

◆智能计算◆

MOEA/ I_{CD} : 一种基于适应度指标 I_{CD} 的高维多目标进化算法*谢承旺^{1,2**}, 韦伟¹, 郭华¹, 周慧³

(1. 南宁师范大学计算机与信息工程学院, 广西南宁 530000; 2. 华南师范大学数据科学与工程学院, 广东汕尾 516600;
3. 华南师范大学商学院, 广东汕尾 516600)

摘要:已有的基于参考点(参考向量)或标量化效用函数的多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithm, MOEA)在求解高维多目标优化问题(Many-objective Optimization Problems, MaOPs)时存在不足。基于此,本文提出一种动态度量解个体收敛性与多样性综合性能的适应度指标(Fitness indicator considering convergence and diversity of individual adaptively, I_{CD}),该指标随进化过程的推进而自适应地调整种群个体的收敛性和多样性所占比例,即初期 I_{CD} 强调收敛性而后期侧重多样性,以平衡高维多目标种群的收敛性和多样性,并获得高质量的解集。进一步地,将 I_{CD} 嵌入 NSGA-II 算法框架,设计一种基于 I_{CD} 的高维多目标进化算法(Many-Objective Evolutionary Algorithm Based on I_{CD} , MOEA/ I_{CD})。最后,将新算法与5种代表性算法一同在 DTLZ 和 MaF 系列测试问题上进行反转世代距离(Inverted Generational Distance, IGD)性能测试。实验结果表明:相比5种对比算法,MOEA/ I_{CD} 具有显著较优的收敛性和多样性。因此,MOEA/ I_{CD} 是一种颇具前景的高维多目标进化算法(Many-Objective Evolutionary Algorithm, MaDEA)。

关键词:高维多目标优化问题;进化算法;收敛性;多样性;适应度指标

中图分类号: TP181 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2023)01-0196-12

DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.20230308.021

现实中存在大量需要同时优化多个目标的优化问题,即多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problem, MOP)。由于 MOP 中各目标间通常相互冲突,因此一般并不存在唯一解,通常是一组折中解,即 Pareto 解集或非劣解集^[1]。基于群体搜索的进化算法(Evolutionary Algorithm, EA)运行一次

即可获得一组解,且对待解问题的数学性质不做特别要求,因而适于求解 MOP。近 30 多年来,已出现数目众多的多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithm, MOEA),这些 MOEA 在求解两至三个目标的 MOP 时通常具有较好的性能,得到了广泛应用^[2]。

收稿日期: 2022-04-20

修回日期: 2022-05-25

* 国家自然科学基金项目(61763010), 广西自然科学基金项目(2021GXNSFAA075011)和广西研究生教育创新计划项目(YCSW2020194)资助。

【第一作者简介】

谢承旺(1974-),男,博士,教授,硕士研究生导师,主要从事智能计算研究。E-mail:chengwangxie@m.scnu.edu.cn。

【**通信作者】

【引用本文】

谢承旺, 韦伟, 郭华, 等. MOEA/ I_{CD} : 一种基于适应度指标 I_{CD} 的高维多目标进化算法[J]. 广西科学, 2023, 30(1): 196-207.

XIE C W, WEI W, GUO H, et al. MOEA/ I_{CD} : A Many-objective Evolutionary Algorithm Based on Fitness Index I_{CD} [J]. Guangxi Sciences, 2023, 30(1): 196-207.

但随着经济社会的发展,现实中不断涌现出要求同时优化更多目标的问题^[3,4],即高维多目标优化问题(Many-objective Optimization Problems, MaOPs)。MaOP通常含有4个及以上数目的目标函数,其固有的高维目标空间特性会显著地恶化基于Pareto支配的MOEA性能^[5]。究其原因:其一,有限规模的种群中非支配解的占比随目标数目呈指数级增长,严重削弱了利用Pareto支配进行选择的能力,将导致算法最终退化成完全随机算法;其二,高维目标种群极易产生支配抵触解(Dominance Resistance Solutions, DRs),而DRs是一些远离Pareto前沿的非支配解,它们会显著地恶化算法的收敛性;其三,当Pareto占优无法区分个体优劣时,一些MOEA会利用辅助的基于密度的方法择优个体,亦即采用主动多样性促进(Active Diversity Promotion, ADP)机制进行环境选择。因此,在DRs和ADP共同作用下,这些MOEA获得的近似解集难以收敛到待解决问题真实的Pareto前沿上。由此可知,大量存在的MaOP给传统的MOEA带来了严峻挑战,迫切需要发展高维多目标进化算法(Many-Objective Evolutionary Algorithm, MaOEA),以有效求解各种MaOP。

迄今为止,国内外研究者基于不同的研究背景和视角提出了多种MaOEA,可将它们粗略地分成以下2种类型。

①基于改进支配关系的方法。由于传统的Pareto占优是一种颇为严格的支配关系,其高维目标空间可扩展性差。为有效求解MaOP,研究者提出了若干改进的支配方法以改善算法求解MaOP的性能。例如:修改个体目标函数值方法^[6]、目标计数方法^[7]、改进Pareto最优性的方法^[8]、利用角度的方法^[9]以及利用小生境的方法^[10]等。这些方法在收敛性和多样性方面各有侧重,难以兼顾并平衡二者。然而,在高维多目标优化中有效地平衡种群的收敛性和多样性至关重要,其在相当程度上决定了算法解题的效率与效果。另外,这些支配方法大都需要设置合适参数,且算法性能通常对参数敏感,因而不便于使用。

②基于参考点或参考向量的方法。这类方法通过在目标空间生成均匀分布的参考点或参考向量引导种群个体的进化,以期获得收敛性和多样性均优的解群。这里以经典的NSGA-II^[11]和NSGA-III^[12]算法为例,早期的NSGA-II利用Pareto支配和拥挤距离择优个体,其在低维目标空间可获得收敛性和多样

性均较好的种群。但随着目标数目的增多,算法的性能明显恶化。为有效求解MaOP,NSGA-III通过在高维目标空间预先定义一组均匀分布的参考点,利用参考点(参考向量)形成小生境,然后在小生境内选择性能较好的个体。利用参考点或参考向量(权重向量)引导种群进化的思想在算法REVA^[13]和MOEA/DD^[14]中亦有所体现。但这些基于参考点或参考向量的算法在进化过程中并未对解个体的收敛性和多样性进行动态调整,而适时调整种群个体的进化方向十分必要,其原因在于:在进化初期种群个体一般随机产生,它们的收敛性和多样性通常较差,因此早中期阶段的重点是促使种群朝Pareto前沿方向逼近;而后期由于种群已接近Pareto前沿,此时应强调种群多样性。不同的进化阶段实施不同的控制策略有利于获得高质量的解集。

基于此,为更有效地度量种群个体在进化过程中的收敛性和多样性以提高算法求解MaOP的性能,本文提出一种自适应地度量解个体收敛性与多样性的适应度指标(Fitness indicator considering convergence and diversity of individual adaptively, I_{CD})。 I_{CD} 是一个标量值,因此通过直接比较不同个体的 I_{CD} 值可判别出孰优孰劣,有效避免Pareto最优性易在高维目标空间出现大量非支配解而导致选择压力骤降的问题。为验证 I_{CD} 的有效性,将其嵌入经典的NSGA-II算法框架中^[11],设计出一种基于 I_{CD} 的高维多目标进化算法(Many-Objective Evolutionary Algorithm Based on I_{CD} , MOEA/ I_{CD})。相较于已有的高维多目标进化算法,MOEA/ I_{CD} 算法主要特点包括:①算法在迭代过程中可根据解个体所处阶段的不同,自适应地调整解个体的收敛性与多样性的占比,以较好地平衡高维多目标解群的收敛性和多样性,改善算法的总体性能;②算法未额外引入参数,方便使用。

