

# 三叉晶界迁移的晶体相场研究<sup>\*</sup>

## Phase Field Crystal Study of Triple Junction Migration

罗志荣<sup>1</sup>, 卢成健<sup>1</sup>, 黄礼琳<sup>1</sup>, 高英俊<sup>2\*\*</sup>

LUO Zhirong<sup>1</sup>, LU Chengjian<sup>1</sup>, HUANG Lilin<sup>1</sup>, GAO Yingjun<sup>2</sup>

(1. 玉林师范学院, 广西高校复杂系统优化与大数据处理重点实验室, 广西玉林 537000; 2. 广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004)

(1. Guangxi Colleges and Universities Key Lab of Complex System Optimization and Big Data Processing, Yulin Normal University, Yulin, Guangxi, 537000, China; 2. College of Physics Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

**摘要:**【目的】研究三叉晶界对晶界迁移的影响。【方法】采用晶体相场(Phase Field Crystal, PFC)方法模拟包含一个环形晶粒的三晶系统中三叉晶界的迁移过程。【结果】环形晶粒在演化过程中不断收缩, 三叉晶界迁移具有自相似性; 三叉晶界迁移速率与晶界曲率成正比。【结论】三叉晶界对晶界迁移有拖曳作用, 且晶界曲率越小, 拖拽作用越明显。

**关键词:**三叉晶 晶界迁移 晶体相场方法

中图分类号:TG111 文献标识码:A 文章编号:1005-9164(2017)06-0529-05

**Abstract:**【Objective】The effects of triple junction on grain boundary migration was studied.

【Methods】The phase field crystal (PFC) method was used to simulate the migration process of triple junction in a tricrystal system containing a loop grain crystal. 【Results】The results showed that the loop grain was constantly shrinking during evolution, and the triple junction had a self-similar property. The migration rate of triple junction was proportional to the grain boundary curvature. 【Conclusion】The triple junction had a drag effect on the grain boundary, and the smaller the grain boundary curvature, the more remarkable the drag effect.

**Key words:** triple junction, grain boundary migration, phase field crystal method

### 0 引言

**【研究意义】**三叉晶界是三条晶界相遇时形成的

收稿日期:2017-07-19

作者简介:罗志荣(1981—),男,博士,副教授,主要从事材料微结构演化及物理性能研究。

\* 国家自然科学基金项目(51561031),广西自然科学基金项目(2015GXNSFBA139240),广西高校科研项目(KY2015YB243)和广西高校复杂系统优化与大数据处理重点实验室开放基金项目(2016CSOBDP0101)资助。

\*\* 通信作者:高英俊(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事材料纳微结构的设计与模拟实验研究,E-mail:gaoyj@gxu.edu.cn。

线缺陷,具有不同于晶界的独特热力学和动力学性质<sup>[1]</sup>。三叉晶界作为新相形核、空洞和腐蚀的首选位置以及溶质原子扩散的有利通道<sup>[2]</sup>,在晶粒长大及塑性变形过程中起重要作用。因此研究三叉晶界的迁移过程及其影响因素具有重要意义。**【前人研究进展】**目前,已有学者对三叉晶界迁移进行实验研究。1998年,Czubayko等<sup>[3]</sup>利用电子背散射衍射(EBSD)原位观察金属锌(Zn)的三叉晶界运动过程,并观察到三叉晶界迁移动力学向晶界迁移动力学的转变。2001年,Protasova等<sup>[4]</sup>研究发现金属铝(Al)中三叉晶界的缓慢移动能够控制晶界系统的运动。2005年,Mattissen等<sup>[5]</sup>利用扫描电镜(SEM)原位研究Al中三叉晶界对晶粒长大动力学的影响,发现三

叉晶界对晶界运动和晶粒长大动力学均有显著影响。2017年,尹文红等<sup>[6]</sup>采用EBSD技术研究不同变形量高纯Al退火后三叉晶界及晶界的迁移行为。结果表明,三叉晶界及其晶界的迁移量随着变形量的增加而增大,且三叉晶界的迁移距离比晶界的小。但上述研究尚未达到原子尺度。由于晶界通常只有几个原子层厚,难以通过实验直接原位观测,因此计算机模拟已经成为研究该问题的重要方法。在三叉晶界的原子尺度模拟方面,分子动力学(Molecular Dynamics,MD)是常用方法之一。1999年,Upmanyu等<sup>[7]</sup>利用MD研究了单个三叉晶界的迁移过程,结果表明动态三叉晶界角度与晶粒尺寸和晶界取向差有关。2009年,Frolov等<sup>[1]</sup>采用MD模拟了三叉晶界的自扩散过程,研究表明三叉晶界扩散比晶界扩散更快。2014年,Trautt和Mishin<sup>[8]</sup>采用MD研究了三晶系统中晶界运动和晶粒旋转现象,结果表明三叉晶界不能阻止晶粒旋转,但可以显著减缓旋转过程。

