

## 线性系统的间歇观测器设计\*

# Intermittent Observer Design for Linear Systems

黄敢基, 罗世贤, 钟佳成

HUANG Gan-ji, LUO Shi-xian, ZHONG Jia-cheng

(广西大学数学与信息科学学院, 广西南宁 530004)

(College of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

**摘要:** 考虑到间歇控制是一类特殊的切换控制, 提出基于时变切换 Lyapunov 函数的间歇观测器设计方法, 并进行数值验证。采用时变切换 Lyapunov 函数分析相应误差系统的稳定性, 得到观测器收敛的充分条件, 通过求解相应的线性矩阵不等式得到观测器增益矩阵, 且数值算例验证所提方法是有效的。

**关键词:** 线性系统 间歇观测器 切换 Lyapunov 函数 指数稳定性

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2015)04-0425-05

**Abstract:** In view of the characteristics that a dynamical system under intermittent control can be viewed as a switched control system, a method based on time-varying switching Lyapunov function is developed for the intermittent observer design, of which numerical validation is carried out. Some sufficient conditions for observer convergence are derived by using time-varying switching Lyapunov function to analyze the stability of the error system, and the gain matrix of the observer can be obtained by solving a set of linear matrix inequalities (LMI). A numerical example is provided to illustrate the validity of the proposed method.

**Key words:** linear system, intermittent observer, switched Lyapunov functions, exponential stability

## 0 引言

控制理论和控制工程领域在研究系统状态重构时会涉及观测器设计问题。早在 1960 年, Kalman<sup>[1]</sup> 针对不确定性和随机扰动的线性系统设计了最优滤波器。随后, Luenberger<sup>[2]</sup> 于 1964 年提出了线性定常系统的观测器设计方法。这 2 种经典的观测器设计

方法现已成为观测器设计的理论基础。一方面, 由于状态反馈在系统控制和综合中的地位重要, 另一方面, 由于线性系统结构简单, 而研究线性系统的方法对研究非线性系统具有很好的借鉴作用。因此, 线性系统的观测器设计问题已成为系统控制领域的研究热点, 已有大量的研究成果<sup>[3~8]</sup>。该领域的研究对象包含离散和连续、时变和时不变、系统参数不确定、未知输入及时滞等线性系统, 研究的方法主要有坐标变换法、代数 Riccati 方程方法、Lyapunov 方法以及奇异值分解和广义逆等。近几年, 线性系统观测器的设计理论和方法又得到进一步的发展。2011 年文献<sup>[9, 10]</sup> 分别研究线性系统和线性脉冲系统的泛函观测器设计问题。文献<sup>[11]</sup> 对一类带有扰动的线性系统, 采用坐标变换方法设计区间观测器。文献<sup>[12]</sup> 研究切换线性系统的未知输入有限时间收敛跳观测器

收稿日期: 2015-03-10

修回日期: 2015-04-10

作者简介: 黄敢基(1972-), 男, 副教授, 主要从事系统控制研究。

\* 国家自然科学基金项目(61164016), 广西自然科学基金重点项目(2013GXNSFDA019003), 广西自然科学基金项目(2011GXNSFA018141)和广西大学自然科学基金项目(XJZ110626)资助。

设计。文献[13]则给出一类线性和非线性互联系统的观测器设计方法。对于切换线性系统, Laurent Bako 等<sup>[14]</sup>通过构造一个非光滑加权成本函数提出一种状态估计的优化方法。文献[15]对一类线性奇异系统设计自适应观测器, 分别对系统无噪声和带噪声情形下的状态和参数估计的收敛性进行讨论。文献[16]考虑线性时滞系统的重置观测器设计问题, 给出了估计状态渐近收敛的时滞相关条件。

