

两种物态方程下铁核塌缩型超新星爆发机制的数值模拟*

Numeral Simulation for Iron Core Supernova Explosion with Two Kinds of Equation of State

李彦, 高敏, 张妙静**

LI Yan, GAO Min, ZHANG Miao-jing

(广西师范大学物理科学与技术学院, 广西桂林 541004)

(College of Physical Science and Technology, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要:【目的】物态方程对铁核塌缩型超新星爆发过程中铁核塌缩、激波产生及其传播等都将产生影响。为了探索对超新星爆发机制解释更合理的物态方程, 对比分析 2 种物态方程对铁核塌缩型超新星爆发的影响。【方法】以新前身星模型数据作为输入参量, 分别采用 Lattimer 等(LS 物态方程)和王贻仁等(W 物态方程)提出的物态方程, 对不同初始质量的铁核塌缩型超新星的爆发过程进行数值模拟, 并对比分析模拟结果。【结果】在 LS 物态方程下, 铁核塌缩结束时恒星的中心密度最高只达到核密度的 1.5 倍, 且得到的同模区偏小, 中微子的能量损失较大, 这使激波在向外传播过程中损失了较多能量, 不利于解释超新星的成功爆发。【结论】W 物态方程更能合理解释超新星的成功爆发。

关键词: 超新星 物态方程 铁核塌缩 激波 恒星

中图分类号: P142 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2015)04-0411-05

Abstract:【Objective】The equation of state (EOS) obviously causes influence on the iron-core collapse, the generation and propagation of shock waves in iron core supernova explosion. To seek reasonable EOS for understanding the mechanism about supernova explosion, the effects of two kinds of EOS on iron core supernova explosions are analyzed.【Methods】With the input data of progenitor stars, the iron core supernova explosions of different mass are numerical simulated by the EOS from Lattimer and Swesty group (LS EOS) or from Wang Yi-ren group (W EOS). And the results are discussed by comparison.【Results】The density of stellar center only reaches to 1.5 times than nuclear density at the end of iron core collapse with the LS EOS. The inner core is smaller and the energy loss of neutrino is larger than that with the W EOS, indicating that there is more energy loss in outward propagation of shock wave with the LS EOS, which is not good for a successful supernova explosion.【Conclusion】The W EOS is better to explain a supernova explosion reasonably.

Key words: supernova, equation of state, collapse of iron core, shock wave, star

收稿日期: 2015-03-25

修回日期: 2015-04-30

作者简介: 李彦(1986-), 女, 硕士, 主要从事核天体物理的理论研究。

* 国家自然科学基金项目(11065004)资助。

** 通讯作者: 张妙静(1974-), 女, 教授, 主要从事核天体物理的理论研究, E-mail: zhangmiaojing@sina.com。

0 引言

【研究意义】超新星爆发机制一直是天体物理学的研究热点之一,该问题虽然已研究 80 余年,但依然存在许多争论。尽管各研究团队对超新星爆发机制的数值模拟程序不尽相同,但通常都会考虑物态方程、弱相互作用率、广义相对论、中微子输运能量等因素^[1]。其中,物态方程是极为重要的部分,因为所有的超新星数值计算都需要一个可以描述高温高密状况下恒星中心物质特性的物态方程。所以,探索更合理的物态方程对于超新星爆发机制的研究具有重要意义。**【前人研究进展】**近年来,研究人员提出了很多不同的数值模拟方法来模拟超新星爆发。王怡仁等^[2]于 20 世纪 80 年代开始对铁核塌缩型超新星进行数值模拟,他们采用 1993 年 Woosley 等^[3]提出的超新星前身星模型,独立开发出基于 fortran77 语言的 SN II-WLYW89 超新星爆发数值模拟程序,对 11 M_{\odot} ~ 40 M_{\odot} 的部分前身星模型进行了数值计算。而目前使用最广泛的物态方程是美国 Lattimer 和 Swesty(简称 LS 物态方程)提出的。此物态方程以核可压液滴模型为基础,描述了处于恒星星核塌缩这一高温高密过程下,重核、核外核子、 α 粒子以及正负电子对等物质的性质^[4]。**【本研究切入点】**以两种不同的物态方程为切入点,对铁核塌缩型超新星的爆发机制进行研究。**【拟解决的关键问题】**以王怡仁等编写的 SN II-WLYW89 数值计算程序为基础,将其物态方程替换为 LS 物态方程,同时使用 Woosley 与 Weaver 于 2008 年提出的新前身星模型数据作为输入参量,对不同质量的铁核塌缩型超新星的爆发过程进行数值模拟,并将计算结果与王怡仁等的结果进行对比。