**【本研究切入点】**尽管MD在材料的原子尺度模拟方面取得了很多进展<sup>[9]</sup>,但该方法主要适用于原子振动的时间尺度( $10^{-14} \sim 10^{-12}$  s),难以扩展到原子扩散的时间尺度( $10^{-6}$  s)。2002年,Elder等<sup>[10]</sup>基于经典密度泛函理论(CDFT)提出的晶体相场(Phase Field Crystal,PFC)模型克服了MD的上述缺点,不仅能够在原子空间尺度和扩散时间尺度上研究材料微观结构演化,还能够自然地耦合弹性能和各向异性等特征<sup>[11]</sup>。因此,PFC模型自提出以来得到了广泛应用和发展,已被用于研究晶体形核<sup>[12]</sup>、准晶生长<sup>[13]</sup>、动态回复<sup>[14]</sup>、裂纹扩展<sup>[15-17]</sup>和金属互连电迁移<sup>[18-19]</sup>等现象。目前,虽然已有学者利用PFC方法研究了将一个圆形晶粒嵌入双晶系统中圆形晶粒的收缩过程,以及三叉晶界处位错的反应及应变<sup>[20-21]</sup>。但利用PFC方法研究恒定曲率条件下三叉晶界的迁移过程,还未见报道。**【拟解决的关键问题】**本研究采用PFC方法研究包含一个环形晶粒的三晶系统中三叉晶界的迁移过程,探究晶界曲率对三叉晶界迁移的影响。

## 1 模型与方法

### 1.1 PFC模型

PFC模型采用具有周期结构特征的局域原子密度作为序参量。在固液系统中,无量纲的自由能函数F可以构造为<sup>[11]</sup>

$$F = \int \left\{ \frac{\psi}{2} [\gamma + (1 + \nabla^2)^2] \psi + \frac{\psi^4}{4} \right\} dr, \quad (1)$$

式中,  $\gamma$  为与温度相关的唯象参数;  $\nabla^2$  为 Laplace 算

符;  $\psi$  为原子密度,其通用形式可表示为<sup>[11]</sup>

$$\psi(r, t) = \sum_{n,m} a_{n,m} e^{i\vec{G}_{n,m} \cdot \vec{r}} + \psi_0, \quad (2)$$

式中,右边第1项反映晶格原子的周期结构特征,第2项  $\psi_0$  为平均原子密度,反映液相的原子均匀无序特征;  $\vec{r}$  为空间位置矢量;  $t$  为时间;  $a_{n,m}$  为 Fourier 系数;  $\vec{G}_{n,m} = n\vec{b}_1 + m\vec{b}_2$ , 其中  $\vec{b}_1$  和  $\vec{b}_2$  为倒格子基矢。对于二维三角格子(三角相), $\vec{b}_1$  和  $\vec{b}_2$  可以表示为

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{r_0\sqrt{3}/2} (\sqrt{3}/2\hat{x} + \hat{y}/2), \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{r_0\sqrt{3}/2} \hat{y}, \quad (3)$$

式中,  $r_0$  为最近邻原子间距,  $\hat{x}$  和  $\hat{y}$  分别表示  $x$  方向和  $y$  方向的单位矢量。

二维情况下,三角相的原子密度  $\psi$  的表达式为<sup>[11]</sup>

$$\psi = A [\cos(q_t x) \cos(q_t y / \sqrt{3}) - \cos(2q_t y / \sqrt{3}) / 2] + \psi_0, \quad (4)$$

式中,  $A$  为反映原子密度周期结构的振幅;  $q_t$  为波数,满足  $q_t = 2\pi / r_0$ 。将(4)式代入(1)式,并对  $A$  和  $q_t$  分别求导,求出自由能密度函数的极值,便可求得  $A$  和  $q_t$  的值<sup>[11]</sup>

$$A = 4/15(3\psi_0 + \sqrt{-15\gamma - 36\psi_0^2}), \quad q_t = \sqrt{3}/2, \quad (5)$$