间歇控制是指系统控制器的运行和关闭间歇交替进行的一种控制方法, 如空调的间歇制冷、汽车雨刮器的间歇工作等都是采用了间歇控制方式。由于间歇控制在实际中具有广泛的应用背景, 近年来, 其理论研究吸引了众多学者的关注, 也取得了许多研究成果。文献[17]采用间歇控制方法结合 Lyapunov 函数方法给出一类混沌系统主从系统同步的判别条件。文献[18]采用 Halanay 时滞不等式, 研究一类混沌神经网络的周期间歇镇定方法。文献[19]采用 Lyapunov-Razumikhin 方法研究混沌时滞神经网络的间歇脉冲同步问题, 得到了同步的 LMI 准则。文献[20]通过引入时变切换的 Lyapunov 函数得到一类时滞神经网络的周期间歇镇定方法。

虽然观测器设计和系统间歇控制已取得了大量的研究成果, 但查询发现, 采用间歇控制理论设计观测器的研究少有报道。而且已报道的相关间歇控制研究成果大多是采用周期间歇的方式, 只有少数讨论时变间歇控制问题。如文献[21]采用间歇反馈控制研究基于模型的网络控制系统的稳定性问题, 假设的反馈时间分别为时变有界函数、独立同分布随机变量和马尔可夫链。文献[22]考虑一类混沌系统的镇定和同步问题, 给出时变控制周期和控制宽度下系统镇定和同步的条件。间歇控制系统实质上可以看作由二个子系统组成的切换系统, 而公共 Lyapunov 函数方法或切换时不变 Lyapunov 函数方法所得切换系统观测器设计结果具有一定的保守性<sup>[23]</sup>。基于以上分析, 本文提出线性系统的间歇观测器设计方法, 通过引入时变切换的 Lyapunov 函数方法分析相应误差系统的稳定性, 结合凸组合技术, 得到了观测器指数收敛的充分条件, 其中观测器增益矩阵可以通过求解一组线性矩阵不等式得到, 且数值仿真算例表明本文所提方法是有效的。

## 1 问题描述

$M > (\geq, <, \leq) 0$  表示  $M$  为正定(半正定, 负定, 半负定) 矩阵。  $I$  表示合适维数的单位矩阵。  $\lambda_{\max}(M), \lambda_{\min}(M)$  分别表示对称矩阵  $M$  的最大、最小

特征值。  $\|\cdot\|$  表示向量的欧氏范数。  $\mathbb{N}$  表示正整数集,  $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$ 。

考虑如下的连续时间线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), t > 0, \\ y(t) = Cx(t), t_k \leq t < t_k + h, \end{cases} \quad (1.1)$$

其中  $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^p$  分别为系统状态, 控制输入和可测量的系统输出;  $\{t_k; k \in \mathbb{N}_0\}$  为观测时间集;  $h$  为观测间隔长度;  $A, B, C$  为常值矩阵。

在间歇控制方式下, 可构造系统(1.1)如下形式的间歇观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu + L(y - C\hat{x}), \\ t_k \leq t < t_k + h, \\ \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu, t_k + h \leq \\ t < t_{k+1}, \end{cases} \quad (1.2)$$

其中,  $L$  为观测器增益矩阵。

定义误差向量  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ , 结合(1.1)式和(1.2)式可得相应的观测误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = (A - LC)e(t), t_k \leq t < t_k + h, \\ \dot{e}(t) = Ae(t), t_k + h \leq t < t_{k+1}. \end{cases} \quad (1.3)$$

所以本文的主要目标是, 对给定的观测时间集  $\{t_k; k \in \mathbb{N}_0\}$  和观测间隔  $h$ , 给出能保证误差系统(1.3)指数稳定的观测器增益矩阵  $L$ 。由于误差系统(1.3)的稳定性与观测时间  $\{t_k; k \in \mathbb{N}_0\}$  有关, 为此, 先定义以下的时间序列集:

$$S(\delta_1, \delta_2) \triangleq \{\{t_k\}; \delta_1 \leq t_k - t_{k-1} \leq \delta_2\},$$

