1 (8.07e-2) -	6.1176e-1 (8.24e-2)
LSMOP6	100	9.0306e-1 (6.56e-2) =	1.5422e+3 (9.47e+2) -	1.2133e+0 (3.53e-1) -	1.2524e+0 (2.08e-1) -	1.1199e+0 (9.86e-1)
	200	1.0031e+0 (1.33e-1) =	9.2911e+3 (4.40e+3) -	2.2314e+0 (9.49e-1) -	1.5686e+0 (5.63e-2) -	1.1786e+0 (3.99e-1)
	300	1.3246e+0 (4.60e-1) +	1.4594e+4 (5.89e+3) -	5.4289e+0 (5.42e+0) -	1.9425e+0 (4.42e-2) =	1.9822e+0 (6.73e-1)
	500	1.8573e+0 (5.38e-1) +	2.1599e+4 (6.50e+3) -	7.7240e+0 (4.82e+0) -	2.1589e+0 (3.95e-2) =	2.2907e+0 (4.91e-1)

续表

Continued table

问题 Problem	维度(D) Dimensions (D)	MOEA/D	CCGDE3	RVEA	S3-CMA-ES	LSMOEA/2s
LSMOP7	100	7.3746e-1 (1.19e-1) =	2.8586e+0 (3.49e-1) -	9.4578e-1 (5.24e-4) -	9.5242e-1 (8.60e-4) -	7.8228e-1 (1.23e-1)
	200	8.4547e-1 (1.15e-1) +	1.9030e+0 (1.09e-1) -	9.3269e-1 (5.20e-2) -	9.5971e-1 (1.29e-3) -	9.1115e-1 (6.96e-2)
	300	8.0501e-1 (9.47e-2) +	1.6070e+0 (4.63e-2) -	9.2246e-1 (7.07e-2) +	9.5926e-1 (8.27e-4) -	9.3679e-1 (4.12e-2)
	500	8.3604e-1 (1.09e-1) +	1.3028e+0 (1.51e-2) -	9.3036e-1 (4.60e-2) +	9.5421e-1 (4.87e-4) -	9.3717e-1 (3.95e-2)
LSMOP8	100	8.2988e-1 (9.51e-2) -	9.7788e-1 (9.24e-2) -	9.2364e-1 (1.07e-1) -	9.4147e-1 (3.53e-2) -	5.5167e-1 (2.40e-1)
	200	8.4158e-1 (8.06e-2) =	9.5006e-1 (6.11e-2) -	8.1405e-1 (2.10e-1) =	9.4790e-1 (1.33e-3) -	8.2316e-1 (1.36e-1)
	300	8.3108e-1 (7.62e-2) =	9.3423e-1 (7.19e-2) -	7.3845e-1 (1.98e-1) =	9.4274e-1 (1.55e-2) -	8.5669e-1 (5.25e-2)
	500	7.8407e-1 (9.56e-2) +	9.0681e-1 (8.70e-2) -	8.2887e-1 (1.26e-1) =	9.4631e-1 (1.16e-4) -	8.8827e-1 (3.30e-2)
LSMOP9	100	4.5900e-1 (4.84e-2) -	2.6293e+1 (8.98e+0) -	6.1973e-1 (1.19e-1) -	8.0561e-1 (7.82e-2) -	4.2327e-1 (2.74e-2)
	200	4.1844e-1 (1.75e-2) =	3.4444e+1 (6.32e+0) -	7.6100e-1 (1.23e-1) -	8.0113e-1 (7.50e-2) -	4.2423e-1 (3.56e-2)
	300	4.0938e-1 (1.33e-2) =	4.4915e+1 (1.05e+1) -	1.0971e+0 (2.10e-1) -	8.5657e-1 (2.32e-1) -	4.0796e-1 (1.59e-2)
	500	4.0158e-1 (8.55e-3) =	5.2343e+1 (7.37e+0) -	1.1056e+0 (1.27e-1) -	8.2076e-1 (6.76e-2) -	4.0402e-1 (1.34e-2)
+ / - / =	8/13/15	0/36/0	7/24/5	4/30/2		

从表 1 可以看出, MOEA/D、RVEA、S3-CMA-ES 和 LSMOEA/2s 分别获得了 17、4、4、11 个最佳的 IGD 值, 而 CCGDE3 未获得任何最佳的 IGD 值。从表 1 中的 Wilcoxon 秩和检验结果看, 相对于 MOEA/D、CCGDE3、RVEA、S3-CMA-ES, LSMOEA/2s 取得的净胜得分(即对比算法劣于 LSMOEA/2s 的数目减去对比算法优于 LSMOEA/2s 的数目)分别为 5、36、17 和 26。综上所述, 尽管 MOEA/D 获得的最佳 IGD 值的数目多于 LSMOEA/2s, 但从净胜得分看, LSMOEA/2s 优于所有的对比算法。因而不难看出 LSMOEA/2s 相比于其他 4 种代表性的对比算法具有显著较优的性能, 其获得解集的质量(从收敛性和多样性方面)要明显优于对比算法。究其原因, LSMOEA/2s 对大规模决策变量实施两阶段分组, 不仅使得算法的结构更加简单, 而且节省了大量计算资源, 改善了算法的性能, 提高了解集的质量。