1 预备知识

1.1 多目标优化问题相关概念

不失一般性,一个具有 n 个决策变量, m 个目标函数的最小化MOP可形式化表示如下:

$$\begin{cases} \min y = F(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))^T \\ s. t. x \in \Omega \end{cases}, \quad (1)$$

其中, m 表示MOP的目标数目, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是决策空间 Ω 中的点, \mathbb{R}^m 是目标空间,且 $F: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^m$ 包含了 m 个实值目标函数。通常,当 $m \geq 4$

时,式(1)的 MOP 又称为 MaOP。以下是几个与 MOP 密切相关的概念。

定义 1:(Pareto 支配)设 $x^1, x^2 \in \Omega$ 是式(1)最小化 MOP 的任意两个解,称 x^1 Pareto 支配 x^2 (记为 $x^1 < x^2$),当且仅当 $\forall i \in (1, \dots, m): f_i(x^1) \leq f_i(x^2) \wedge \exists j \in (1, \dots, m): f_j(x^1) < f_j(x^2)$ 成立。

定义 2:(Pareto 最优解)设 $x^* \in \Omega$ 是 Pareto 最优解,当且仅当不存在其他解 $x \in \Omega$ 使得 $x < x^*$ 成立。Pareto 最优解通常也被称为 Pareto 非支配解或 Pareto 非劣解。

定义 3:(Pareto 最优解集) Pareto 最优解集(Pareto optimal Set, PS)是所有 Pareto 最优解的集合,即 $PS = \{x \in \Omega \mid \nexists x' \in \Omega: x' < x\}$ 。

定义 4:(Pareto 最优前沿)Pareto 最优前沿(Pareto optimal Front, PF)是 PS 在目标空间中的投影,即 $PF = \{F(x) \in \mathbb{R}^m \mid x \in PS\}$ 。

定义 5:(理想点)理想点(ideal point) $z^* = (z_1^*, \dots, z_m^*)^T$ 是指式(1)最小化 MOP 所有的目标函数的解点,它的第 i 个分量 z_i^* 定义为 $z_i^* = \min_{x \in \Omega} f_i(x)$ 。

定义 6:(最差点)最差点(nadir point) $z^{\text{nad}} = (z_1^{\text{nad}}, \dots, z_m^{\text{nad}})^T$ 由式(1)最小化 MOP 的 PF 上的最差值组成,它的第 i 个分量 z_i^{nad} 定义为 $z_i^{\text{nad}} = \max_{x \in PS} f_i(x)$ 。

通常,理想点 z^* 和最差点 z^{nad} 界定了 MOP 解集在目标空间中的分布范围。

1.2 利用双层参考向量方法产生参考点

在利用参考点(参考向量)方法求解 MaOP 时,如果采用 Das 等^[15]提出的方法生成参考点容易导致过大的种群规模,会显著增加算法计算开销。这里利用 Deb 等^[12]的双层参考向量方法生成参考点,每层参考点的数目按公式(2)计算:

$$C = \binom{H + m - 1}{m - 1}, \quad (2)$$

其中 C 代表参考向量数目, m 代表目标数量, H 代表超平面上沿着每个目标方向考虑的划分等份。例如,对于一个 3-目标优化问题,若在外层取 $H_1 = 2$,

则外层参考向量数目为 $C_1 = \binom{H_1 + m - 1}{m - 1} = 6$;在内层取 $H_2 = 1$,则内层参考向量数目 $C_2 = \binom{H_2 + m - 1}{m - 1} = 3$ 。这样两层总的参考点数目 $C =$

$C_1 + C_2$ 。图 1 以 $m = 3, H_1 = 2, H_2 = 1$ 为例,示意双层参考向量方法产生参考点的过程。

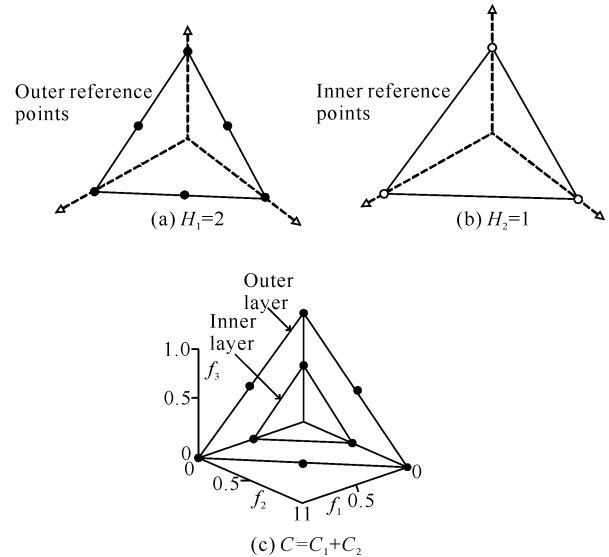


图 1 双层参考向量方法产生参考点示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the reference point generated by the two-layer reference vector method

1.3 归一化处理

现实中一些 MaOP 的目标值范围和量纲不尽相同,为方便求解,需要对个体的目标值进行归一化处理,这样可使获得的计算结果更为可靠。以最小化 MOP 为例,其归一化过程如下;首先确定解群在各目标函数 $f_i (i = 1, \dots, m)$ 上的最小值 f_i^{min} 和最大值 f_i^{max} ,据此构造最小值向量 $F^{\text{min}} = (f_1^{\text{min}}, \dots, f_m^{\text{min}})^T$ 和最大值向量 $F^{\text{max}} = (f_1^{\text{max}}, \dots, f_m^{\text{max}})^T$;然后将种群个体 x 的目标值利用式(3)进行归一化:

$$\bar{f}_i(x) = \frac{f_i(x) - F_i^{\text{min}}}{F_i^{\text{max}} - F_i^{\text{min}}}. \quad (3)$$

2 新适应度指标

多目标和高维多目标进化算法种群个体在目标空间中的位置不断变化,意味着个体的收敛性和多样性是动态变化的。算法的总体目标是希望种群不断逼近 MaOP 真实的 Pareto 前沿且能保持多样性。因此,算法需要解决以下 3 个问题:①可以自适应地度量解个体在进化过程中的收敛性和多样性,以动态刻画个体在目标空间中的变化;②希望构造一个标量化指标度量解个体的性能,以便直接比较解个体的优劣;③新的指标函数不引入额外参数以方便使用。基于上述考虑提出适应度指标 I_{CD} ,同时评估解个体的收敛性与多样性,随着进化过程推进动态地调整解个体收敛性与多样性所占比例,从而使得算法能获

取高质量的解集。

设 (w_1, w_2, \dots, w_N) 为高维目标空间中一组均匀分布的参考向量, 个体 i 为种群 P (规模为 N) 中任一个体, f_i^t 为第 t 代种群中个体 i 的目标值向量, $\|f_i^t\|$ 为解个体 i 的目标值向量的模, 即在目标空间中个体 i 与目标空间中理想点之间的距离 (规范目标空间中的理想点即为空间坐标系的原点), $\theta_{t,i,j}$ 表示第 t 代种群中个体 i 与其最邻近参考向量 w_j 的夹角, 则适应度指标 $I_{CD}(i, w_j)$ 可定义如下:

$$I_{CD}(i, w_j) = a \cdot \|f_i^t\| + b \cdot \frac{\theta_{t,i,j}}{\gamma_{w_j}}, \quad (4)$$