1 两种物态方程的差异

LS 物态方程描述处于恒星星核塌缩这一高温高密过程下重核、核外核子、 α 粒子以及正负电子对等物质的性质。其中,以 α 粒子代表轻核,以单个重核代表平均重核的处理方式与其他物态方程的差别不大^[4]。

王怡仁等的物态方程(简称 W 物态方程)与 LS 物态方程的差别在于前者使用自由质子、自由中子、 α 粒子、重核这 4 类物质组成的模型,后者则将自由质子和自由中子作统一处理。故两个物态方程的差异主要体现在各自对自由能各成分的体积能、表面能、库仑能以及相变能的不同描述上。如每核子体积能:(以下带“'”的表达式属于 W 物态方程)。

$$f_{\text{bulk}}(n, x, T) = -B + S_v (1 - 2x)^2 + \frac{K_s}{18} \left(1 - \frac{n}{n_s}\right)^2 - a_v T^2 - \Delta x, \quad (1.1)$$

$$f'_{\text{bulk}} = -B + S_v (1 - 2x)^2 + \frac{K_0}{9} \left(\frac{1}{\theta} + \ln \theta - 1\right) - \frac{a}{A} \frac{m^*}{m} T^2, \quad (1.2)$$

式中, B 表示饱和对称核物质的结合能; S_v 表示对称能参量; x 表示核电荷数与质量数的比 Z/A ; K_s (K_0) 表示压缩模量; θ 表示核密度压缩因子, $\theta = \rho_0/\rho_s(x)$, 其中 $\rho_s(x)$ 是在一定中子超下的核饱和密度, 而 ρ_0 是实际的核密度; n 表示物质密度, n_s 表示核密度; a_v 表示能级密度参量; a/A 为费米气体能级密度参量; Δ 表示中子与质子质量之差。由维里定理, 一般将表面能、库仑能联系在一块写出表达式。(1.3)、(1.4) 式分别表示两个物态方程中的表面能与库仑能密度:

$$F_s + F_c = \beta [c(u) s(u)^2]^{1/3} \equiv \beta G(u), \beta = (48.6\pi\sigma^2 e^2 x_i^2 n_i^2)^{1/3},$$

$$G(u) = u(1-u) \times \frac{(1-u) [g(u)]^{1/3} + u [g(1-u)]^{1/3}}{u^2 + (1-u)^2 + 0.6u^2(1-u)^2}, \quad (1.3)$$

$$F'_s + F'_c = \chi_n \rho \beta'(x) \theta^{-1/3} G'(u),$$

$$\beta'(x) = 75.4x^2(1-x)^{4/3} \varphi^{-1/3},$$

$$G'(u) = (1-u) [g^{1/3}(u) + g^{1/3}(1-u)], \quad (1.4)$$

其中

$$g(u) = 1 - (3/2)u^{1/3} + (1/2)u,$$

$$\varphi = \rho_s(x)/0.16 = 1 - 3(0.5 - x)^2,$$

u 表示核物质占有分数; σ 为表面张力系数; ρ 是总的强子数密度; β 可以理解为孤立核的经典表面能、库仑能之和。两个物态方程的主要区别在于 $G(u)$ 这一项, 它是表征物质状态的表达式。但是(1.4) 式忽略了气泡及核变形带来的影响^[5]。

关于相变能, 两个研究团队都采用经典气体的相变自由能表达式:

$$f_{\text{trans}} = T \left\{ \ln \left[\left(\frac{2\pi\hbar^2}{MT} \right)^{3/2} \frac{1}{V_c} \right] - 1 \right\}, \quad (1.5)$$

