

## ◆ 算法研究与应用 ◆

## 基于正则性辅助的多目标优化进化算法研究\*

龙 娟

(广西财经学院信息与统计学院,广西南宁 530003)

**摘要:**针对目前基于正则性辅助的多目标优化算法缺少局部信息以及模型参数设置对多目标优化算法的影响问题,本研究提出一种基于正则性辅助的多目标优化进化算法(Regularity Assisted Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm, RAMEA)。该方法将高斯采样和基于邻域的交配重组结合并用于子代重组,同时使用k-均值聚类方法获取流形结构信息,将种群划分为K个聚类,用K个聚类的均值向量建立高斯概率模型,从中抽取K个后代,然后将取样解作为父代添加到每个集群中去交配生成其他子代解。实验对比结果表明,研究提出的基于正则性辅助的多目标优化进化算法明显优于其他算法,其参数灵敏度和有效性表现更加突出。

**关键词:**正则性 重组算子 多目标优化 进化算法 k-均值 子代重组

中图分类号:TP301.6 文献标识码:A 文章编号:1005-9164(2022)02-0301-07

DOI:10.13656/j.cnki.gxkx.20220526.010

多目标优化是在多个优化目标之间选取最优的折中解,即帕累托最优解集(Pareto Optimal Solutions Set, POSS), POSS在目标空间中的映射是帕累托前沿(Pareto Front, PF)。多目标优化方法大致可分为两种:一种是基于聚合技术的传统优化方法,如加权约束法,但该方法需要明确问题的有关信息,权重和约束参数调节困难<sup>[1]</sup>;另一种是多目标优化进化算法(Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithms, MOEA),其对冲突目标进行折中,在一次运行中获得一个近似解集,同时在优化进化过程中,将维持种群解视为常数以逼近 POSS(或 PF)<sup>[2]</sup>,因

此非常适合于解决多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problems, MOP)。

现有的多目标优化进化算法是先初始化种群,然后循环执行子代重组和环境选择,直到满足终止条件<sup>[2]</sup>。Zhang等<sup>[3]</sup>和Zhang等<sup>[4]</sup>表明环境选择算子和子代重组算子是多目标优化进化算法中的两个关键因素。现有的环境选择研究大多集中在环境选择算子的设计和分析上<sup>[5]</sup>。一般来说,根据环境选择方法可以将算法分为3类:基于帕累托显性的MOEA是根据帕累托优势关系对种群进行排序,然后估计个体密度,从而选择优势水平和密度较好的解提供给后

收稿日期:2022-03-13

\* 广西重点研发计划项目(桂科 AB20297023)和科技部“科技助力经济2020”重点专项资助。

## 【作者简介】

龙娟(1980-),女,副教授,主要从事云计算、网络安全、数据库应用研究,E-mail:741888726@qq.com。

## 【引用本文】

龙娟. 基于正则性辅助的多目标优化进化算法研究[J]. 广西科学, 2022, 29(2): 301-307.

LONG J. Research on Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm Based on Regularity Assistance [J]. Guangxi Sciences, 2022, 29(2): 301-307.