### 1.2 动力学方程

原子密度  $\psi$  是一个保守场变量,其随时间演化用 Cahn-Hilliard 动力学方程描述<sup>[11]</sup>

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \nabla^2 \frac{\delta F}{\delta \psi} + \zeta = \nabla^2 \{ \psi^3 + [\gamma + (1 + \nabla^2)^2] \psi \} + \zeta, \quad (6)$$

式中,  $\zeta$  为满足两点相关性的 Gauss 噪声。在本研究中不考虑噪声的作用。

为提高计算效率,可采用半隐式 Fourier 谱方法<sup>[22]</sup>求解动力学方程,可得

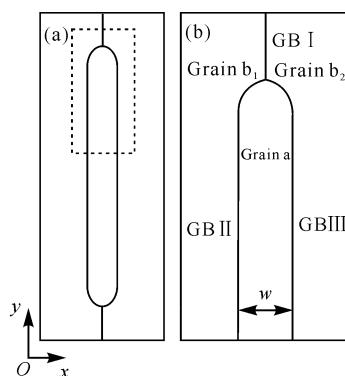
$$\hat{\psi}_{n+1} = \frac{\hat{\psi}_n - k^2 \Delta t \hat{\psi}_n^3}{1 + k^2 \Delta t [\gamma + (1 - k^2)^2]}, \quad (7)$$

式中,  $\hat{\psi}_{n+1}$  为 Fourier 空间中第  $n+1$  步的原子密度,  $\hat{\psi}_{n+1} = \int \psi_{n+1} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} dr$ ;  $\vec{k}$  为 Fourier 空间的波矢,满足  $k^2 = |\vec{k}|^2$ 。

### 1.3 参数设置

图1中将一个环形晶粒(晶粒a)嵌入到双晶(晶粒  $b_1$  和  $b_2$ )系统中,组成一个三晶系统。晶粒a、 $b_1$  和  $b_2$  三者相交形成三叉点,其中晶粒a的宽度为  $w$ ,其顶部的晶界曲率为  $\kappa$  ( $\kappa = 2/w$ )。计算时将连续空间

离散为四方网格,计算区域网格为  $L_x \Delta x \times L_y \Delta y$ ,取空间步长  $\Delta x = \Delta y = \pi/4$ ,时间步长  $\Delta t = 0.5$ ,时间步用  $ts$  表示。具体参数设置:采用三角相表征晶体相,选取  $(\phi_0, \gamma) = (0.21, -0.12)$ ;尺寸  $L_x \times L_y$  为  $800 \times 1600$ ,晶粒  $a$ 、 $b_1$  和  $b_2$  的取向角度分别为  $0^\circ$ 、 $22.5^\circ$  和  $-22.5^\circ$ 。晶粒  $a$  与晶粒  $b_1$ 、 $b_2$  之间的晶界(GB II 和 GB III)为非对称倾侧晶界,取向差分别为  $\pm 22.5^\circ$ ;晶粒  $b_1$  和  $b_2$  之间的晶界(GB I)为对称倾侧晶界,取向差为  $45^\circ$ 。

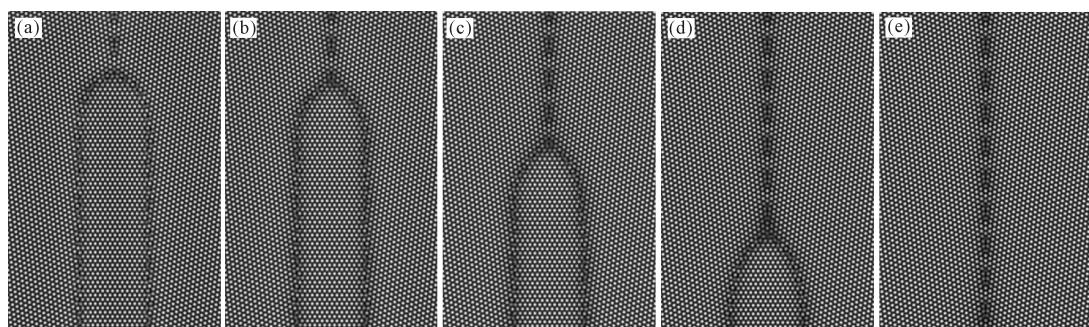


(b) 为(a)中方框的放大图

(b) is the magnified image of the box in (a)