式中 M 表示对应粒子的质量, V_c 为对应粒子的体积。当温度较低时, 使用这个式子是合理的; 但当温度升高时, 核物质间的作用更为频繁, 这意味着(1.5) 式把核的质心运动处理为自由粒子的质心运动, 这不太合理, 需要做适当修正。LS 团队对采用修正式(1.6), 而王怡仁等则继续沿用经典表达式(1.7):

$$F_i = u(1-u)n_i/A_0 \times (\mu_H - T)h(T),$$

$$h(z) = \frac{1 - e^{-4(1-z^2)^2}}{1 - e^{-4}}, z = \frac{T}{T_c} \leq 1; h(z) = 0, z >$$

$$1, \quad (1.6)$$

$$F'_t = \chi_h \rho / A \times (\mu'_h - T), \quad (1.7)$$

式中各量的含义见文献[2]和[4]。

2 结果与分析

数值模拟的前身星质量为 $11 M_\odot, 12 M_\odot, 13 M_\odot, 14 M_\odot, 15 M_\odot$ 的铁核塌缩型超新星的爆发过程。程序中的压缩模量 K_s 取值为 220 MeV ; 体积能参量 S_v 的值为 29.3 MeV 。考虑到很多文献都选取 $15 M_\odot$ 的模型进行分析, 以下也同样以 $15 M_\odot$ 的相关计算结果进行分析。

表 1 表示 $15 M_\odot$ 超新星数值模拟过程中几个关键时间点对应的恒星中心的密度、压强。其中, t_1 代表的时刻对应于程序第一次完成对整个星体的计算; t_2 代表对应于恒星中心密度达到 10^{12} g/cm^3 的时刻; t_3 代表恒星中心开始进入均匀核物质相的时刻; t_4 代表恒星中心密度达到最高值的时刻; t_5 代表激波到达 $0.8 M_\odot$ 边界的时刻; t_6 代表激波到达 $0.9 M_\odot$ 边界的时刻。

表 1 不同时刻对应的恒星中心的密度和压强

Table 1 The density and pressure of stellar center in different time

物态方程 (EOS)	时刻 Time(ms)	中心密度 Central density (g/cm^3)	中心压强 Central pressure (erg/cm^3)
LS	t_1 (0.5014)	6.6157×10^9	5.4378×10^9
	t_2 (165.5298)	1.0002×10^{12}	3.3803×10^{12}
	t_3 (170.7616)	2.4093×10^{14}	8.4371×10^{15}
	t_4 (170.9846)	4.4422×10^{14}	2.8148×10^{16}
	t_5 (171.1696)	3.4914×10^{14}	1.5499×10^{16}
	t_6 (171.6146)	3.4272×10^{14}	1.4818×10^{16}
W	t_1 (0.4960)	6.6152×10^9	5.5670×10^9
	t_2 (271.9782)	1.0058×10^{12}	3.6015×10^{12}
	t_3 (277.6599)	2.4318×10^{14}	6.3940×10^{15}
	t_4 (277.9668)	1.0993×10^{15}	9.4160×10^{16}
	t_5 (278.0183)	1.0299×10^{15}	8.4240×10^{16}
	t_6 (278.3165)	4.1940×10^{14}	1.7940×10^{16}

由表 1 可以看出, 随着演化时间的变化, 基于 2 种不同物态方程的计算结果差别越来越大。例如, 基于 W 物态方程, t_1 到 t_2 经历的时间远多于 LS 物态方程; 而当恒星中心密度达到 10^{12} g/cm^3 时, 虽然对应的绝对时标差别相当大, 但从 t_2 时刻到 t_3 时刻, 这两个物态方程对应的时间差却非常接近, LS 物态方