其中  $\delta_1$  和  $\delta_2$  满足  $0 < \delta_1 \leq \delta_2$ 。以下是稳定性定义和引理。

**定义 1.1** 对给定的观测时间集  $S(\delta_1, \delta_2)$  和观测长度  $h$ , 若存在常数  $\beta > 0, \gamma > 0$ , 使得

$$\|e(t)\| \leq \beta \|e(t_0)\| e^{-\gamma(t-t_0)}, t \geq t_0.$$

则称误差系统(1.3)是全局指数稳定的。

**引理 1.1** 对于给定矩阵  $\Gamma_i, X_i \in \mathbb{R}^{n \times n}, X_i = X_i^T, i=1, 2, \dots, N, C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  和  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ , 如果存在矩阵  $X_0, H_i \in \mathbb{R}^{n \times n}, i=1, 2, \dots, N$ , 使得下面的矩阵不等式成立

$$\begin{bmatrix} \Gamma_i - X_0 LC - (X_0 LC)^T & X_i - X_0 - (H_i LC)^T \\ * & -H_i - H_i^T \end{bmatrix} < 0, i=1, 2, \dots, N, \quad (1.4)$$

则有

$$\Gamma_i - X_i LC - (X_i LC)^T < 0, i=1, 2, \dots, N. \quad (1.5)$$

**证明** 把(1.4)式两边分别左乘和右乘  $[I \quad -(LC)^T]$  及其转置即可得到(1.5)式。

## 2 主要结果

如前所述,误差系统(1.3)的稳定性与观测时间有关,而其实际上可看作包含两个子系统的切换系统。因此,将采用时变的切换 Lyapunov 函数分析系统(1.3)的指数稳定性。为了充分挖掘和利用切换观测时间序列的信息,先定义如下与切换观测时间序列和观测长度相关的分段连续可微函数。

$$\rho_{11k}(t) = \frac{t-t_k}{h}, t \in [t_k, t_k+h), \rho_{21k}(t) = \frac{t-t_k-h}{t_{k+1}-t_k-h}, t \in [t_k+h, t_{k+1}), \rho_{01k}(t) = \frac{1}{t_{k+1}-t_k-h},$$

其中  $k \in \mathbb{N}_0$ 。令  $\rho_{i2k}(t) = 1 - \rho_{i1k}(t), i=0,1,2$ , 则易知  $\rho_{ijk} \in [0,1], i,j=1,2$ , 且有

$$\begin{aligned} \rho_{11k}(t_k) &= \rho_{12k}((t_k+h)^-) = \rho_{21k}(t_k+h) = \rho_{22k}((t_{k+1})^-) = 0, \\ \rho_{11k}((t_k+h)^-) &= \rho_{12k}(t_k) = \rho_{21k}((t_{k+1})^-) = \rho_{22k}(t_k+h) = 1. \end{aligned} \quad (2.1)$$

另外,易知存在函数  $\rho(t) \in [0,1]$ , 使得

$$\rho_{01k}(t) = \frac{\tilde{\rho}(t)}{\delta_1-h} + \frac{\rho(t)}{\delta_2-h}, \quad (2.2)$$

其中  $\tilde{\rho}(t) = 1 - \rho(t)$ 。

基于时变函数  $\{\rho_{ijk}(t)\}, i,j=1,2, k \in \mathbb{N}_0$ , 构造时变切换 Lyapunov 函数:

$$V(t,x) = \begin{cases} V_{1k}(t,x) \triangleq e^T(t) P_1(t) e(t), t_k \leq t < t_k+h, \\ V_{2k}(t,x) \triangleq e^T(t) P_2(t) e(t), t_k+h \leq t < t_{k+1}, \end{cases} k \in \mathbb{N}_0, \quad (2.3)$$

其中  $P_i(t) = \rho_{i1k}(t) P_{i1} + \rho_{i2k}(t) P_{i2}, P_{ij} > 0, i,j=1,2$ 。另外,假设存在正标量  $\mu_1$  和  $\mu_2$ , 使得

$$P_{22} \leq \mu_1 P_{11}, P_{12} \leq \mu_2 P_{21}, \quad (2.4)$$

从而,由(2.1)式,(2.3)式,(2.4)式,有

$$V(t_k) \leq \mu_2 V((t_k)^-), V(t_k+h) \leq \mu_1 V((t_k+h)^-). \quad (2.5)$$

应用时变 Lyapunov 函数(2.3)分析误差系统(1.3)的稳定性,即可得以下的定理。

**定理 2.1** 考虑具有间歇观测时间集  $S(\delta_1, \delta_2)$  的观测误差系统(1.3), 如果对给定的观测器增益阵  $L$  及间歇观测长度  $h$ , 存在正标量  $\mu_i, \gamma, i=1,2$ , 及  $n \times n$  矩阵  $P_{ij} > 0, i,j=1,2$ , 使得(2.4)式及下面的矩阵不等式成立