进一步地, 为直观呈现各算法的收敛速度, 图 1 给出了 5 种算法在决策变量数目为 300 维的 3-目标

LSMOP5 测试实例上获得的 IGD 均值随评估次数增长而变化的轨迹。从图 1 可以看出, 随着评估次数的增大, 5 种算法的 IGD 值总体上在变小, 而且在经历 3×10^5 次评估后, LSMOEA/2s 的 IGD 值为所有算

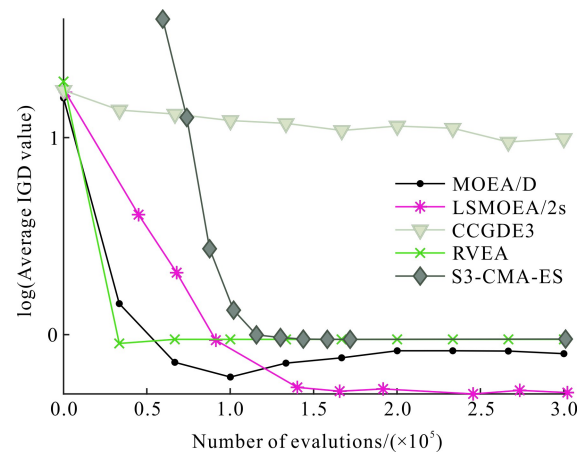


图 1 5 种算法在变量数目为 300 维的 3-目标 LSMOP5 测试实例上获得的 IGD 值变化曲线

Fig. 1 Curves of IGD obtained by five algorithms on 3-objective LSMOP5 with 300 decision variables

法的最小值,其次是 MOEA/D、S3-CMA-ES 和 RVEA,CCGDE3 的表现是最差的。

图 2 给出了 5 种算法在决策变量数目 100 维的 3-目标 LSMOP8 测试实例上获得的 IGD 均值的变化轨迹。从图 2 可以看出,在算法运行的前期,MOEA/D 和 RVEA 获得的 IGD 均值比 LSMOEA/2s 获得的 IGD 均值下降的速度快,意味着在算法的初始阶段 LSMOEA/2s 的性能不如 MOEA/D 和 RVEA。其原因在于:LSMOEA/2s 在初始阶段需要花费一定的计算资源用于变量分组,而 MOEA/D 和 RVEA 则没有实施变量分组的操作,它们所有的计算资源均用于优化问题的解。因此初始阶段 MOEA/D 和 RVEA 的性能要优于 LSMOEA/2s。随着进化过程的推进,各算法获得的 IGD 均值都在逐渐变小,在此过程中 LSMOEA/2s 获得的 IGD 均值下降的幅度虽不及 MOEA/D 和 RVEA,但却远胜于 CCGDE3 和 S3-CMA-ES。在评估次数达到 1×10^5 时,LSMOEA/2s 获得的 IGD 均值在所有算法中最小,表明 LSMOEA/2s 此时获得的解集质量最高。究其原因,LSMOEA/2s 经过对大规模决策变量分组后,采用 MOEA/D 方法依次优化各变量子组,使得算法的收敛性和多样性均有较显著的改善,最终获得高质量的解集。综合图 1 和图 2 的结果来看,对比其他 4 种算法,LSMOEA/2s 具有显著较优的性能,这一点与表 1 的实验结果是相吻合的。鉴于 IGD 指标是度量解集收敛性和多样性的综合指标,其值越小表明算法的性能越好、解集的质量越高。

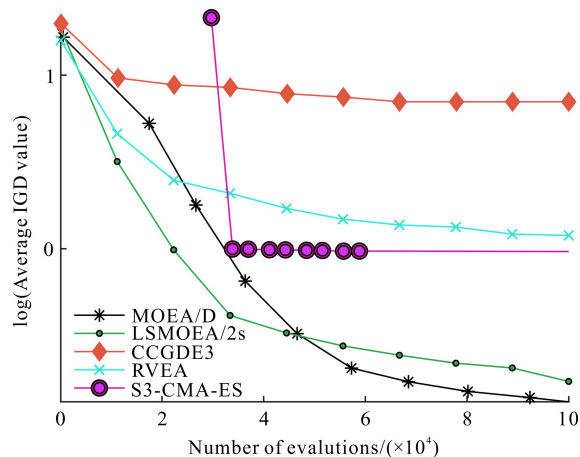


图 2 5 种算法在决策变量数目为 100 维的 3-目标 LSMOP8 测试实例上获得 IGD 均值的变化曲线

Fig. 2 Curves of IGD obtained by five algorithms on 3-objective LSMOP8 with 100 decision variables