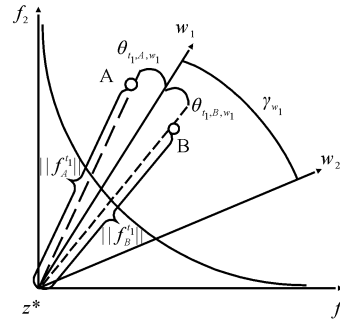
其中, $a = (t_{\max} - t) / t_{\max}$, $b = t / t_{\max}$, t 为进化代数计数器, t_{\max} 为算法最大的进化代数, 且 $a + b = 1$ 。 γ_{w_j} 表示参考向量 w_j 与其他参考向量 w_i 之间的最小夹角, 其值由公式(5)确定:

$$\gamma_{w_j} = \min_{i \in [1, \dots, N], i \neq j} \langle w_i, w_j \rangle. \quad (5)$$

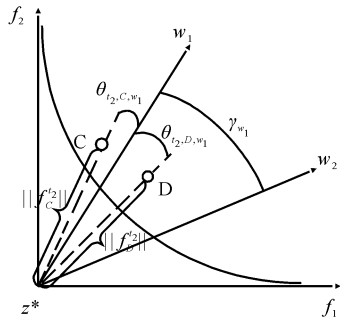
通常, 一组参考向量一旦产生, γ_{w_j} 即为一定值。由于公式(4)中的 $\theta_{t,i,j}$ 为锐角弧度, 其值一般较小, 为在进化后期强调多样性, 利用 γ_{w_j} 放大多样性比重。 I_{CD} 由表征收敛性和多样性的两项式相加, 而且公式(4)右边第 1 项值越小表明个体越靠近 PF, 右边第 2 项值越小表明个体越靠近均匀分布的参考向量。总体上, I_{CD} 值越小表明个体质量越高。

进一步利用示意图解释 I_{CD} 的机制, 如图 2 所示。图 2(a) 中设种群早期进化代数为 t_1 , 则公式(4)右边的系数 a 和 b 满足 $a > b$, 而且个体 A 和个体 B 关联到同一参考向量 w_1 , A 到原点的欧氏距离为 $\|f_A^{t_1}\|$, 其与 w_1 之间的夹角为 θ_{t_1,A,w_1} ; B 到原点的欧氏距离为 $\|f_B^{t_1}\|$, 其与 w_1 之间的夹角为 θ_{t_1,B,w_1} 。此外, 离参考向量 w_1 最近的参考向量为 w_2 , 它们之间的夹角为 γ_{w_1} 。在进化前期, I_{CD} 将更注重收敛性, 由图 2(a) 可知 $\|f_B^{t_1}\| < \|f_A^{t_1}\|$ 。根据公式(4)中系数 a 和 b 的定义, 早期阶段系数 a 较大, 而 θ_{t_1,A,w_1} 与 θ_{t_1,B,w_1} 在较小系数 b 的作用下, 它们之间的差距较小, 不影响择优的结果, 个体 B 将保留至下一代。

如图 2(b) 所示, 设种群进化后期代数为 t_2 , 这时 I_{CD} 中的系数 $a < b$, 个体 C、D 与参考向量 w_1 相关联, C 与原点之间的欧氏距离为 $\|f_C^{t_2}\|$, 其与 w_1 之间的夹角为 θ_{t_2,C,w_1} ; D 与原点之间的欧氏距离为 $\|f_D^{t_2}\|$, 其与 w_1 之间的夹角为 θ_{t_2,D,w_1} 。设 w_1 与其



(a) Selection individual from the early t_1 -th generational population



(b) Selection individual from the later t_2 -th generational population

图 2 基于 I_{CD} 的个体择优机制

Fig. 2 I_{CD} -based individual selection mechanism

最近的参考向量 w_2 之间的夹角为 γ_{w_1} 。 I_{CD} 在进化后期更注重多样性, 由图 2(b) 可知 $\theta_{t_2,C,w_1} < \theta_{t_2,D,w_1}$, 且此时系数 b 较大, $\|f_C^{t_2}\|$ 和 $\|f_D^{t_2}\|$ 在较小系数的作用下, 二者相差甚微, 不影响择优的结果, 个体 C 将保留至下一代。

一般地, 算法的初始种群随机产生, 种群的收敛性和分布性通常较差, 这一时期需要促使种群朝 PF 方向进化。经过若干次迭代后, 种群个体逐渐靠近 PF, 但此时种群多样性通常不够理想, 种群中有些个体容易聚集, 有些个体则分布稀疏, 总体上种群的多样性较差。因此需要在进化后期强调个体的多样性, 以改善高维多目标进化算法的总体性能。 I_{CD} 在进化过程中动态调整个体收敛性与多样性比例, 从而改善解集质量。

3 MOEA/ I_{CD} 算法

3.1 利用 I_{CD} 划分种群

MOEA/ I_{CD} 算法在迭代过程中需要选择较优个体参与下一代繁殖, 因此利用 I_{CD} 对种群个体进行分层排序。其基本思想是选择能较好地优化参考向量集的个体, 并将其置于最靠前的位置, 使它们位于第 1 层次; 随后将这些解个体移走, 采用同样的方式获

得第2层次……如此反复,直至种群中所有个体被分配至相应层次为止。

具体地,设种群 P 的规模为 N , $(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)$ 为一组均匀分布的参考向量, i 为种群 P 中任一 个体,且 i 定义为记录(结构体)类型。其中 $i.rank$ 表示个体层次域, $i.value$ 表示个体在参考向量 ω 下的 适应度指标值域。如果两个个体在同一参考向量下 获得相同 I_{CD} , 则分别计算它们距离理想点(原点)的 欧氏距离。算法 1 给出了 I_{CD} 排序算法的流程。

算法 1: I_{CD} 排序算法

输入:种群 P , 参考向量集 W

输出:排序后的种群 P^S

1. for all $i \in P$ do //初始化种群个体
2. $i.rank \leftarrow i.value \leftarrow \infty$;
3. end for
4. for all $\omega \in W$ do
5. for all $i \in P$ do
6. $i.value \leftarrow I_{CD}(i, \omega)$;
7. end for
8. 基于种群 P 中各个体的 I_{CD} 值 以及欧氏距离进行升序排列;
9. $rank \leftarrow 1$;
10. for all $i \in P$ do
11. $i.rank \leftarrow \min\{i.rank,$
 $rank\}$;
12. $rank \leftarrow rank + 1$;
13. end for
14. end for
15. 输出排序后的种群 P^S .