$$\begin{aligned} \Xi_{1j} &= 2\gamma P_{1j} + \frac{1}{h}(P_{11} - P_{12}) + P_{1j}(A - LC) + (A - LC)^T P_{1j} < 0, j=1,2, \\ \Xi_{2jq}(\gamma) &\triangleq -\frac{2\gamma h - \ln(\mu_1 \mu_2)}{2(\delta_2 - h)} P_{2j} + \frac{1}{\delta_q - h} (P_{21} - \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$P_{22}) + P_{2j}A + A^T P_{2j} < 0, j,q=1,2. \quad (2.7)$$

则观测误差系统(1.3)是全局指数稳定的。

**证明** 由  $\Xi_{2jq}(\gamma) < 0, j,q=1,2$  及其关于参数  $\gamma$  连续性知,对于充分小的  $\sigma \in (0, \gamma)$ , 也有  $\Xi_{2jq}(\gamma - \sigma) < 0, j,q=1,2$  成立。若令  $\gamma_2 = \frac{2(\gamma - \sigma)h - \ln(\mu_1 \mu_2)}{2(\delta_2 - h)}, c = \mu_1 \mu_2 e^{-2\gamma h + 2\gamma_2(\delta_2 - h)}$ , 则  $c = e^{-2\sigma h} < 1$ 。

选取分段连续 Lyapunov 函数如(2.3)式所定义,并记  $V(t) = V(t, x(t))$ 。则当  $t \in [t_k, t_k+h)$  时, 求沿着误差系统(1.3)的解的导数并结合(2.6)式,得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{V}_{1k}(t) = e^T(t) \dot{P}_1(t) e(t) + 2e^T(t) P_1(t) \dot{e} = -2\gamma V_{1k}(t) + e^T(t) (2\gamma P_1(t) + \frac{1}{h}(P_{11} - P_{12}) + P_1(t)(A - LC) + (A - LC)^T P_1(t)) e(t) = -2\gamma V_{1k}(t) + e^T(t) (\sum_{j=1}^2 \rho_{1jk}(t) \Xi_{1j}) e(t) \leq -2\gamma V(t). \end{aligned}$$

从而

$$V(t) \leq V(t_k) e^{-2\gamma(t-t_k)}, t \in [t_k, t_k+h). \quad (2.8)$$

类似地,当  $t \in [t_k+h, t_{k+1})$  时,求  $V(t)$  沿着系统(1.3)的解的导数。由  $\Xi_{2jq}(\gamma - \sigma) < 0$ , 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2\gamma_2 V_{2k}(t) + e^T(t) (\sum_{j=1}^2 (\rho_{2jk}(t) \tilde{\rho}(t) \Xi_{2j1}(\gamma - \sigma) + \rho(t) \Xi_{2j2}(\gamma - \sigma))) e(t) \leq 2\gamma_2 V_{2k}(t), \end{aligned}$$

从而

$$V(t) \leq V(t_k+h) e^{2\gamma_2(t-t_k-h)}, t \in [t_k+h, t_{k+1}). \quad (2.9)$$

而对任意的  $t \geq 0$ , 必存在某个  $k \in \mathbb{N}_0$ , 使得  $t \in [t_k, t_k+h)$  或  $t \in [t_k+h, t_{k+1})$ 。假设  $t_0 = 0$ , 则当  $t \in [t_k, t_k+h)$  时, 由(2.4)式,(2.8)式,(2.9)式及数学归纳法,有

$$\begin{aligned} V(t) &\leq V(t_k) e^{-2\gamma(t-t_k)} \leq \mu_2 V((t_k)^-) e^{-2\gamma(t-t_k)} \leq \mu_2 V(t_{k-1}+h) e^{2\gamma_2(t_k-t_{k-1}-h)} e^{-2\gamma(t-t_k)} \leq \mu_1 \mu_2 V((t_{k-1}+h)^-) e^{2\gamma_2(t_k-t_{k-1}-h)} e^{-2\gamma(t-t_k)} \leq \dots \leq (\mu_1 \mu_2)^k V(0) (e^{-2\gamma h})^k e^{2\gamma_2(t_k-kh)} e^{-2\gamma(t-t_k)}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