代<sup>[6]</sup>;基于指标的 MOEA 是给出每个解的适应度值,并通过优化总体指标间接求解一个多目标优化问题<sup>[7]</sup>;基于分解的 MOEA 是将一个 MOP 分解为一系列子问题,然后在基于分解的多目标优化进化算法 (Multi-Objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition, MOEA/D) 中协同优化这些子问题。MOEA/D 作为一种通用的多目标优化进化算法,在分解方法<sup>[8]</sup>、权重调整、后代繁殖等多方面得以改进。上述 MOEA 都直接使用为单目标优化设计的子代重组算子,例如模拟二叉交叉 (SBX)、粒子群优化 (PSO)、微分进化 (DE) 和分布估计算法 (EDA)。这些单目标优化的子代重组算子,在一定程度上忽略了 MOEA 的性质,导致重组算子在求解多目标优化时的性能较差。与单目标优化不同, MOP 需要多个 POSS。决策空间中 MOP 的 POSS 是分段连续的  $(m-1)$  维流形 ( $m$  是目标数),也可被看作是正则性<sup>[3]</sup>。正则性对种群解进行划分和建模,然后用  $(m-1)-D$  正则性模型 ( $D$  是维数) 来显式逼近 POSS。在此基础上,基于概率模型的、具有流形性质的抽样复制也有较多研究<sup>[9]</sup>。另外,近期的研究主要集中在基于流形性质的交配约束条件<sup>[10]</sup>,利用聚类方法学习种群结构信息,定义解之间的邻域关系,并通过基于邻域的交配重组进行局部利用。上述两种基于规则特性的子代重组算子处理 MOP 各有优缺点<sup>[11]</sup>,具体来说,基于概率模型的采样和基于邻域的交配重组代表两种不同的子代生成策略。基于概率模型的采样通过概率模型提取种群的全局分布信息,并从构建的模型中抽取新的子代解;而受限于交配限制策略的遗传算子则利用个体的局部信息生成子代解。Sun 等<sup>[12]</sup>指出子代的生成可以结合局部信息和全局信息。在此基础上,Li 等<sup>[13]</sup>提出一种自适应策略,以平衡不同子代重组算子之间的关系。因此,在子代中将局部信息和全局信息结合起来是一种更有效的方法。

为在子代重组中利用更多的信息,通过结合基于概率模型的采样和基于邻域的交配重组,生成子代解和 MOEA 的流形结构信息,本研究提出一种基于正则性辅助的多目标优化进化算法 (Regularity Assisted Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm, RAMEA)。该算法拟使用 k-均值聚类方法学习种群结构信息,并用聚类的平均向量建立高斯模型,通过高斯采样和基于邻域的交配重组生成新的子代解;取样的子代解作为交配父代嵌入每个集群中,

以生成其他子代解,实现联合全局和局部信息的多目标优化算法,丰富多目标优化算法中输入信息量,提高多目标优化算法的性能。

## 1 MOEA 概述

根据正则性,可认为连续 MOP 的最优解不是一个随机分布,而是一个规则的拓扑结构。因此,MOEA 既可以通过流形结构的近似实现 POSS,又可使用聚类算法提取流形结构,并使用结构化信息指导个体的复制,从而提高算法的搜索效率。POSS 正则性在 MOEA 中的应用主要从以下两个方面进行:一是用概率模型来逼近从种群中学习到的 MOP 的 POSS,并从中迭代抽取子解,再利用已建立的  $(m-1)-D$  正则性模型来近似多目标分布估计算法<sup>[3]</sup>中 POSS 的流形结构;二是进一步提出基于分解和概率建模的 MOEA,通过邻域解围绕子问题建立多元高斯模型<sup>[11]</sup>。简而言之,POSS 的流形结构可以用概率模型来近似。

Zhang 等<sup>[4]</sup>提出一种自组织多目标进化算法 (Self-organizing Multi-objective Evolutionary Algorithm, SMEA),利用种群的流形结构特性设计交配限制机制,即使用聚类学习方法提取种群结构信息进行重组。自组织映射用于定义解之间的邻域关系,则可通过与相邻解匹配来生成新的子代解。此外,k-均值和谱聚类方法用于执行交配限制。自适应多目标进化算法 (Adaptive Multi-objective Evolutionary Algorithm, AMEA) 可以利用学习到的种群结构信息进行基于自适应模型的采样和交配限制的混合设计<sup>[12]</sup>。然而,基于正则性的 MOEA 也面临诸多挑战。例如,作为分布算法的多目标估计,在基于正则性属性的建模方法中,种群全局分布信息用于建模和采样,因此缺乏单个局部信息,无法保证对个体信息的有效利用<sup>[14]</sup>。而且,在这些建模方法中,由于概率模型不足所导致的参数敏感性、高计算成本和低效率也受到质疑<sup>[12]</sup>。就交配限制策略而言,全局探索和局部开发之间的平衡始终是一项具有挑战性的任务,这是由交配限制概率定义所决定的<sup>[4]</sup>。上述研究虽然设计了一些自适应匹配策略来调整交配限制,但算法的复杂度和计算开销相应增加,其有效性有待进一步验证。