程的为 5.2318 ms , 而 W 物态方程的则为 5.6817 ms , 这说明在 t_2 与 t_3 这个时间段内, 两个物态方程对恒星内部物质的性质描述效果比较接近。在 t_4 时刻, 基于 LS 物态方程的恒星中心密度最高达到 $4.4422 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, 基于 W 物态方程的结果则远高于前者, 达到 $1.0993 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ 。这说明从恒星铁核中心进入均匀核物质相开始直至铁核中心密度达到最大的过程, 两个物态方程对恒星物质的描述存在很大差异。从 t_4 时刻开始, 激波产生并开始向外传播。可以看出, t_4 时刻至 t_5 时刻, 2 种物态方程对应的恒星中心密度和压强都缓慢下降, 但 t_5 时刻至 t_6 时刻, LS 物态方程对应的中心密度和压强变化仍延续之前的缓慢下降过程, 而 W 物态方程对应的中心密度则经历了由 $1.0299 \times 10^{15} \text{ g/cm}^3$ 降到 $4.1940 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, 压强从 $8.42 \times 10^{16} \text{ erg/cm}^3$ 减小为 $1.7940 \times 10^{16} \text{ erg/cm}^3$ 的快速下降过程。而 Swesty 等[5]得到的恒星中心密度最高为 $4.24 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, Rampp 等[6]得到的结果是 $3.3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ 。可以看出, 使用 LS 物态方程, 得到的恒星中心密度最大值虽高于核密度, 达到 10^{14} g/cm^3 的量级, 但远不如使用 W 物态方程给出的数值高。

从图 1 和图 2 可以看出, 在恒星中心密度达到最大这一特征时刻前后, W 物态方程下恒星中心密度相当高, 同时这种高密状态持续了较长的时间。这是因为 SN II - WLYW89 在物质密度达到 $2.4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ 之后就进入均匀核物质状态, 而在此状态下, 物质的丰度被强制设定: 重核的丰度设定为 1, 质子、中子、 α 粒子的丰度均被设定为 0, 即在均匀核物质状态下, 没有自由核子和轻核的存在。这表明在高密度情况下, 尤其在激波产生前后, 2 种物态方程对物质的描述存在较大的差别。

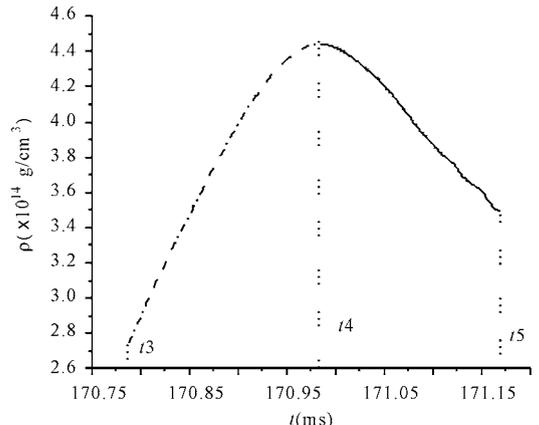


图 1 $t_3 \sim t_5$ 时刻 LS 物态方程对应的恒星中心密度变化

Fig. 1 The density variation of stellar center from t_3 to t_5 based on LS EOS

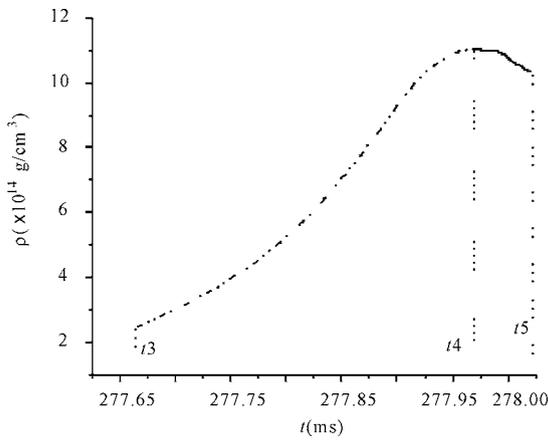


图2 $t_3 \sim t_5$ 时刻 W 物态方程对应的恒星中心密度变化

Fig. 2 The density variation of stellar center from t_3 to t_5 based on W EOS

另外,从激波形成点的位置来看,当铁核中心密度达到最大值(即 t_4 时刻),内星核各处密度达到最大并停止塌缩,而此时外星核物质仍在高速下降,当遇到内部较硬物质进而发生反弹,巨大的能量堆积在表 3 铁核内星核的能量(0.1foe)