另外,当  $t \in [t_k, t_k+h)$  时,有  $t-h \leq t_k \leq k\delta_2$ , 故上式可进一步化为

$$V(t) \leq (\mu_1 \mu_2)^k V(0) (e^{-2\gamma h})^k e^{2\gamma_2 k(\delta_2-h)} = (c)^k V(0) \leq c^{(t-h)/\delta_2} V(0) = c^{-h/\delta_2} e^{(\ln c/\delta_2)t} V(0), \quad (2.11)$$

而当  $t \in [t_k+h, t_{k+1})$  时,注意到  $t \leq (k+1)\delta_2$ , 采用与(2.11)式类似的推导法,可得

$$\begin{aligned}
V(t) &\leq \\
(1/\mu_2)(\mu_1\mu_2)^{k+1}V(0)(e^{-2\gamma h})^{k+1}e^{2\gamma_2(t-(k+1)h)} &\leq \\
(1/\mu_2)(c)^{k+1}V(0) &\leq (1/\mu_2)(c)^{t/\delta_2}V(0) = \\
(1/\mu_2)e^{(\ln c/\delta_2)t}V(0), & \quad (2.12)
\end{aligned}$$

从而,由  $V(t)$  的定义及(2.11)式和(2.12)式,可得

$$\|e(t)\| \leq \sqrt{(M\lambda_2)/\lambda_1} e^{(\ln c/\delta_2)t} \|e(0)\|, t \geq 0, \quad (2.13)$$

其中  $M = \max\{c^{-h/\delta_2}, 1/\mu_2\}$ ,  $\lambda_1 = \min\{\lambda_{\min}(P_{ij})\}$ ,  $\lambda_2 = \max\{\lambda_{\max}(P_{ij})\}$ 。因此,由(2.13)式和定义 1.1 知,系统(1.3)是全局指数稳定的。

**注 1** 本文根据间歇观测误差系统(1.3)的结构特征,引入了与间歇观测时间和观测长度相关的分段连续时变 Lyapunov 函数。定理 2.1 表明,基于该新异的时变 Lyapunov 函数的特殊构造并结合定理 2.1 的矩阵不等式条件,可以有效保证间歇观测器(1.2)的全局指数收敛性。

将矩阵不等式(2.6)线性化,即可得以下的观测器设计定理。

**定理 2.2** 考虑具有间歇观测时间集  $S(\delta_1, \delta_2)$  的观测误差系统(1.3),如果对给定的间歇观测长度  $h$ ,正标量  $\mu_i, \gamma, \alpha_i, i=1,2$ ,存在  $n \times n$  矩阵  $X_0, Y$  和  $P_{ij} > 0, i, j=1,2$ ,使得(2.4)式,(2.7)式及以下线性矩阵不等式成立:

$$\tilde{\Xi}_{ij}(\gamma) \triangleq \begin{bmatrix} \Omega_{ij} & P_{ij} - X_0 - \alpha_j (YC)^T \\ * & -\alpha_j (X_0 + X_0^T) \end{bmatrix} < 0, j = 1, 2, \quad (2.14)$$

其中

$$\Omega_{ij} = 2\gamma P_{1j} + \frac{1}{h}(P_{11} - P_{12}) + P_{1j}A + A^T P_{1j} - YC - (YC)^T,$$

则误差系统(1.3)是全局指数稳定的,且观测器增益阵为  $L = X_0^{-1}Y$ 。

**证明** 取  $Y = X_0L, H_i = \alpha_i X_0$ ,由引理 1.1,容易验证不等式(2.14)的可行性等价于(2.6)式。从而,由定理 2.1 得系统(1.3)是全局指数稳定的,且观测器增益阵  $L = X_0^{-1}Y$ 。