综上所述,减少参数的影响、平衡筛选和交配重组是影响算法性能的关键因素。另外,在基于模型的方法中,种群的全局分布信息可被提取出来用于建模

和采样,而个体的局部信息可被用于邻域交配重组。因此,本研究提出一种结合全局信息和局部信息,并基于正则性生成 MOEA 的高质量解的算法,即 RAMEA 算法,以期实现多目标优化。

## 2 RAMEA 算法

### 2.1 RAMEA 算法框架

本研究提出的 RAMEA 算法的主要特点是将子代生成的全局信息、局部信息与 POSS 正则性相结合。在子代生成中,RAMEA 维护一个群体  $Pop$  和一个外部种群存档  $Arch$ ,其中  $Arch$  用于保存生成的新解以供环境选择。采用  $k$ -均值聚类方法提取种群结构信息,并用每个聚类的均值向量集建立多元高斯概率模型。然后进一步从高斯概率模型中抽取  $K$  个采样的子代解嵌入每个聚类中,以改进基于邻域的交配重组。RAMEA 算法中,  $N$  表示种群的大小,  $T$  表示最大进化子代,  $K$  表示聚类的数量。算法初始化时,使用种群  $N$  的随机解定义  $Pop$  的初始值,通过  $k$ -均值聚类方法将种群划分为  $K$  个聚类,并使用外部种群存档  $Arch$  辅助 RAMEA 进化。计算平均向量  $\mu$  和协方差矩阵  $\Sigma$ ,以建立多元高斯概率模型:

$$\begin{cases} \mu = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \bar{C}^k \\ \Sigma = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\bar{C}^k - \mu) (\bar{C}^k - \mu)^T \end{cases}, \quad (1)$$

式中,  $\bar{C}^k$  是聚类  $C^k$  的平均向量,  $K$  个子代解通过高斯采样生成。若生成解,则存档  $Arch$  并将之与生成的解一起更新;将聚类  $C^k$  和  $K$  个采样解  $|C^k|$  设置为交配池,  $M-1$  子代解由差分进化(Differential Evolution, DE)算子生成。当生成新的子代解时,执行环境选择;最后完成  $Pop$  选择后,返回  $Pop$ 。RAMEA 的详细过程如算法 1 所示。

#### 算法 1 RAMEA 框架

输入:

- $N$ : 种群的大小;
- $T$ : 最大进化子代;
- $K$ : 聚类的数量;

输出:

总量  $Pop$ ;

- ① 随机初始化总量:  $Pop = \{x^1, \dots, x^N\}$ ;
- ② 令  $t = 1, \dots, T$
- ③ 将总量  $Pop$  分成  $K$  个簇:

$C = \{C^1, \dots, C^K\}$ , and an archive  $Arch = \emptyset$ ;

// 高斯建模和采样

- ④ 计算均值向量  $\mu$  和协方差矩阵  $\Sigma$ ;
- ⑤ 每个  $j = 1, \dots, K$
- ⑥ 用高斯采样生成试探解:  $y^j = \text{GaussianSample}(\mu, \Sigma)$
- ⑦ 令  $Gau = Gau \cup y^j$ ;
- ⑧ 结束
- ⑨ 更新  $Arch$ :  $Arch = Arch \cup Gau$ ;
- // 匹配邻域
- ⑩ 每个  $C^k \in C, k = 1, \dots, K$
- ⑪ 将交配池设置成:  $M = C^k \cup Gau$ ;
- ⑫ 每个  $i = 1, \dots, |C^k| - 1$
- ⑬ 从  $M$  中随机选择两个不同父代  $x^1$  和  $x^2$
- ⑭ 用 DE 算子生成抽样解  $r: y^i = \text{DE}(x^i, x^1, x^2)$ , 其中  $x^i$  从簇  $C^k$  随机采样得到;
- ⑮ 更新  $Arch$ :  $Arch = Arch \cup y^i$ ;
- ⑯ 结束
- ⑰ 结束
- ⑱ 环境选择:  $Pop = \text{Select}(Pop, Arch)$ ;
- ⑲ 结束
- ⑳ 返回  $Pop$ .