图 1 模拟所用的几何构型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the geometry employed in the simulation



(a)  $t = 250$  ts; (b)  $t = 2000$  ts; (c)  $t = 12000$  ts; (d)  $t = 26000$  ts; (e)  $t = 43000$  ts

图 2 三叉晶界的演化过程( $w = 14r_0$ )

Fig. 2 The evolution process of a triple junction at  $w = 14r_0$

## 2.2 三叉晶界拖曳效应

为了研究三叉晶界对晶界运动的影响,将图 1 中晶粒  $b_1$  和  $b_2$  的取向角度取相同值(都为  $22.5^\circ$ ),则系统变为双晶系统(无三叉晶界)。双晶和三晶系统的晶界运动分别为晶界迁移和三叉晶界迁移。在相同条件下,双晶和三晶系统中环形晶粒面积  $A$  与演化时间  $t$  的关系曲线( $A-t$  曲线)如图 3 所示。可见,两种情况下  $A-t$  曲线均线性下降,其中三晶系统的下降速度明显小于双晶系统,可见前者的晶界迁移速率明显低于后者。这说明了三叉晶界对晶界迁移具有拖拽作用,与 Czubayko 等<sup>[3]</sup>和尹文红等<sup>[6]</sup>的实验结果吻合。

为了清晰地显示三叉晶界的迁移过程,重点对图 1b 所示区域进行观测,其尺寸为  $400 \times 600$ ,约  $3.23 \times 10^3$  个原子。从图 1b 可见,晶界 I(GB I)是一条平直晶界,晶界 II(GB II)和晶界 III(GB III)都是由一段弧形晶界和平直晶界组成。

## 2 结果与分析

### 2.1 三叉晶界迁移过程

图 2 为环形晶粒宽度  $w = 14r_0$  时三叉晶界的迁移过程。由图 2 可见,在演化初期环形晶粒顶部的晶界曲率发生了部分变化(图 2a 和 b),之后晶界曲率保持稳定(图 2b~d)。这是因为初态的三叉晶界为不稳定状态(相邻晶界夹角不为  $120^\circ$ ),当相邻晶界夹角达到  $120^\circ$  的稳态时,三叉晶界形状保持稳定。由于环形晶界曲率的驱动作用,环形晶粒顶部的弧形晶界不断向其曲率中心收缩(图 2a~d),直至三叉晶界消失,变成一条平直晶界(图 2e)。在整个演化过程中,晶界 II 和晶界 III 中平直晶界始终保持平直,说明三叉晶界迁移具有自相似性。从图 2 还可见,3 个晶粒的取向角度在演化过程中均保持不变,表明晶粒均未发生旋转。

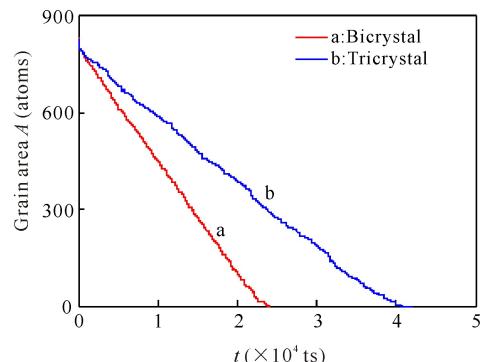


图 3 双晶和三晶系统中环形晶粒的面积与时间的关系( $w = 14r_0$ )

Fig. 3 Curves between loop grain area  $A$  and time  $t$  in bicrystal and tricrystal system at  $w = 14r_0$

为了研究环形晶粒宽度  $w$  对三叉晶界拖曳作用的影响,环形晶粒宽度设为  $8r_0 \leq w \leq 26r_0$ ,并计算  $A-t$  曲线的斜率,统计结果如图 4 所示。图 4 中纵坐标  $\sigma = k_{tj}/k_{gb}$ ,其中  $k_{tj}$  和  $k_{gb}$  分别为三晶和双晶系统中  $A-t$  曲线的斜率。从图 4 可见,  $w$  取不同值时,比值  $\sigma$  均小于 1,且随着宽度  $w$  的增加,  $\sigma$  值不断减小。说明环形晶粒尺寸越大(晶界曲率越小),曲率驱动晶界迁移的速率越小,三叉晶界的拖拽作用就越明显。