3.2 多样性保持策略

基于支配关系的 MOEA 算法通常采用非支配 排序方法对种群分层,然后依据个体层级从高到低择 优一定数目的个体进入下一代并保持种群规模不变。 而当在某个层级上只能选择部分个体时则需要采取 某种环境选择策略促进种群多样性,其中代表性做法 包括 NSGA-II 的拥挤距离度量方法^[11], RPD- NSGA-II^[16] 利用 PBI 函数的 d_2 距离择优个体等。 但已有的一些环境选择策略大都偏向多样性而在一定 程度上忽视了收敛性,基于此,采用 I_{CD} 评估最末 层级上的个体,以选择收敛性和多样性均较好的个体 进入下一代。

具体地,假设算法需要从第 k 个层级 F_k 上择优 部分个体,那么多样性保持策略就将 F_1 至 F_{k-1} 层级

上的个体 i ($i \in |F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_{k-1}|$) 与参考向 量 ω_j ($j = 1, 2, \dots, N$) 进行关联。关联方法是找到与 个体 i 具有最小 $\theta_{i,i,j}$ 的参考向量 ω_j , 并计算关联到 ω_j 的个体数目 ρ_j , 如此便可获得各参考向量所关联 的个体数目,不妨记作: ρ_1, \dots, ρ_N 。假设参考向量 ω_j 上关联个体的数目最小,计算 ω_j 与 F_k 层级上相 关联的个体数目 $\bar{\rho}_j$ 。若 $\bar{\rho}_j > 1$, 则根据公式(4)计算 F_k 上相关联个体的 I_{CD} 值, 并选择具有最小 I_{CD} 值 的个体加入下一代;若 $\bar{\rho}_j = 1$, 则将该个体直接加入 下一代,且后面不再考虑参考向量 ω_j 。如此反复,直 至下一代种群填满为止。该多样性保持策略利用个 体与参考向量之间的夹角而非常用的欧氏距离,其原 因在于欧氏距离在高维目标空间中不能有效地度量 个体之间的距离,而角度的度量则能较好地反映出高 维目标空间中的分布性。

3.3 MOEA/ I_{CD} 算法流程

在前面叙述的基础上,将 I_{CD} 嵌入经典的 NSGA-II 算法框架中,设计一种基于 I_{CD} 的高维多 目标进化算法 MOEA/ I_{CD} 。新算法利用 I_{CD} 评估个 体的质量,并根据个体的 I_{CD} 值对种群进行分层和环 境选择。图 3 以 MOEA/ I_{CD} 算法第 t 代为例描述算 法的运行机制,算法 2 则给出了 MOEA/ I_{CD} 算法的 流程。MOEA/ I_{CD} 算法的第 1 步生成规模为 N 的 初始种群 P_0 , 利用双层参考向量方法产生一组均匀 分布的参考向量;算法从第 2 步开始进行迭代过程; 第 3-5 步利用仿二进制交叉和多项式变异产生子代 种群;第 6 步合并子代和父代种群;第 7-9 步实施归 一化处理;第 10 步保留合并种群的边界点;第 11 步 利用 I_{CD} 排序算法对合并种群进行分层;第 12,13 步 利用 3.2 节的多样性保持方法在最末层级 F_k 上择 优部分较优个体加入下一代;第 14 步形成完整的下 一代种群;第 15 步更新代数计数器;第 16 步 while

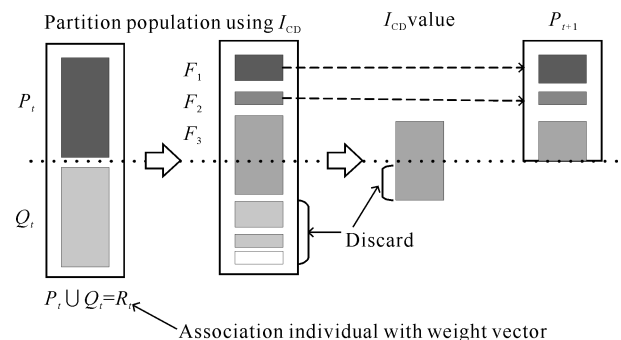


图 3 MOEA/ I_{CD} 算法的运行机制

Fig. 3 Running mechanism of MOEA/ I_{CD}

循环结束;第 17 步输出最末代种群 P_{\maxgen} 。

算法 2: MOEA/ I_{CD} 算法

输入: 种群规模 N , MaOP 问题目标数目 m , 最大迭代次数 T_{\maxgen}

输出: 最末代种群 P_{\maxgen}

1. 初始化
 - 1.1 初始化代数计数器 $t = 0$;
 - 1.2 在待解问题的可行决策空间内随机产生 N 个初始个体组成初始化种群 P_0 , 并计算各个体的目标值向量 $\{F_1(0), \dots, F_N(0)\}$;
 - 1.3 利用双层权值向量生成方法产生一定数目的参考向量: $W \leftarrow \text{two_layered_generation_method}(m, H_1, H_2)$;
2. while ($t < T_{\maxgen}$)
3. 构建交配池: $P_t^{\text{mat}} = \text{Mating_selection}(P_t)$;
4. 重组运算: $P_t^{\text{rec}} = \text{Recombination}(P_t^{\text{mat}})$;
5. 变异运算: $P_t^{\text{offs}} = \text{Mutation}(P_t^{\text{rec}})$;
6. 合并子种群和父种群: $R_t = P_t \cup P_t^{\text{offs}}$;
7. 计算最小目标值向量 F_{\min} ;
8. 计算最大目标值向量 F_{\max} ;
9. 归一化处理: $R_t \leftarrow (R_t, F_{\min}, F_{\max})$;
10. 保留 R_t 中的边界点;
11. 利用算法 1 的 I_{CD} 排序算法划分 R_t 以获得若干非支配层: $[F_1, F_2, \dots] \leftarrow \text{based_nondomination_sorting}(R_t, W)$;
12. 确定最小的 k 值, 使其满足 $|F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_k| \geq N$, $S = |F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_{k-1}|$;
13. 利用 3.2 节中的多样性保持策略在 F_k 层选择 $(N - |F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_{k-1}|)$ 个解个体加入 S ;
14. $P_{t+1} = S$;
15. 更新代数计数器 $t = t + 1$;
16. end while
17. 输出最末代种群 P_{\maxgen} 。

设算法种群规模为 N , 待解 MaOP 目标数为 m , 决策空间维度为 n , 算法最大迭代次数为 T_{\maxgen} , 则

算法 MOEA/ I_{CD} 的时间复杂度分析如下: 第 1 步初始化阶段包含 3 个子步, 其中初始化迭代计数器的时间为 $O(1)$, 产生初始群体 P_0 的时间为 $O(Nn)$, 计算种群个体目标函数值向量的时间为 $O(Nm)$, 因此第 1 步的时间复杂度为 $O(1) + O(Nn) + O(Nm) = \max(O(Nn), O(Nm))$ 。算法从第 2 步进入迭代阶段, 循环体内构建交配池、重组运算、变异运算和合并种群的时间复杂度均为 $O(Nn)$ 。第 7-9 步计算最小和最大目标函数值向量以及归一化过程所需时间均为 $O(Nm)$ 。第 10 步保留边界点的时间为 $O(Nm)$ 。第 11 步利用 I_{CD} 排序方法对种群进行分层的时间复杂度为 $O(N^2(\log N + m))$ 。第 12 步确定最小的 k 值使得前面 $(k-1)$ 层上的个体数目小于 N , 而前面 k 层上个体数目大于 N , 其算法复杂度为 $O(N)$ 。第 13 步多样性保持策略的时间为 $O(N^2)$ 。因此, 循环体内的时间复杂度为 $O(N^2(\log N + m))$ 。由于算法共执行 T_{\maxgen} 代, 因此整个循环体执行的时间为 $O(N^2 T_{\maxgen}(\log N + m))$ 。第 17 步输出最末代种群的时间为 $O(Nm)$ 。综上, 算法总时间复杂度为 $\max(O(Nn), O(Nm)) + O(Nn) + O(Nm) + O(N^2 T_{\maxgen}(\log N + m)) = O(N^2 T_{\maxgen}(\log N + m))$ 。