### 2.2 RAMEA 的子代解生成

RAMEA 使用高斯采样和基于邻域的交配重组来生成新的子代解,其中采样解不仅作为子代解,还可以作为交配父代添加到每个集群中。RAMEA 的高斯采样算法流程如算法 2 所示。 $y = \text{GaussianSample}(\mu, \Sigma)$  是高斯采样函数,其通过 Cholesky 分解方法将协方差矩阵  $\Sigma$  分解为下三角矩阵  $\Lambda$ ,然后从标准高斯分布  $n(0, 1)$  中采样向量  $s_j (j = 1, \dots, n)$ ,最后生成子代解。

#### 算法 2 高斯采样函数 $y = \text{GaussianSample}(\mu, \Sigma)$

输入:

- 平均方差  $\mu$ ;
- 协方差矩阵  $\Sigma$ ;

输出:

一种新的试验解  $y$ ;

- ① 执行 Cholesky 分解:  $\Sigma = \Lambda \Lambda^T$ ; 从  $N(0, I)$  中采样一个向量  $s = (s_1, \dots, s_n)$ ;
- ② 生成试验解:  $y = \mu + \Lambda s$ ;
- ③ 通过  $(i = 1, \dots, n)$  修复解  $y$ :

$$y_i = \begin{cases} a_i, & \text{if } y_i < a_i \\ b_i, & \text{else if } y_i > b_i, \\ y_i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中  $a_i$  和  $b_i$  是变量  $x_i$  的上下边界;

④返回 采样的试验解  $y$

由于 DE 算子在单目标优化中的性能往往优于其他遗传算子, RAMEA 使用基于邻域的交配重组生成新的子代解, 如算法 3 所示。差分进化函数  $y = \text{DE}(x^i, x^1, x^2)$  通过使用当前解  $x^i$  及其交配父代  $x^1, x^2$  生成子代解  $y$ 。首先使用 DE 算子生成一个子代解, 然后使用多项式变异算子对子代解进行变异。在该算法中,  $F$  是 DE 算子的控制参数,  $p_m$  为交叉概率,  $\eta$  为交叉分布指数。对于处理复杂的 POSS, 将另一个 DE 的参数 CR 在 RAMEA 中设置为 1, 这样可以保证 DE 运算符在对任何正交坐标旋转保持不变<sup>[7]</sup>。

**算法 3** 差分进化函数  $y = \text{DE}(x^i, x^1, x^2)$

输入:

$x^i$  和它的两个父代解  $x^1$  和  $x^2$ ;

输出:

新的解  $y$ ;

①通过该式产生新的解:  $y' = x^i + F \times (x^1 - x^2)$

②通过该式确认:  $y' = (y'_1, \dots, y'_n)$

$$y''_i = \begin{cases} a_i, & \text{if } y'_i < a_i \\ b_i, & \text{else if } y'_i > b_i, \\ y'_i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中  $a_i$  和  $b_i$  是变量  $x^i$  的最低和最高的边界值;

③通过该式计算  $y''_i$

$$y_i = \begin{cases} y''_i + \delta_i \times (b_i - a_i), & \text{if } \text{rand}() < p_m \text{ 和} \\ y''_i, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\delta_i = \begin{cases} (2 \times r)^{\frac{1}{\eta+1}} - 1, & \text{if } \text{rand}() < 0.5, \\ 1 - (2 - 2 \times r)^{\frac{1}{\eta+1}}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

其中  $r = \text{rand}()$  是一个随机值;