4 结论

目前很多 LSMOEA 在对大规模决策变量实施分组时需要花费大量的计算资源,致使真正用于优化问题解的计算资源相对不足,导致算法的性能尚存较大提升空间。本研究提出一种基于变量两阶段分组的多目标进化算法 LSMOEA/2s,其主要特点在于:首先采用两阶段变量分组方法将大规模决策变量分成独立变量和若干非独立变量子组,然后利用 MOEA/D 优化所有的独立变量和非独立变量子组。将所提算法与当前本研究领域 4 种代表性的高效算法(MOEA/DVA、CCGDE3、RVEA、S3-CMAES)一同在 100、200、300 和 500 维的 3-目标 LSMOP1 - LSMOP9 测试实例上进行 IGD 性能测试,结果表明所提的 LSMOEA/2s 具有显著的性能优势。未来将利用更多更困难、更复杂的 LSMOP 以及现实中的一些应用问题测试并改进本研究算法。

参考文献

- [1] 谢承旺,余伟伟,郭华,等. DAV-MOEA:一种采用动态角度向量支配关系的高维多目标进化算法[J]. 计算机学报,2022,45(2):317-333.
- [2] COOPER I M,JOHN M P,LEWIS R, et al. Optimizing large scale public transport network design problems using mixed-mode parallel multi-objective evolutionary algorithms [C]//Proceedings of the 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). Beijing, China: IEEE,2014:2841-2848.
- [3] QU B Y,ZHOU Q,XIAO J M, et al. Large-scale portfolio optimization using multiobjective evolutionary algorithms and preselection methods [J]. Mathematical Problems in Engineering,2017,2017:4197914.
- [4] DEB K,MYBURGH C. A population-based fast algorithm for a billion-dimensional resource allocation problem with integer variables [J]. European Journal of Operational Research,2017,261(2):460-474.
- [5] 梁正平,刘程,王志强,等. 基于存档和权值扩展的大规模多目标优化算法[J]. 计算机学报,2022,45(5):951-971.
- [6] OMIDVAR M N,LI X,YANG Z, et al. Cooperative co-evolution for large-scale optimization through more frequent random grouping [C]//Proceedings of the 2010 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Barcelona, Spain: IEEE,2010:1-8.
- [7] OMIDVAR M N,YANG M,MEI Y, et al. DG2:a faster and more accurate differential grouping for large-scale black-box optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2019,21(6):929-942.
- [8] MA X,LIU F,QI Y, et al. A multi-objective evolutionary algorithm based on decision variable analyses for

- multi-objective optimization problems with large-scale variables [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(2): 275-298.
- [9] ZHANG X, TIAN Y, CHENG R, et al. A decision variable clustering-based evolutionary algorithm for large-scale many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(1): 97-112.
- [10] HEMPHILL J F. Interpreting the magnitudes of correlation coefficients [J]. American Psychologist, 2003, 58(1): 78-80.
- [11] ZHANG Q, LI H. MOEA/D: a multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2007, 11(6): 712-731.
- [12] ANTONIO L M, COELLO C A C. Use of cooperative coevolution for solving large scale multiobjective optimization problems [C]//Proceedings of the 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. Cancun, Mexico; IEEE, 2013; 2758-2765.
- [13] CHEN R, JIN Y, OLHOFFER M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(5): 773-791.
- [14] CHEN H, CHENG R, WEN J, et al. Solving large-scale many-objective optimization problems by covariance matrix adaption evolution strategy with scalable small subpopulations [J]. Information Sciences, 2020, 509: 457-469.
- [15] CHENG R, JIN R C, OLHOFFER M, et al. Test problems for large-scale multiobjective and many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(12): 4108-4121.
- [16] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X, et al. PlatEMO: a MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73-87.

LSMOEA/2s: A Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm Adopting Two-Stage Variable Grouping

XIE Chengwang^{1,2**}, PAN Jiamin¹, FU Shiwei¹, LIAO Jianping¹

(1. School of Computer and Information Engineering, Nanning Normal University, Nanning, Guangxi, 530000, China; 2. School of Data Science and Engineering, South China Normal University, Shanwei, Guangdong, 516600, China)

Abstract: The inherent properties of Large-Scale Multi-objective Optimization Problem (LSMOP) bring challenges to Multi-Objective Evolutionary Algorithm (MOEA). At present, most Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm (LSMOEA) need to consume more computational resources to group large-scale decision variables, which makes the computational resources used to optimize the problem solution relatively insufficient, affecting the efficiency and performance of the algorithm. Base on this, a Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm adopting two-stage variable grouping (LSMOEA/2s) is proposed in this study. Firstly, the new algorithm is conducive to the correlation detection method based on variable group to quickly identify independent variables. Then, the high-frequency random grouping method is used to divide the non-independent variables into several subgroups. Finally, the MOEA/D algorithm is used to optimize all independent variables and non-independent variable subgroups. The proposed algorithm is combined with the current four representative algorithms (MOEA/D, CCGDE3, RVEA, S3-CMA-ES) to perform the inverted generational distance Inverted Generational Distance (IGD) performance test on the LSMOP series test problems. The results show that LSMOEA/2s has significant performance advantages over other algorithms.

Key words: large-scale decision variables; multi-objective optimization problem; Large-Scale Multi-Objective Evolutionary Algorithm; two-stage variable grouping; convergence; diversity

责任编辑: 陆雁