Table 3 The energy in inner core of iron core

物态方程(EOS)	t_1 时刻 (Time at t_1)				t_4 时刻 (Time at t_4)				ΔE
	E_k^H	E_I^H	E_G^H	E_B^H	E_k^H	E_I^H	E_G^H	E_B^H	
LS	0.0996	-23.68	-123.63	-147.22	4.24	-720.38	675.05	-41.09	-106.13
W	0.0996	-23.70	-117.94	-141.54	8.87	-1187.70	1098.35	-80.48	-61.06

从 t_1 时刻到 t_4 时刻,内星核的引力势能绝大部分都转化为物质的动能和内能,其中, $\Delta E = E_B^H(t_4) - E_B^H(t_1)$ 是其转移到 M_s 以外区域的能量。表 3 中 E_k^H 、 E_I^H 、 E_G^H 、 E_B^H 分别表示内星核区的动能、内能、引力势能、结合能。由表 3 可以发现,与 W 物态方程计算而得的 ΔE 相比,使用 LS 物态方程计算而得的 ΔE 更大,这意味着使用 LS 物态方程,经过铁核塌缩而释放的能量中可以转移给 M_s 以外物质的部分更大。这一结果与激波形成点位置的分析结果相符:内核质量越小,内核边界越靠近恒星中心,通过铁核塌缩而释放、转移给 M_s 外物质的能量也越大。

t_4 时刻之后,激波开始向外传播。激波传播过程中,由于激波区温度极高,这将促进该区域的重核裂解反应,同时这一过程将使激波损失大量能量;另外,当激波传播并冲出中微子球之后,俘陷中微子会扩散到激波头之前,此时中微子逃逸并带走大量能量,这也将进一步导致激波能量损失。因此,随着激波的传播,激波能量将越来越小。从表 4 可以看出, $t_1 \sim t_4$ 这一过程对应铁核塌缩; t_5 时刻和 t_6 时刻,激波能量达到一定值;但随着演化的继续进行,从 t_7 时

内、外星核分界处,并最终导致爆炸,形成激波。一般认为,内、外星核的分界处就是最初激波产生的位置,记为 M_s 。从表 2 可以发现,使用 LS 物态方程计算得到的激波初始位置为 $0.64 M_\odot$,而使用 W 物态方程得到的激波初始位置为 $0.75 M_\odot$ 。考虑到激波形成点太靠近恒星中心时,将使得激波需要经过更长的距离才能传播到外部区域,而且经过的距离越长,在传播过程中要消耗的时间和能量也将越多。由此推断,LS 物态方程由于激波形成点太过靠内而不利于超新星的成功爆发。表 3 中有关塌缩前后铁核内能量变化的数据也验证此结论。

表 2 激波形成点的位置

Table 2 The position of shock wave generation

物态方程(EOS)	激波产生壳层 J The shell of shock wave generation	对应质量壳层 (M_s) Corresponding shell in mass
LS	34	$0.64 M_\odot$
W	40	$0.75 M_\odot$

刻开始,激波能量便消失为零了。即此种情况下的激波仅仅传播到了 $0.9 M_\odot$ 质量壳层附近,能量便迅速减小并消失了。而表 5 的数据表明,使用 W 物态方程,其激波最终能够传播到达 $1.3 M_\odot$ 质量边界。显然使用 W 物态方程更有利于解释超新星的成功爆发。

表 4 LS 物态方程的特征时刻的激波能量

Table 4 The energy of shock wave in special time based on LS EOS

特征时刻 Special time(ms)	E_{xp} (0.1 foe)
t_1 (0.5014)	0
t_2 (165.53)	0
t_3 (170.78)	0
t_4 (170.98)	0
t_5 (171.16)	7.746
t_6 (171.61)	8.503
t_7 (172.57)	0
t_8 (180.79)	0