④返回 新解  $y$

### 2.3 进化算法

RAMEA 使用基于超体积度量 (Hypervolume, HV) 的种群选择方法来更新种群。在算法 4 中, 种群在  $\text{Pop} = \text{Select}(\text{Pop}, \text{Arch})$  中更新。FNS() 表示快速非支配排序, 用于将  $\text{Pop} \cup y$  划分为  $L$  个不同的非支配层, 其中  $B^1$  是最好层,  $B^L$  是最差层。然后, 在最差层  $B^L$  中找到超体积值最差的个体进行移除。在 Zhou 等<sup>[11]</sup> 中有超体积计算  $\Delta\varphi$  的详细描述。

**算法 4**  $\text{Pop} = \text{Select}(\text{Pop}, \text{Arch})$

输入:

新的试验解集  $\text{Arch}$ ;

$\text{Pop}$  总量;

输出:

更新  $\text{Pop}$  总量;

①对于每一个  $y_i \in \text{Arch}, i = 1, \dots, n$  执行

②  $\{B^1, \dots, B^L\} = \text{FNS}(\text{Pop} \cup \{y^i\})$

③  $x^* = \text{argmin} x \in \{\text{Pop} \cup \{y^i\}\} \Delta\varphi(x, B^L)$

④令  $\text{Pop} = \text{Pop} \cup \{y^i\} / \{x^*\}$

⑤结束

⑥返回 更新  $\text{Pop}$  存档

在每一代中都需考虑总体时间复杂度。就子代而言, RAMEA 的两种操作包括 k-均值聚类过程和复制算子。k-均值聚类过程需要  $O(TKNn)$ , 其中  $T$  是迭代次数,  $K$  是聚类数,  $N$  表示种群大小,  $n$  为样本个数。复制算子的时间复杂度为  $O(Nn)$ 。此外, RAMEA 中的基于超体积度量的选择方法, 其快速非支配排序的运行时间为  $O(mN^2)$ , HV 计算中的运行时间为  $O(N^m)$ 。综上所述, 每一代 RAMEA 的时间复杂度为  $O(TNKn + Nn + mN^2 + N^m)$ 。

### 3 实验分析

为验证 RAMEA 的正确性和有效性, 实验用 44 个测试实例比较分析 RAMEA 与 AMEA (Assisted Multi-Objective Optimization Evolutionary Algorithm)、RM-MEDA (Regularity Model-based Multi-Objective Estimation of Distribution Algorithm)、IM-MOEA (Improved Multi-Objective Evolutionary Algorithm)、SMEA、MOEA/D-DE、NSGA-II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm-II)、SMS-EMOA (S-metric Selection-Estimation Multi-Objective Algorithm) 7 种算法, 其中 NSGA-II 和 SMS-EMOA 算法中的模拟二进制交叉算子被 DE 算子替换。实验使用 F1-F10<sup>[3]</sup>、IMF1-IMF10<sup>[9]</sup>、ZDT1-ZDT6<sup>[15]</sup>、F1-F9<sup>[16]</sup> 和 WFG1-WFG9<sup>[17]</sup> 测试数据。实验参数设置对算法的性能有很大的影响, 因此实验为每个被比较的算法选择最佳参数, 其中 NSGA-II 和 SMS-EMOA 算法只需要 DE 和 PM 的控制参数。

为证明 RAMEA 的性能, 并衡量 MOEA 解的收敛性和多样性, 实验采用反世代距离 (Inverted Generational Distance, IGD)<sup>[18]</sup> 和超体积度量两种常用的质量指标。假设  $P^*$  表示沿整个 PF 均匀分布的一系列已知最佳点,  $P$  表示由 MOEA 获得的近似前沿

(Approximation Front, AF)。IGD 指示器的定义如下:

$$\text{IGD}(P) = \frac{\sum_{i=1}^{|P^*|} d^i}{|P^*|},$$

$$d^i = \min_{y^r \in P} \left\{ \sum_{j=1}^m (y_j^i - y_j^r)^2 \right\}, \quad (2)$$