记  $S(\delta) \triangleq \{t_k; t_k - t_{k-1} = \delta\}$ ,则当  $\{t_k\} \in S(\delta)$  时,即系统具有周期间歇观测时间的情形,可由定理 2.2 得系统(1.1)相应的观测器设计方法。

**推论 2.1** 考虑具有周期观测时间集  $S(\delta)$  的观测误差系统(1.3),如果对给定的间歇观测长度  $h$ ,正标量  $\mu_i, \gamma, \alpha_i, i=1,2$ ,存在  $n \times n$  矩阵  $X_0, Y$  和  $P_{ij} > 0, i, j=1,2$ ,使得(2.4)式,(2.14)式及以下线性矩阵不等式成立:

$$\tilde{\Xi}_{2j}(\gamma) \triangleq -\frac{2\gamma h - \ln(\mu_1\mu_2)}{2(\delta - h)} P_{2j} + \frac{1}{\delta - h}(P_{21} - P_{22}) + P_{2j}A + A^T P_{2j} < 0, j = 1, 2, \quad (2.15)$$

则误差系统(1.3)是全局指数稳定的,且观测器增益阵为  $L = X_0^{-1}Y$ 。

**证明** 在定理 2.2 证明中取  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$ ,即知推论 2.1 成立。

**注 2** 当取  $P_{ij} = P_i$ ,或  $P_{ij} = P, i, j=1,2$  时,分段连续的时变切换 Lyapunov 函数(2.3)将分别退化为时不变切换 Lyapunov 函数和时不变公共 Lyapunov 函数,采用与定理 2.1 类似的证明方法容易得到误差系统稳定的条件,但此时相应的结果会存在一定的保守性<sup>[23]</sup>。

### 3 数值仿真

考虑线性连续时间系统(1.1),其系统矩阵如下

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4.6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.787 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0].$$

对上述系统,分别讨论其在时变间歇观测和周期间歇观测情形下的误差系统稳性和观测器设计方法。

(1)假设  $\{t_k\} \in S(2,3)$ ,给定间歇观测长度  $h = 1.0$ ,观测器增益矩阵  $L = [1.45 \quad 1.85]$ 。选取  $\mu_1 = 1.20, \mu_2 = 1.25, \gamma = 0.6$ ,求解定理 2.1 的线性矩阵不等式(2.4),(2.6),(2.7),可得到保证误差系统(1.3)指数稳定的正定矩阵  $P_{ij}$  为

$$P_{11} = \begin{bmatrix} 1.1671 & -0.0372 \\ -0.0372 & 0.4965 \end{bmatrix},$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} 0.4923 & -0.1005 \\ -0.1005 & 0.1807 \end{bmatrix},$$

$$P_{21} = \begin{bmatrix} 0.6550 & 0.0614 \\ 0.0614 & 0.2367 \end{bmatrix},$$

$$P_{22} = \begin{bmatrix} 1.0422 & 0.1791 \\ 0.1791 & 0.1505 \end{bmatrix}.$$

(2)假设  $\{t_k\} \in S(2,3)$ ,给定间歇观测长度  $h = 0.8$ 。运用定理 2.2,选取  $\alpha_1 = 0.30, \alpha_2 = 0.20, \mu_1 = 1.13, \mu_2 = 1.32, \gamma = 0.8$ ,求解线性矩阵不等式(2.4),(2.7),(2.14),可得相应的观测器增益矩阵为  $L = [1.9639 \quad 0.8381]^T$ 。

(3)假设  $\{t_k\} \in S(2)$ ,给定间歇观测长度  $h = 1.2$ 。应用推论 2.1,选取  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.20, \mu_1 = 2.30, \mu_2 = 2.10, \gamma = 0.7$ ,求解线性矩阵不等式(2.4),(2.14),(2.15),得相应的观测器增益矩阵为  $L = [1.2881 \quad 1.1219]^T$ 。进一步,选取初始状态  $x(0) = [0 \quad -0.5]^T$  及  $\hat{x}(0) = [-1 \quad 0.8]^T$ ,则可得原系统状态  $x(t)$  和估计状态  $\hat{x}(t)$  的响应曲线图 1。而图