依据超新星爆发的相关理论,激波传播过程中,主要有两个重要的途经损失能量。首先,激波区的重核裂解反应将使得激波损失大量能量;另外,当激波传播并冲出中微子球之后,俘陷中微子会扩散到激波头之前,此时中微子逃逸并带走大量能量^[7]。由表 6 可以看出,使用 LS 物态方程计算得出的中微子球相较于 W 物态方程的中微子球更小,这意味着中微子逃逸时间将比后者更早,而中微子逃逸将会带走大量能量,大大消耗激波能量,即 LS 物态方程下激波能量的损失更为严重。

表 5 W 物态方程下部分时刻的激波能量

Table 5 The energy of shock wave in special time based on W EOS

t (ms)	E_{xp} (0.1 foe)	t (ms)	E_{xp} (0.1 foe)
101.08	0	280.83	7.61271
177.92	0	281.18	7.77355
235.39	0	281.54	7.86458
267.95	0	281.89	7.76371
277.2	0	282.24	7.29647
277.91	0	282.52	7.24582
277.97	0	282.59	7.12853
278.02	0	282.94	6.94492
278.12	0	283.29	6.42309
278.32	1.10273	283.65	6.46551
278.43	0.25524	284	5.99983
278.74	3.96727	284.35	6.15147
278.86	4.8468	284.7	5.85914
279.07	6.69764	285.05	5.90564
279.43	7.07922	285.41	5.76342
279.78	6.34338	285.76	5.48953
279.94	6.36789	286.11	5.65911
280.13	5.95926	286.4	5.53759
280.48	7.18535		

表 6 中微子球的位置

Table 6 The position of neutrino ball

物态方程(EOS)	中微子俘陷壳层 J The jth shell of neutrino trapping	对应质量壳层 The corresponding shell in mass
LS	43	0.80 M_{\odot}
W	45	0.84 M_{\odot}

3 结论

本文分别采用了 LS 物态方程和 W 物态方程,

对铁核塌缩型超新星的爆发过程进行了数值模拟。对比分析发现,在 LS 物态方程下,铁核塌缩结束时恒星的中心密度最高只达到了核密度的 1.5 倍,而 W 物态方程下中心密度则达到了核密度的 4 倍;另外,在 LS 物态方程下得到的同模区质量偏小,这使得产生的激波要经过较长的路程才能到达恒星最外层;同时,LS 物态方程下中微子的能量损失较大,使得激波在向外传播的过程中损失了较多的能量,最终导致超新星爆发不成功。因此,LS 物态方程与 W 物态方程相比,后者将更能合理解释超新星的成功爆发。

参考文献:

- [1] 黄润乾. 恒星物理[M]. 北京:中国科学技术出版社,2006.
Huang R Q. Stellar Physics[M]. Beijing: Chinese Science and Technology Press,2006.
- [2] 王贻仁,张锁春,谢佐恒,等. 超新星爆发机制和数值模拟[M]. 郑州:河南科学技术出版社,2003.
Wang Y R, Zhang S C, Xie Z H, et al. The Mechanism of Supernova Explosion and Numerical Simulation [M]. Zhengzhou: Henan Science and Technology Press, 2003.
- [3] Woosley S E, Langer N, Weaver T A. The evolution of massive stars including mass loss-presupernova models and explosion[J]. Astrophysical Journal, 1993, 411(2): 823-839.
- [4] Lattimer J M, Swesty F D. A generalized equation of state for hot, dense matter[J]. Nuclear Physics A, 1991, 535: 331-376.
- [5] Swesty F D, Lattimer J M, Myra E S. The role of the equation of state in the prompt phase of type-II supernova[J]. Astrophysical Journal, 1994, 425(1): 195-204.
- [6] Rampp M, Janka H T. Spherically symmetric simulation boltzmann neutrino transport of core collapse and post-bounce evolution of a 15 M_{\odot} star[J]. The Astrophysical Journal, 2000, 539(1): L33-L36.
- [7] Woosley S E, Heger A, Weaver T A. The evolution and explosion of massive stars[J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74(4): 1035-1061.

(责任编辑:尹 闯)