式中,  $y_j^i$  是  $P^*$  中第  $i$  点的第  $j$  个目标值,  $y_j^r$  是  $P$  中第  $r$  点的第  $j$  个目标值,  $d^i$  是均匀分布的最佳点  $y^i$  与近似前沿点间的最小距离。IGD 值越小, 表示算法的收敛性和多样性越好。

超体积度量定义为

$$\text{HV}(P, z) = \text{VOL}\left(\bigcup_{y \in P} [y_1, z_1] \times \cdots [y_m, z_m]\right), \quad (3)$$

式中,  $\text{VOL}()$  是勒贝格测度,  $z = (z_1, \dots, z_m)^T$  是所有帕累托最优解的参考点, 设置  $z = 1.1 \times \max(f_1, \dots, f_m)$ 。通过计算近似前沿和参考点之间的空间体

表 1 8 个 MOEAs 在 44 个测试实例上关于 IGD 和 HV 指标的性能

Table 1 Performance of 8 MOEAs on 44 test instances in terms of IGD and HV metrics

性能 Performance	MOEAs							
	AMEA	RM-MEDA	IM-MOEA	SMEA	MOEA/D-DE	NSGA-II	SMS-EMOA	RAMEA
平均秩 Mean rank	5.863 4	5.119 8	5.115 6	3.417 6	4.280 4	5.764 4	4.523 1	1.915 6
统计结果 Statistical results	4/78/6	7/75/6	8/70/10	13/67/8	14/61/13	6/72/10	8/65/15	/

表 2 RAMEA 获得的 IGD 度量值的统计结果[平均值(标准差)]

Table 2 Statistical results(mean(std. dev.)) of the IGD metric values obtained by RAMEA

实例 Instance	IGD				
	K = 3	K = 5	K = 8	K = 10	K = 15
ZDT1	1.8978e-3(4.64e-5)	1.8341e-3(8.79e-6)	1.8289e-3(1.03e-5)	1.8356e-3(2.11e-5)	2.2034e-3(1.51e-3)
ZDT2	2.9491e-2(9.38e-4)	2.8705e-2(8.13e-4)	2.8436e-2(6.30e-4)	2.8434e-2(6.83e-4)	2.8422e-2(5.61e-4)
ZDT3	5.3362e-3(1.84e-4)	5.0705e-3(1.37e-4)	5.1164e-3(1.78e-4)	5.1627e-3(1.38e-4)	5.3536e-3(2.31e-4)
ZDT4	5.0522e-3(5.61e-5)	5.0205e-3(3.95e-5)	4.9874e-3(5.82e-5)	4.9998e-3(4.96e-5)	5.0708e-3(1.60e-4)
ZDT5	4.7895e-2(1.34e-3)	4.7342e-2(2.06e-3)	4.9320e-2(2.16e-3)	5.0711e-2(2.29e-3)	5.2044e-2(2.94e-3)
ZDT6	6.1357e-2(3.72e-2)	6.2338e-2(3.78e-2)	5.5195e-2(5.89e-3)	6.3815e-2(3.11e-2)	6.3541e-2(2.56e-2)

为研究高斯采样对 RAMEA 性能的影响, 研究比较了 RAMEA 的两个其他变体: RAMEA\* (RAMEA 中无高斯采样) 和 RAMEA+ (取样解仅作为子代)。实验在 WFG 测试实例(2 个目标, 11 个变量)中进行, 最大生成数设置为 300。如表 3 所示, 在 9 个文本实例中, RAMEA 在其中 6 个实例上的表现

积, HV 可以判断近似前沿的优劣。HV 值越大, 近似前沿越好。

表 1 总结 44 个实例中 8 种算法在 IGD 和 HV 方面的指标性能, 包括通过 Wilcoxon 秩、检验获得的平均秩和统计结果。在测试实例上的实验结果表明, RAMEA 的平均秩显著低于其他对比算法, 因此 RAMEA 具有良好的收敛性和多样性。