由上可知, MOEA/ I_{CD} 的时间复杂度取决于利用 I_{CD} 排序算法对种群进行分层的时间复杂度。当前一些代表性的高维多目标进化算法的时间复杂度多为 $O(mN^2)$, 如 NSGA-III^[12]、DAV-MOEA^[17] 等, 显然基于 I_{CD} 指标的分层方法的时间复杂度与这些代表性算法的非支配排序方法处于相同水平。但由于 I_{CD} 动态地度量了解个体收敛性与多样性方面的总体性能, 因此较之其他一些排序方法其具有一定的优势。

4 实验与分析

4.1 测试问题

实验选取 DTLZ^[18] 系列的 DTLZ1 - DTLZ4 问题, 以及 MaF^[19] 系列的 MaF1 - MaF4 问题为测试问题, 其原因在于: 首先, 这些测试问题的目标数可以扩展, 本研究将考虑 3-、5-、8-、10- 和 15- 目标的测试实例; 其次, 这些测试问题真实的 PF 是已知的, 便于计算性能指标; 最后, 这些测试问题的 PF 具有不同的特征, 能够对 MOEA 算法构成较大挑战。表 1 给出了这两个系列的测试问题所具有的特征。

表1 DTLZ和MaF系列测试问题的特征

Table 1 Features of DTLZ and MaF series test problems

测试问题 Test problem	特征 Features
DTLZ1	Linear, multi-modal
DTLZ2	Concave
DTLZ3	Concave, multi-modal
DTLZ4	Concave, biased
MaF1	Linear
MaF2	Concave
MaF3	Convex, multi-modal
MaF4	Concave, multi-modal

4.2 性能指标

IGD指标^[20]度量了真实 Pareto 前沿到所获的近似 Pareto 前沿之间的距离。由于实验中测试问题真实 PF 是已知的, 通过在真实 PF 上均匀采样若干解点, 计算采样点到算法获得的近似 Pareto 解点之间的距离, 这样既能反映解集的收敛性又能反映其多样性。一般而言, IGD 指标值越小, 表示近似解集的收敛性和多样性越好。

假设 P 是 MOP 真实 PF 的代表解集, A 是算法获得的近似 Pareto 解集, IGD 指标可利用公式(6)进行计算:

$$IGD(A, P) = \frac{1}{|P|} \sum_{i=1}^{|P|} \text{Dist}_i, \quad (6)$$

式(6)中, $\text{Dist}_i = \min_{j=1}^{|A|} \sqrt{\sum_{k=1}^m \left(\frac{f_k(p_i) - f_k(a_j)}{f_k^{\max} - f_k^{\min}} \right)^2}$ 为归一化后的最小欧氏距离; f_k^{\max} 和 f_k^{\min} 分别表示集合 P 在第 k 个目标上获得的最大值和最小值; $p_i \in P, i = 1, 2, \dots, |P|, a_j \in A, j = 1, 2, \dots, |A|$ 。实验对各测试函数采样 10 000 个均匀分布的 Pareto 最优解点作为真实 Pareto 前沿的代表来计算 IGD 指标值。

为减少随机因素对性能评估的影响, 实验中各算法在每一个测试实例中均独立执行 30 次(每次使用

不同的随机数种子)以获得 IGD 指标的均值和方差。另外, 实验利用显著水平为 0.05 的 Wilcoxon 秩和检验来分析各算法获得近似解集的性能在统计意义上的差异, 符号“+”“-”和“=”分别表示对比算法的 IGD 值明显优于、劣于和无差别于 MOEA/ I_{CD} 。

4.3 实验结果

为验证 MOEA/ I_{CD} 算法的有效性, 选取 5 种代表性的高维多目标进化算法 NSGA-III^[12]、RVEA^[13]、 θ -DEA^[21]、MOEA/D-M2M^[22] 和 RPD-NSGA-II^[16] 为对比算法, 考察 6 种算法在 DTLZ 和 MaF 系列测试问题上的 IGD 性能。为公平起见, 各对比算法的参数采用其原始文献的建议值, 例如: RVEA 的惩罚参数 α 取值 2, 调整参考向量频度的参数 δ 取 0.1; MOEA/D-M2M 的参数 k 取值 10。实验中所有算法的评估次数设为 50 000 次; 测试问题的决策变量数目均取 30; 3-目标测试问题的种群规模为 91, 5-目标测试问题的为 210, 8-目标测试问题的为 156, 10-目标测试问题的为 275, 15-目标测试问题的为 135。由于 NSGA-III 算法采用二元锦标赛方法择优个体, 所以它的种群规模在 3-、5-、8-、10-、15-目标情形下分别取值 92, 212, 156, 276 和 136。

表 2 给出了 6 种算法在 3-、5-、8-、10-和 15-目标 DTLZ1 - DTLZ4 测试实例上获得的 IGD 均值和方差。其中, MOEA/ I_{CD} 在 13 个测试例上获得了最佳 IGD 均值(每一行最佳值用粗体突出显示, 下同), MOEA/ I_{CD} 和 RVEA 分别获得了 4 个和 3 个最佳的 IGD 均值。相比之下, NSGA-III、MOEA/D-M2M 和 RPD-NSGA-II 无一能获得最佳的 IGD 均值。从表 2 的 Wilcoxon 秩和检验结果(表中最末一行)来看, MOEA/ I_{CD} 算法相对于 NSGA-III、RVEA、 θ -DEA、MOEA/D-M2M 和 RPD-NSGA-II 算法所获得的净胜得分(优于的数目减去劣于的数目, 下同)分别为 14, 7, 9, 18 和 18。总体上, 本文算法较之其他对比算法在 DTLZ 系列问题上具有显著较优的 IGD 性能。

表2 6种算法在3-、5-、8-、10-和15-目标 DTLZ1 - DTLZ4 测试问题上获得的 IGD 指标均值和方差

Table 2 Mean and standard deviation of IGD obtained by six algorithms on DTLZ1 - DTLZ4 with 3-, 5-, 8-, 10-, and 15-objective

测试问题 Test problem	目标数目 Objective number	NSGA-III	RVEA	θ -DEA	MOEA/D-M2M	RPD-NSGA-II	MOEA/ I_{CD}
DTLZ1	3	7.4545e+0 (2.47e+0)-	1.0341e+1 (3.91e+0)-	6.6101e+0 (2.56e+0)=	5.2731e+1 (1.72e+1)-	1.3899e+1 (5.10e+0)-	5.5663e+0 (1.80e+0)
	5	3.7111e+1 (1.06e+1)-	1.8799e+1 (5.66e+0)-	1.7645e+1 (4.68e+0)-	7.1589e+1 (1.30e+1)-	1.8462e+1 (7.39e+0)-	8.3161e+0 (2.44e+0)