2 则显示了状态估计误差范数  $\|e(t)\|$  的响应曲线。由实例分析及仿真结果可以看出,本文方法是有效的。由于非线性系统在实际生活中普遍存在,故研究各种非线性系统的间歇观测器设计问题将是今后的一个重要研究方向。

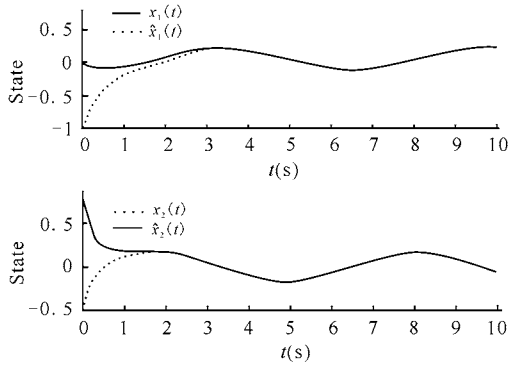


图 1  $\{t_k\} \in S(2), h = 1, 2$  时原系统状态  $x_i(t), i = 1, 2$  及估计状态  $\hat{x}_i(t)$

Fig. 1 The state  $x_i(t), i = 1, 2$  and their estimate  $\hat{x}_i(t)$  in case  $\{t_k\} \in S(2), h = 1, 2$

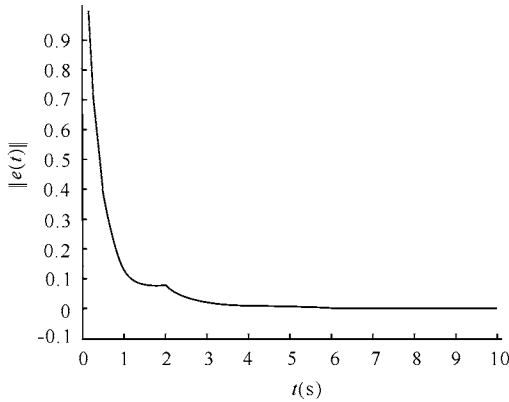


图 2  $\{t_k\} \in S(2), h = 1, 2$  时估计误差  $\|e(t)\|$

Fig. 2 Time evolutions of  $\|e(t)\|$  in case  $\{t_k\} \in S(2), h = 1, 2$

参考文献:

[1] Kalman R E. On a new approach to filtering and prediction problems [J]. Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering, 1960, 28: 35-45.  
 [2] Luenberger D G. Observing the state of a linear system [J]. IEEE Transactions on Military Electronics, 1964, 8: 74-80.  
 [3] Aoki M, Huddle J R. Estimation of the state vector of a linear stochastic systems with a constrained estimator [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1967, 12: 432-433.

[4] Park J K, Shin D R, Chung T M. Dynamic observers for linear time-invariant systems [J]. Automatica, 2002, 38: 1083-1087.  
 [5] Chang S K, You W T, Hsu P L. Design of general structured observers for linear systems with unknown inputs [J]. Journal of the Franklin Institute, 1997, 334(2): 213-232.  
 [6] Sundaram S, Hadjicostis C N. Partial state observers for linear systems with unknown inputs [J]. Automatica, 2008, 44: 3126-3132.  
 [7] Boutayeb M. Observers design for linear time-delay systems [J]. Systems & Control Letters, 2001, 44: 103-109.  
 [8] Chen B, Lam J, Wang Z D. Observer design and stabilization for linear neutral delay systems [J]. ISA Transactions, 2005, 44: 35-42.  
 [9] Chen W H, Li D X, Lu X M. Impulsive functional observers for linear systems [J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2011, 9(5): 987-992.  
 [10] Chen W H, Li D X, Lu X M. Functional Observers for Linear Impulsive Systems [C]. Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, 2011: 1707-1711.  
 [11] Mazenc F, Bernard O. Interval observers for linear time-invariant systems with disturbances [J]. Automatica, 2011, 47: 140-147.  
 [12] Bejarano F J, Pisano A, Usai E. Finite-time converging jump observer for switched linear systems with unknown inputs [J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2011, 5: 174-188.  
 [13] Grip H F, Saberi A, Johansen T A. Observers for interconnected nonlinear and linear systems [J]. Automatica, 2012, 48: 1339-1346.  
 [14] Bako L, Lecoeuche S. A sparse optimization approach to state observer design for switched linear systems [J]. Systems & Control Letters, 2013, 62: 143-151.  
 [15] Alma M, Darouach M. Adaptive observers design for a class of linear descriptor systems [J]. Automatica, 2014, 50: 578-583.  
 [16] Zhao G L, Wang J C. Reset observers for linear time-varying delay systems: Delay-dependent approach [J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(11): 5133-5147.