在 RAMEA 中, 聚类数  $K$  是一个重要参数, 决定了高斯模型和采样子代解的序列解数。为研究该参数的灵敏度, 使用 GLT 测试实例分别在  $K = 3, 5, 8, 10, 15$  的情况下测试 RAMEA, 每个实例执行 20 次。从表 2 可以看出, 不同的  $K$  值对 ZDT1 - ZDT5 实例的 IGD 值的平均值和标准差没有明显影响。对于 ZDT6, 平均值为相邻值, 且当  $K = 8$  时标准差最低。简而言之, RAMEA 能够为 ZDT1 - ZDT6 产生相对较小的 IGD 值, 但不是非常显著, 这表明 RAMEA 对聚类数  $K$  不敏感。

优于另外两个变体。平均秩越小, 说明算法效果越好。就平均排名而言, RAMEA 是最好的, 而变体 RAMEA\* 排名最后。RAMEA 性能优异的两个原因在于高斯采样与邻域交配相结合, 以及把取样子代解作为交配父代, 而不仅仅是子代。

表3 RAMEA<sup>\*</sup>、RAMEA<sup>+</sup>和RAMEA在WFG测试实例上得到的IGD统计结果Table 3 Statistical results of IGD obtained by RAMEA<sup>\*</sup>, RAMEA<sup>+</sup> and RAMEA on WFG test instance

实例 Instance	REMEA <sup>*</sup>	REMEA <sup>+</sup>	REMEA
WFG1	1.0329e+0 $\approx$ (3.97e-2)	1.0208e+0 $\approx$ (4.70e-2)	1.0177e+0(5.71e-2)
WFG2	1.3070e-2-(8.27e-4)	1.3021e-2 $\approx$ (1.00e-3)	1.2846e-2(1.20e-3)
WFG3	1.1858e-2-(1.90e-4)	1.1769e-2 $\approx$ (1.44e-4)	1.1711e-2(1.66e-4)
WFG4	6.5292e-2-(6.53e-3)	6.4648e-2 $\approx$ (6.15e-3)	6.4767e-2(6.47e-3)
WFG5	6.9253e-2 $\approx$ (2.14e-3)	6.9333e-2 $\approx$ (2.33e-3)	6.8515e-2(2.39e-3)
WFG6	1.8342e-2 $\approx$ (2.53e-3)	1.7649e-2 $\approx$ (9.56e-4)	1.9547e-2(5.39e-3)
WFG7	1.6890e-2 $\approx$ (7.17e-4)	1.7314e-2 $\approx$ (6.12e-4)	1.7036e-2(5.12e-4)
WFG8	9.7336e-2-(3.91e-3)	9.9993e-2-(4.54e-3)	9.4153e-2(1.72e-3)
WFG9	2.5475e-2 $\approx$ (1.97e-3)	2.6208e-2 $\approx$ (2.59e-3)	2.5297e-2(2.69e-3)
平均秩 Mean rank	2.333 3	2.222 2	1.444 4
+ / - / $\approx$	0/4/5	0/1/8	

## 4 结论

本研究提出的RAMEA综合了高斯概率模型采样和交配重组两种策略的优势,且利用种群全局分布信息和个体局部信息,通过k-均值聚类方法将每一代种群划分为K个不同的聚类,用K个聚类的均值向量建立高斯模型,通过高斯采样和基于邻域交配重组生成子代解。实验结果表明,RAMEA算法的收敛性和多样性优于文中对比的算法,未来可以将本研究方法与不同的MOP及应用结合,用于动态多目标优化、特征选择等研究领域。