续表

Continued table

测试问题 Test problem	目标数目 Objective number	NSGA-III	RVEA	θ -DEA	MOEA/D-M2M	RPD-NSGA-II	MOEA/ I_{CD}
DTLZ2	8	2.4805e+1 (7.78e+0)-	9.1055e+0 (4.24e+0)-	8.7720e+0 (3.35e+0)-	6.4727e+1 (1.52e+1)-	1.7052e+1 (6.56e+0)-	4.0488e+0 (7.96e-1)
	10	4.5351e+1 (1.35e+1)-	1.2646e+1 (3.40e+0)-	1.4366e+1 (4.21e+0)-	6.6837e+1 (1.42e+1)-	2.1388e+1 (5.55e+0)-	4.8230e+0 (1.33e+0)
	15	1.2979e+1 (5.31e+0)-	1.5074e+0 (8.26e-1)-	2.8831e+0 (1.21e+0)-	1.0043e+2 (1.15e+1)-	1.0450e+1 (3.51e+0)-	1.0534e+0 (4.22e-1)
	3	5.4478e-2 (4.39e-6)+	5.4487e-2 (5.09e-5)+	5.4473e-2 (3.11e-6)+	1.7708e-1 (6.74e-3)-	8.4958e-2 (6.07e-3)-	5.4679e-2 (2.27e-4)
	5	1.6712e-1 (3.63e-4)-	1.6621e-1 (2.50e-4)+	1.6602e-1 (1.70e-4)+	5.4951e-1 (1.97e-2)-	1.9131e-1 (3.31e-3)-	1.6656e-1 (2.26e-4)
	8	3.7086e-1 (9.61e-2)-	3.1761e-1 (3.77e-4)=	3.1924e-1 (8.70e-4)-	8.5874e-1 (1.92e-2)-	4.3396e-1 (1.46e-2)-	3.1802e-1 (7.96e-4)
DTLZ3	10	5.1846e-1 (8.17e-2)-	4.2995e-1 (2.27e-3)-	4.3607e-1 (2.16e-3)-	8.6580e-1 (1.99e-2)-	4.7178e-1 (1.19e-2)-	4.2765e-1 (2.46e-3)
	15	7.5905e-1 (5.27e-2)-	6.2878e-1 (6.65e-3)-	6.2840e-1 (1.45e-3)-	1.2914e+0 (2.28e-1)-	7.5995e-1 (2.21e-2)-	6.2524e-1 (9.43e-4)
	3	2.0628e+1 (7.31e+0)-	3.6360e+1 (9.89e+0)-	2.1227e+1 (7.22e+0)-	1.5005e+2 (4.73e+1)-	3.4214e+1 (9.83e+0)-	1.6019e+1 (4.97e+0)
	5	9.5911e+1 (2.63e+1)-	7.8262e+1 (2.15e+1)-	6.1138e+1 (1.43e+1)-	2.3218e+2 (4.10e+1)-	5.6769e+1 (1.80e+1)-	2.8617e+1 (7.48e+0)
	8	1.2298e+2 (3.31e+1)-	3.5939e+1 (1.09e+1)-	3.6386e+1 (1.12e+1)-	2.1109e+2 (4.66e+1)-	6.4598e+1 (1.90e+1)-	1.1277e+1 (4.33e+0)
	10	2.5056e+2 (1.02e+2)-	5.9076e+1 (1.75e+1)-	7.4363e+1 (2.10e+1)-	2.0937e+2 (3.78e+1)-	6.1859e+1 (1.72e+1)-	2.0963e+1 (6.13e+0)
DTLZ4	15	2.5746e+2 (8.43e+1)-	1.2915e+1 (6.36e+0)-	1.4142e+1 (5.92e+0)-	3.4878e+2 (4.30e+1)-	5.0703e+1 (1.66e+1)-	1.6737e+0 (9.17e-1)
	3	1.6813e-1 (2.10e-1)+	7.0716e-2 (8.90e-2)+	2.6067e-1 (2.92e-1)=	1.2314e-1 (8.53e-3)+	8.2820e-2 (4.99e-3)+	1.9842e-1 (2.51e-1)
	5	1.6818e-1 (7.75e-4)+	1.6618e-1 (2.68e-4)+	1.7447e-1 (4.54e-2)+	5.8214e-1 (1.97e-2)-	1.9221e-1 (4.98e-3)-	1.8252e-1 (6.11e-2)
	8	4.0708e-1 (1.01e-1)-	3.2779e-1 (2.78e-2)=	3.2315e-1 (1.18e-3)=	9.4490e-1 (3.67e-2)-	4.1564e-1 (1.01e-2)-	3.5119e-1 (5.79e-2)
	10	4.7962e-1 (3.31e-2)-	4.4065e-1 (3.00e-3)=	4.4973e-1 (2.17e-3)-	1.0154e+0 (4.22e-2)-	4.6492e-1 (7.09e-3)-	4.4004e-1 (2.56e-3)
	15	7.1571e-1 (4.09e-2)-	6.3020e-1 (6.76e-3)+	6.2857e-1 (2.91e-4)+	2.1270e+0 (3.72e-1)-	7.1887e-1 (2.14e-2)-	6.4095e-1 (1.66e-2)
+/-/=		3/17/0	5/12/3	4/13/3	1/19/0	1/19/0	/

Note: where the best result on each test instance is shown in bold

表3给出了6种算法在3-、5-、8-、10-和15-目标MaF1-MaF4测试实例上获得的IGD均值与方差。其中,MOEA/ I_{CD} 算法获得了12个最佳的IGD均值,NSGA-III、 θ -DEA、RVEA、RPD-NSGA-II、MOEA/D-M2M获得最佳IGD均值的数目分别为4,3,1,0和0。从表3的Wilcoxon秩和检验结果(表中最末一行)来看,MOEA/ I_{CD} 算法相对于NSGA-III、RVEA、 θ -DEA、MOEA/D-M2M和RPD-

NSGA-II的净胜得分分别为9,14,10,20,14。由此可见,MOEA/ I_{CD} 在求解MaF系列问题时要显著优于其他对比算法。究其原因,MOEA/ I_{CD} 算法利用 I_{CD} 动态平衡种群中各个体的收敛性与多样性,有利于算法总体上获得较优的解题效果;其他算法由于未采用动态度量解个体质量的策略,在对种群实施精确调控方面尚有提升空间,因而它们获得的解群质量显然不如MOEA/ I_{CD} 。

表3 6种算法在3-、5-、8-、10-和15-目标 MaF1 - MaF4 测试问题上获得的IGD指标均值和方差

Table 3 Mean and standard deviation of IGD obtained by six algorithms on MaF1 - MaF4 with 3-, 5-, 8-, 10-, and 15-objective