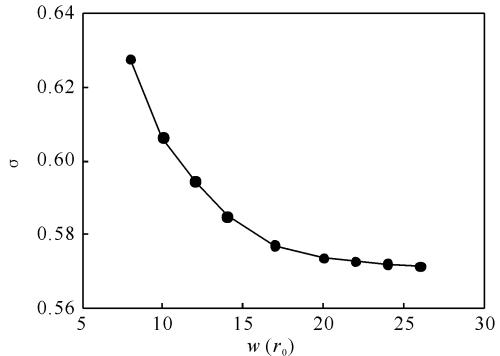


图 4 斜率比  $\sigma (= k_{tj}/k_{gb})$  与环形晶粒宽度  $w$  的关系

Fig. 4 The curve between slop ratio  $\sigma (= k_{tj}/k_{gb})$  and loop grain width  $w$

### 2.3 晶界曲率的影响

为了研究三叉晶界曲率对晶界迁移的影响,环形晶粒宽度设为  $8r_0 \leq w \leq 26r_0$ 。从图 5a 可见,随着环形晶粒宽度的增加,三叉晶界迁移速率不断减小。

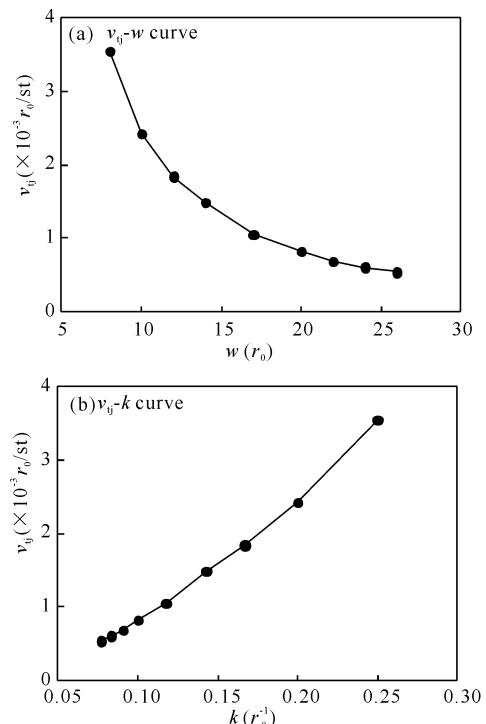


图 5 三叉晶界迁移速率  $v_{tj}$  与环形晶粒宽度  $w$  及其晶界曲率  $k$  的关系

Fig. 5 Curves between migration rate  $v_{tj}$  of triple junction and loop grain width  $w$ , and its grain boundary curvature  $k$

这是由于环形晶粒宽度越大,晶界迁移的驱动力就越小,导致晶界迁移越慢。由图 5b 可见,随着晶界曲率  $k$  的增加,三叉晶界迁移速率  $v_{tj}$  近似呈线性增加,表明三叉晶界迁移速率与晶界曲率成正比。该结果与经典晶界迁移理论<sup>[23]</sup>吻合。

### 3 结论

本研究采用 PFC 方法研究了将一个环形晶粒嵌入到双晶系统中三叉晶界的迁移过程,讨论了晶界曲率对三叉晶界迁移的影响。得到如下结论:1)在演化过程中,三叉晶界迁移具有自相似性,未发生晶粒旋转现象。2)晶界曲率影响三叉晶界迁移速率,并且两者成正比关系。3)三叉晶界对晶界迁移有拖曳作用,晶界曲率越小,三叉晶界的拖拽作用越明显。