### 参考文献

- [1] 谢承旺,余伟伟,郭华,等. DAV-MOEA:一种采用动态角度向量支配关系的高维多目标进化算法[J]. 计算机学报, 2022, 45(2): 317-333.
- [2] WANG B C, LI H X, ZHANG Q F, et al. Decomposition-based multiobjective optimization for constrained evolutionary optimization [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, Cybernetics, Systems, 2021, 51(1): 574-587.
- [3] ZHANG Q F, ZHOU A M, JIN Y C. RM-MEDA: A regularity model-based multiobjective estimation of distribution algorithm [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(1): 41-63.
- [4] ZHANG H, ZHOU A M, SONG S M, et al. A self-organizing multiobjective evolutionary algorithm [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(5): 792-806.
- [5] XU S B, OUYANG Z P, FENG J Q. An improved multi-objective particle swarm optimization[C]//IEEE. 2020 5th International Conference on Computational Intelligence and Applications (ICCIA). IEEE Xplore, 2020: 19-23. DOI: 10.1109/ICCIA49625.2020.00011.
- [6] JAIN H, DEB K. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2014, 18(4): 602-622.
- [7] PAMULAPATI T, MALLIPEDDI R, SUGANTHAN P N.  $I_{SDE+}$  - An indicator for multi and many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(2): 346-352.
- [8] WANG R, ZHANG Q F, ZHANG T. Decomposition-based algorithms using Pareto adaptive scalarizing methods [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 20(6): 821-837.
- [9] HE C, HUANG S H, CHENG R, et al. Evolutionary multiobjective optimization driven by generative adversarial networks (GANs) [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 51(6): 3129-3142.
- [10] LIU T R, LI X, TAN L G, et al. An incremental-learning model-based multiobjective estimation of distribution algorithm [J]. Information Sciences, 2021(569): 430-449.
- [11] ZHOU A M, ZHANG Q F, ZHANG G X. A multiob-

- jective evolutionary algorithm based on decomposition and probability model [C]//IEEE. 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence. IEEE Xplore, 2012;1-8.
- [12] SUN J Y,ZHANG H,ZHOU A M,et al. A new learning-based adaptive multi-objective evolutionary algorithm [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2019(44):304-319.
- [13] LI H,ZHANG Q F,DENG J D. Biased multiobjective optimization and decomposition algorithm [J]. IEEE Transactions on Cybernetics,2017,47(1):52-66.
- [14] FANG H,ZHOU A M,ZHANG H. Information fusion in offspring generation: A case study in DE and EDA [J]. Swarm and Evolutionary Computation,2018(42):99-108.
- [15] GU F Q,LIU H L,TAN K C. A multiobjective evolutionary algorithm using dynamic weight design method [J]. International Journal of Innovative Computing, Information and Control,2012,8(5B):3677-3688.
- [16] LI H,ZHANG Q F. Multiobjective optimization problems with complicated Pareto sets, MOEA/D and NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2009,13(2):284-302.
- [17] HUBAND S,HINGSTON P,BARONE L,et al. A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2006,10(5):477-506.
- [18] ZITZLER E,THIELE L,LAUMANN M,et al. Performance assessment of multiobjective optimizers: An analysis and review [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2003,7(2):117-132.

---

## Research on Multi-objective Optimization Evolutionary Algorithm Based on Regularity Assistance

LONG Juan

(School of Information and Statistics,Guangxi University of Finance and Economics,Nanning,Guangxi,530003,China)

**Abstract:** At present, the multi-objective optimization algorithm based on regularity assistance lacks local information and model parameter settings have an impact on multi-objective optimization algorithm. To solve this problem, a multi-objective optimization evolutionary algorithm based on regularity assistance is proposed in this study. In this method, Gaussian sampling and neighborhood-based mating are combined and used for offspring recombination. At the same time, the k-means clustering method is used to obtain the manifold structure information. The population is divided into  $K$  clusters. The Gaussian probability model is established by using the mean vector of  $K$  clusters, from which  $K$  descendants are extracted, and then the sampling solution is added to each cluster as the parent to generate other offspring solutions. The Gaussian probability model is established by the mean vector of  $K$  clusters, and  $K$  offspring are extracted. Then the sampling solution is added to each cluster as a mating parent to generate other sub-generation solutions. Experimental comparison results show that the regularity assisted multi-objective optimization evolutionary algorithm proposed in the article is significantly better than other algorithms, and its parameter sensitivity and effectiveness are more prominent.

**Key words:** regularity property; reproduction operator; multi-objective optimization; evolutionary algorithm; k-means; offspring reproduction

责任编辑:米慧芝

---