测试问题 Test problem	目标数目 Objective number	NSGA-III	RVEA	θ -DEA	MOEA/D-M2M	RPD-NSGA-II	MOEA/ I_{CD}
MaF1	3	6.5979e-2 (1.54e-3) +	8.4145e-2 (4.35e-3) -	7.6460e-2 (2.34e-3) -	1.8420e-1 (1.02e-2) -	1.0667e-1 (1.50e-2) -	7.0286e-2 (5.57e-4)
	5	1.9552e-1 (1.20e-2) -	2.9148e-1 (2.16e-2) -	2.1915e-1 (2.17e-2) -	3.7667e-1 (1.20e-2) -	2.0436e-1 (1.95e-2) -	1.7488e-1 (1.53e-3)
	8	3.0018e-1 (1.95e-2) =	5.0982e-1 (5.44e-2) -	3.0963e-1 (1.66e-2) =	4.1329e-1 (1.53e-2) -	4.5483e-1 (5.80e-2) -	3.0765e-1 (3.61e-3)
	10	2.9271e-1 (1.58e-2) +	5.5991e-1 (7.20e-2) -	3.1698e-1 (1.10e-2) -	4.2019e-1 (3.08e-2) -	4.7158e-1 (6.86e-2) -	3.0960e-1 (2.86e-3)
	15	3.5068e-1 (1.36e-2) +	6.1635e-1 (6.84e-2) -	3.5196e-1 (1.39e-2) +	4.7726e-1 (4.83e-2) -	6.2192e-1 (6.05e-2) -	3.5718e-1 (4.40e-3)
MaF2	3	4.0696e-2 (1.22e-3) +	4.9010e-2 (2.05e-3) +	4.0047e-2 (5.03e-4) +	1.5399e-1 (9.93e-3) -	6.1936e-2 (5.95e-3) +	7.4935e-2 (4.86e-4)
	5	1.1653e-1 (2.98e-3) +	1.1494e-1 (1.71e-3) +	1.2615e-1 (2.74e-3) +	2.4922e-1 (9.56e-3) -	1.2374e-1 (4.90e-3) +	1.5438e-1 (1.95e-3)
	8	2.5162e-1 (7.15e-2) -	4.1987e-1 (1.68e-1) -	2.0078e-1 (1.30e-2) -	2.3484e-1 (4.12e-3) -	2.1163e-1 (1.07e-2) -	1.6089e-1 (1.96e-3)
	10	2.2341e-1 (2.39e-2) -	4.3166e-1 (1.52e-1) -	2.0559e-1 (7.95e-3) -	2.1089e-1 (2.30e-3) -	2.1574e-1 (7.70e-3) -	1.6704e-1 (1.28e-3)
	15	2.6410e-1 (6.65e-2) -	7.3576e-1 (9.39e-2) -	3.2595e-1 (4.40e-2) -	2.5400e-1 (9.24e-3) -	2.1509e-1 (5.39e-3) -	2.0087e-1 (2.00e-3)
MaF3	3	3.8598e+2 (3.02e+2) -	9.5666e+3 (3.80e+4) -	3.7297e+2 (3.12e+2) -	5.6365e+4 (2.56e+4) -	3.7295e+4 (9.48e+4) -	1.2295e+2 (7.34e+1)
	5	2.2778e+4 (4.27e+4) -	7.3262e+3 (3.42e+3) -	4.1012e+3 (3.02e+3) -	9.6377e+4 (3.43e+4) -	9.0486e+5 (1.97e+6) -	1.3591e+3 (8.03e+2)
	8	3.7591e+7 (8.92e+7) -	3.1551e+3 (1.76e+3) -	1.6325e+3 (8.29e+2) -	7.7039e+4 (2.82e+4) -	4.3048e+6 (1.43e+7) -	1.9881e+2 (2.26e+2)
	10	1.4822e+9 (4.27e+9) -	6.8989e+3 (2.72e+3) -	8.2338e+3 (6.69e+3) -	5.6802e+4 (1.99e+4) -	1.1579e+6 (1.18e+6) -	1.1429e+3 (8.63e+2)
	15	2.7447e+7 (5.39e+7) -	2.6404e+2 (2.08e+2) -	3.8706e+3 (7.57e+3) -	1.3420e+5 (3.21e+4) -	1.2338e+6 (2.55e+6) -	4.4572e+0 (8.37e+0)
MaF4	3	7.7987e+1 (3.34e+1) -	6.1600e+1 (2.28e+1) -	5.7416e+1 (2.31e+1) -	8.0470e+2 (2.08e+2) -	1.1281e+2 (5.36e+1) -	2.9838e+1 (1.07e+1)
	5	9.5565e+2 (2.38e+2) -	6.2472e+2 (2.00e+2) -	4.1842e+2 (1.21e+2) -	3.8006e+3 (9.11e+2) -	5.0424e+2 (1.90e+2) -	3.5451e+2 (9.63e+1)
	8	4.8076e+3 (1.91e+3) -	2.1262e+3 (1.05e+3) -	1.7980e+3 (7.51e+2) -	2.6115e+4 (8.19e+3) -	2.6135e+3 (1.55e+3) -	8.1744e+2 (3.77e+2)
	10	2.8219e+4 (8.23e+3) -	9.5076e+3 (5.21e+3) =	8.4051e+3 (2.55e+3) =	1.0224e+5 (2.86e+4) -	9.2182e+3 (3.96e+3) =	9.2364e+3 (3.97e+3)
	15	1.4214e+5 (9.05e+4) -	2.5685e+4 (1.94e+4) =	1.2330e+4 (1.05e+4) +	2.2401e+6 (1.23e+6) -	4.1230e+4 (3.63e+4) =	1.9898e+4 (3.42e+3)
+ / - / =		5/14/1	2/16/2	4/14/2	0/20/0	2/16/2	/

Note: where the best result on each test instance is shown in bold

为直观地显示算法求解结果,图4展示了6种算法在15-目标的DTLZ2[简记为DTLZ2(15)]测试实例上获得近似解集的平行坐标。此处的近似解集为各算法在30次独立运行中所获得的、最接近于IGD均值的解集合。从图4可知,MOEA/ I_{CD} 、RVEA和 θ -DEA等3个算法在该测试实例上获得解群的收敛

性和分布性均较好,而MOEA/D-M2M和RPD-NSGA-II算法所获解集的收敛性差,NSGA-III则在第6-8个目标上的分布性差。因此,MOEA/ I_{CD} 算法在DTLZ2(15)测试实例上获得了较好的收敛性与多样性。DTLZ2测试问题具有凹型的Pareto前沿,其对算法的全局搜索能力构成了挑战。

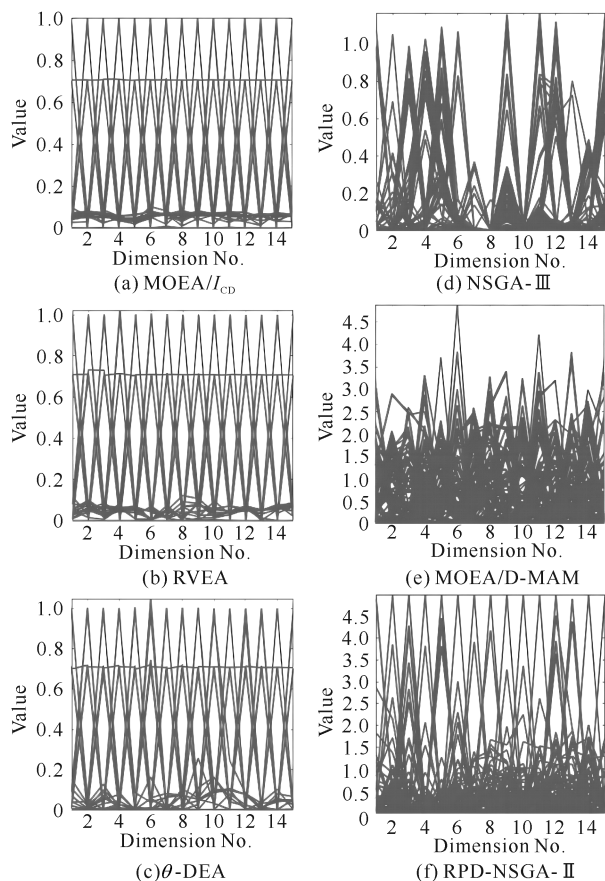


图4 6种算法在15-目标的DTLZ2测试实例上获得的近似集

Fig. 4 Approximate solution sets obtained by six algorithms on DTLZ2(15) test instance

此外,为直观呈现6种算法的收敛速度,图5描绘了各算法在15-目标的DTLZ3测试实例上获得的IGD值随评估次数(EN)增长而变化的轨迹。为获得稳定且可靠的结果,各算法在测试实例上均独立执行30次,每次运行所需的最大评估次数为 1×10^5 。从图5可以看出,随着评估次数的增加,6种算法所获得的IGD均值总体上表现出变小的趋势。但相对而言,MOEA/ I_{CD} 算法获得的IGD均值是最好的,其次是RVEA算法,之后是 θ -DEA和RPD-NSGA-II,而MOEA/D-M2M与NSGA-III相对较差。MOEA/ I_{CD} 与RVEA算法在经历初始约 1×10^4 次评估后,它们的IGD均值能较快地下降至一个相对较小的值,而在后续进化过程中,它们的IGD均值呈现出缓慢变小的趋势。以上结果表明相比其他5种算法,MOEA/ I_{CD} 算法在15-目标的DTLZ3测试实例上能较快地获得高质量的近似解集。