(下转第 437 页 Continue on page 437)

- [16] Molchanov A, Pyatnitskiy E. Criteria of asymptotic stability of differential and difference inclusions encountered in control theory[J]. *Systems and Control Letters*, 1989, 13(1):59-64.
- [17] Balluchi A, Murrieri P, Sangiovanni-Vincentelli A L. Controller synthesis on nonuniform and uncertain discrete-time domains[J]. *Hybrid Systems: Computation and Control*, 2005, 3414:118-133.
- [18] Sala A. Computer control under time-varying sampling period: An LMI gridding approach[J]. *Automatica*, 2005, 41(12):2077-2082.
- [19] Hetel L, Daafouz J, Jung C. Stabilization of arbitrary switched linear systems with unknown time-varying delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(10):1668-1674.
- [20] Geromel J C, Colaneri P. Robust stability of time varying polytopic systems[J]. *Systems Control Letters*, 2006, 55:81-85.
- [21] Hetel L, Daafouz J, Jung C. LMI Control Design for A Class of Exponential Uncertain Systems with Application to Network Controlled Switched Systems[C]. *Proceedings IEEE American Control Conference*, 2007: 1401-1406.
- [22] Felicioni F E, Junco S J. A lie algebraic approach to design of stable feedback control systems with varying sampling rate[C]. *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, 2008-07-06:4881-4886.
- [23] Fujioka H. A discrete-time approach to stability analysis of systems with aperiodic sample-and-hold devices[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(10):2440-2445.
- [24] Hu T, Blanchini F. Non-conservative matrix inequality conditions for stability/stabilizability of linear differential inclusions[J]. *Automatica*, 2010, 46(1):190-196.
- [25] Hetel L, Kruszewski A, Perruquetti W, et al. Discrete and intersample analysis of systems with aperiodic sampling[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(7):1689-1701.
- [26] Hetel L, Daafouz J, Tarbouriech S, et al. Stabilization of linear impulsive systems through a nearly-periodic reset[J]. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2013, 7: 4-15.

(责任编辑:米慧芝)

(上接第 429 页 Continue from page 429)

- [17] Huang T W, Li C D. Chaotic synchronization by the intermittent feedback method [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2010, 234:1097-1104.
- [18] Huang J, Li C, Han Q. Stabilization of delayed chaotic neural networks by periodically intermittent control [J]. *Circuits System Signal Process*, 2009, 28(4):567-579.
- [19] Liu X Z, Shen X M, Zhang H T. Intermittent impulsive synchronization of chaotic delayed neural networks [J]. *Differential Equations and Dynamical Systems*, 2011, 19(1-2):149-169.
- [20] Chen W H, Zhong J C, Jiang Z Y, et al. Periodically intermittent stabilization of delayed neural networks based on piecewise lyapunov functions/functionals[J]. *Circuits Syst Signal Process*. DOI: 10. 1007/s00034 - 014-9827-0.
- [21] Estrada T, Antsaklis P J. Stability of Model-Based Networked Control Systems with Intermittent Feedback [C]. *Proceedings of the 17th World Congress, The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea, July 6-11, 2008*:12581-12586.
- [22] Zhu H B, Cui B T. Stabilization and synchronization of chaotic systems via intermittent control [J]. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2010, 15:3577-3586.
- [23] Huang G J, Chen W H. A revisit to the design of switched observers for switched linear systems with unknown inputs [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2014, 12(15):1-9.

(责任编辑:尹 闯)