### 参考文献:

- [1] FROLOV T, MISHIN Y. Molecular dynamics modeling of self-diffusion along a triple junction[J]. Physical Review B, 2009, 79(17): 174110.
- [2] GOTTSSTEIN G, SHVINDLERMAN L S, ZHAO B. Thermodynamics and kinetics of grain boundary triple junctions in metals: Recent developments [J]. Scripta Materialia, 2010, 62(12): 914-917.
- [3] CZUBAYKO U, SURSAEVA V G, GOTTSSTEIN G, et al. Influence of triple junctions on grain boundary motion [J]. Acta Materialia, 1998, 46(16): 5863-5871.
- [4] PROTASOVA S G, GOTTSSTEIN G, MOLODOV D A, et al. Triple junction motion in aluminum tricrystals [J]. Acta Materialia, 2001, 49(13): 2519-2525.
- [5] MATTISSEN D, MOLODOV D A, SHVINDLERMAN L S, et al. Drag effect of triple junctions on grain boundary and grain growth kinetics in aluminium [J]. Acta Materialia, 2005, 53(7): 2049-2057.
- [6] 尹文红,王卫国,方晓英,等.轧制变形量对高纯铝三叉晶界、晶界形变及退火行为的影响[J].上海大学学报:自然科学版,2017,23(3): 414-421.  
YIN W H, WANG W G, FANG X Y, et al. Effect of cold rolling reduction on deformation and annealing behavior of triple junctions and grain boundaries in high-purity aluminum [J]. Journal of Shanghai University: Natural Science, 2017, 23(3): 414-421.
- [7] UPMANYU M, SROLOVITZ D J, SHVINDLERMAN L S, et al. Triple junction mobility: A molecular dynamics study[J]. Interface Science, 1999, 7(3): 307-319.
- [8] TRAUTT Z T, MISHIN Y. Capillary-driven grain boundary motion and grain rotation in a tricrystal: A molecular dynamics study[J]. Acta Materialia, 2014, 65: 19-31.

- [9] RAPAPORT D C. The art of molecular dynamics simulation[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [10] ELDER K, KATAKOWSKI M, HAATAJA M, et al. Modeling elasticity in crystal growth[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(24):245701.
- [11] ELDER K R, GRANT M. Modeling elastic and plastic deformations in nonequilibrium processing using phase field crystals[J]. Physical Review E, 2004, 70(5): 51605.
- [12] TANG S, WANG J C, SVENDSEN B, et al. Competitive bcc and fcc crystal nucleation from non-equilibrium liquids studied by phase-field crystal simulation[J]. Acta Materialia, 2017, 139:196-204.
- [13] SCHMIEDEBERG M, ACHIM C V, HIELSCHER J, et al. Dislocation-free growth of quasicrystals from two seeds due to additional phasonic degrees of freedom [J]. Physical Review E, 2017, 96(1):12602.
- [14] GAO Y J, HUANG L L, DENG Q Q, et al. Phase field crystal simulation of dislocation configuration evolution in dynamic recovery in two dimensions[J]. Acta Materialia, 2016, 117:238-251.
- [15] GAO Y, DENG Q, HUANG L, et al. Atomistic modeling for mechanism of crack cleavage extension on nano-scale[J]. Computational Materials Science, 2017, 130: 64-75.
- [16] 毛鸿, 罗志荣, 黄世叶, 等. 材料裂纹扩展分叉机理的晶体相场法研究[J]. 广西科学, 2015, 22(5):499-505.
- MAO H, LUO Z R, HUANG S Y, et al. Phase-field-crystal modeling for crack propagation and branch of materials[J]. Guangxi Sciences, 2015, 22(5):499-505.
- [17] 卢昱江, 孔令一, 邓芊芊, 等. 微裂纹起裂扩展机理的晶  
体相场模拟[J]. 广西科学院学报, 2017, 33(4): 240-245.
- [18] LU Y J, KONG L Y, DENG Q Q, et al. Phase field crystal simulation of nucleation and propagation of micro-cracks[J]. Journal of Guangxi Academy of Sciences, 2017, 33(4):240-245.
- [19] CHEN C, CHEN Z, ZHANG J, et al. Phase-field crystal modeling of shape transition of strained islands in heteroepitaxy[J]. Science China Physics, Mechanics and Astronomy, 2012, 55(11):2042-2048.
- [20] 黄礼琳, 华平, 王玉玲, 等. 凸曲率衬底外延生长界面演化的晶体相场模拟[J]. 广西科学, 2014, 21(3): 241-246.
- HUANG L L, HUA P, WANG Y L, et al. Simulation of epitaxial growth interface on convex substrate using phase field crystal method[J]. Guangxi Sciences 2014, 21(3):241-246.
- [21] WU K A, VOORHEES P W. Phase field crystal simulations of nanocrystalline grain growth in two dimensions[J]. Acta Materialia, 2012, 60(1):407-419.
- [22] MCREYNOLDS K, WU K A, VOORHEES P. Grain growth and grain translation in crystals[J]. Acta Materialia, 2016, 120:264-272.
- [23] CHENG M W, WARREN J A. An efficient algorithm for solving the phase field crystal model[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(12):6241-6248.
- SUTTON A P, BALLUFFI R W. Interfaces in crystalline materials[M]. Oxford: Oxford University Press, 1995.

(责任编辑:陆 雁)