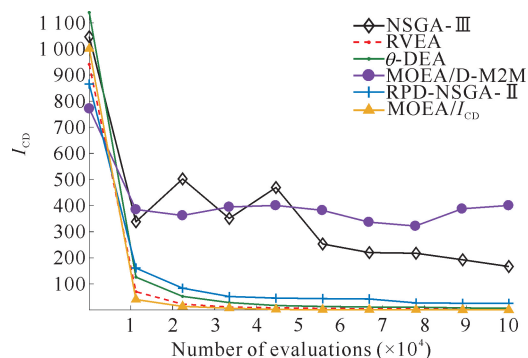


图5 6种MOEA算法在15-目标的DTLZ3测试问题上获得的IGD均值变化曲线

Fig. 5 Curves of IG D obtained by six algorithms on DTLZ3(15) test instance

5 结论

鉴于目前MOEA算法中一些基于参考向量(参考点)方法或基于标量化效用函数方法存在的不足,本研究将基于参考向量的方法和进化算法的迭代过程相结合,提出一种能同时考虑收敛性和多样性的适应度指标 I_{CD} ,并将 I_{CD} 嵌入NSGA-II算法框架中,设计了一种高维多目标进化算法MOEA/ I_{CD} 。在DTLZ和MaF系列测试问题上将新算法与其他5种高效的高维多目标进化算法进行实验对比,结果表明本研究算法具有较优的收敛性和多样性优势。由此得出,MOEA/ I_{CD} 是一种颇具前景的高维多目标进化算法。未来将利用更复杂的高维多目标优化问题和一些实际应用的高维多目标优化问题测试MOEA/ I_{CD} ,以不断改善其性能。

参考文献

- [1] FALCÓN-CARDONA J G, COELLO COELLO C A. Indicator - based multi - objective evolutionary algorithms; a comprehensive survey [J]. ACM Computing Surveys, 2020, 53(2): 1-35.
- [2] 谢承旺, 余伟伟, 闭应洲, 等. 一种基于分解和协同的高维多目标进化算法[J]. 软件学报, 2020, 31(2): 356-373.
- [3] ZHANG Z X, CAO Y, CUI Z H, et al. A Many-objective optimization based intelligent intrusion detection algorithm for enhancing security of vehicular networks in 6G [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(6): 5234-5243. DOI: 10. 1109/TVT. 2021. 3057074.
- [4] ZHU Z. A hybrid indicator many-objective optimization algorithm for selection and delivery of disaster relief materials problem [J]. Concurrency and Computation: Practice and Experience, 2021, 33(6): e5948.

- [5] PAN L Q, LI L H, HE C, et al. A subregion division-based evolutionary algorithm with effective mating selection for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(8):3477-3490.
- [6] YANG S, LI M, LIU X, et al. A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2013, 17(5):721-736.
- [7] ZOU X, CHEN Y, LIU M, et al. A new evolutionary algorithm for solving many-objective optimization problems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2008, 38(5):1402-1412.
- [8] ZHU C, XU L, GOODMAN E D. Generalization of Pareto-optimality for many-objective evolutionary optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(2):299-315.
- [9] LIU Y, ZHU N, LI K, et al. An angle dominance criterion for evolutionary many-objective optimization [J]. *Information Sciences*, 2020, 509:376-399.
- [10] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X, et al. A strengthened dominance relation considering convergence and diversity for evolutionary many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(2):331-345.
- [11] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. *IEEE Transactions on Computation*, 2002, 6(2):182-197.
- [12] DEB K, JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based non-dominated sorting approach, part I: solving problems with box constraints [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4):577-601.
- [13] CHENG R, JIN Y, OLHOFER M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5):773-791.
- [14] LI K, DEB K, ZHANG Q, et al. An evolutionary many-objective optimization algorithm based on dominance and decomposition [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 19(5):694-716.
- [15] DAS I, DENNIS J E. Normal-boundary intersection: a new method for generation the Pareto surface in non-linear multi-criteria optimization problems [J]. *Journal of Optimization*, 1998, 8(3):631-657.
- [16] ELARBI M, BECHIKH S, GUPTA A, et al. A new decomposition-based NSGA-II for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, 2018, 48(7):1191-1210.
- [17] 谢承旺, 余伟伟, 郭华等. DAV-MOEA: 一种采用动态角度向量支配关系的高维多目标进化算法 [J]. *计算机学报*, 2022, 45(2):317-333.
- [18] DEB K, THIELE L, LAUMANN M, et al. Scalable test problems for evolutionary multi-objective optimization [C]//ABRAHAM A, JAIN L, GOLDBERG R. *Evolutionary Multiobjective Optimization*. Advanced Information and Knowledge Processing. London: Springer, 2005:105-145.
- [19] CHENG R, LI M, TIAN Y, et al. A benchmark test suite for evolutionary many-objective optimization [J]. *Complex & Intelligent Systems*, 2017, 3(1):67-81.
- [20] ISHIBUCHI H, MASUDA H, TANIGAKI Y, et al. Modified distance calculation in the generational distance and inverted generational distance [C]//EMO 2015: Evolutionary Multi-criterion Optimization. Cham, Switzerland: Springer, 2015:110-125.
- [21] YUAN Y, XU H, WANG B, et al. A new dominance relation-based evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(1):16-37.
- [22] LIU H B, GU F Q, ZHANG Q F. Decomposition of a multiobjective optimization problem into a number of simple multiobjective subproblems [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(3):450-455.

MOEA/ I_{CD} : A Many-objective Evolutionary Algorithm Based on Fitness Index I_{CD}

XIE Chengwang^{1,2* * *}, WEI Wei¹, GUO Hua¹, ZHOU Hui³

(1. School of Computer and Information Engineering, Nanning Normal University, Nanning, Guangxi, 530000, China; 2. School of Data Science & Engineering, South China Normal University, Shanwei, Guangdong, 516600, China; 3. School of Business, South China Normal University, Shanwei, Guangdong, 516600, China)

Abstract: The existing Many-Objective Evolutionary Algorithms based on reference points (reference vectors) or scalar utility functions have shortcomings in solving Many-objective Optimization Problems. Based on this, a novel fitness index I_{CD} that dynamically measured the comprehensive performance of individual convergence and diversity was proposed in this article. This index adaptively adjusted the proportion of convergence and diversity of population individuals as the evolutionary process progressed, that was, I_{CD} emphasized the convergence in the early stage, and in the later stage, it focused on the diversity to balance the convergence and diversity of high-dimensional multi-objective populations and obtained high-quality solution sets. Furthermore, the I_{CD} was embedded into the NSGA-II algorithm framework to design a Many-Objective Evolutionary Algorithm based on I_{CD} , which was MOEA/ I_{CD} . Finally, Inverted Generational Distance (IGD) performance tests were carried out on DTLZ and MaF series test problems with the new algorithm and five representative algorithms. The experimental results show that compared with the five comparison algorithms, MOEA/ I_{CD} has significantly better convergence and diversity. Therefore, MOEA/ I_{CD} is a promising Many-Objective Evolutionary Algorithm (MaOEA).

Key words: Many-Objective Optimization Problems; evolutionary algorithm; convergence; diversity; fitness index

责任编辑:米慧芝



微信公众号投稿更便捷

联系电话:0771-2503923

邮箱:gxxk@gxas.cn

投稿系统网址: <http://gxxk.ijournal.cn/gxxk/ch>