

适应性交通流连续性模型*

Adaptive Traffic Continuum Model

夏玉显^{1,2}, 薛郁^{1**}, 梁玉娟³

XIA Yu-xian^{1,2}, XUE Yu¹, LIANG Yu-juan³

(1. 广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004; 2. 上海大学上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072; 3. 河池学院物理系, 广西河池 546300)

(1. College of Physical Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai University, Shanghai, 200072, China; 3. Department of Physics, Hechi University, Hechi, Guangxi, 546300, China)

摘要:【目的】考虑人的主动行为在复杂的交通系统所起的作用, 从微观机理出发, 利用气体动理学理论建立交通流连续性宏观模型, 研究交通的拥堵现象。【方法】假定单一司机的期望速度与其局域瞬时速度成正比, 考虑司机期望速度随时间的驰豫变化, 利用广义 Pavari-Fontana 等式, 通过运用距方程和 Chapman-Enskog 方法, 导出类 Navier-Stokes 方程的适应性交通流模型; 然后对适应性交通流模型进行线性稳定性分析, 并通过数值分析验证适应性模型的合理性。【结果】适应性模型能更好地解释高密度下的时停时走交通现象, 描述交通堵塞的消散过程, 反映右转车流的“挤压”效应。【结论】引入司机的期望速度的宏观交通流动力学方程能较好模拟高密度的交通拥堵现象。

关键词: 交通流 动理论模型 距方程 Chapman-Enskog 方法 Pavari-Fontana 等式

中图分类号: U491 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2015)04-0382-06

Abstract:【Objective】The congestion of traffic flow is studied by establishing kinetic models from microscopic model to macroscopic one.【Methods】Considering that the desired velocity of a single driver changes with the surrounding and is related to local instantaneous velocity of the vehicle in real traffic, the desired velocity is assumed to be proportional to the local instantaneous velocity. The adaptive flux model like Navier-Stokes traffic equation is derived from the extended Pavari-Fontana equation. The steady condition of the model is obtained by the linear stability analysis.【Results】Compared with steady condition of both Kerner-Konhäuser model and Helbing model, it is found that the adaptive model has the ability to illustrate stop-and-go traf-

fic in middle-high density. Numerical solution of the macroscopic traffic equations verifies rationality of our model.【Conclusion】The hydrodynamic traffic model is suitable to simulate the congestion phenomena in middle-high density via introducing the desired velocity of driver.

Key words: traffic flow, kinetic model, moment equation, Chapman-Enskog method, Pavari-Fontana equation

收稿日期: 2015-05-06

修回日期: 2015-08-11

作者简介: 夏玉显(1982-), 男, 博士研究生, 主要从事流体力学与交通流研究。

* 国家自然科学基金项目(11262003), 广西大学大学生实验技能和科技创新能力训练基金项目(SYJN20130415), 广西教育厅科研项目(2013ZD059)和广西壮族自治区研究生创新项目(No. YCSZ2012013)资助。

** 通讯作者: 薛郁(1963-), 男, 博士生导师, 教授, 主要从事交通流理论和统计物理的研究, E-mail: yuxuegxu@gxu.edu.cn.

0 引言

【研究意义】交通流在畅行、拥堵及消散呈现不同的波动形态,如稀疏波、激波和接触间断波等。交通流宏观模型从宏观角度把交通流类比为可压缩的流体,通过研究“流体”的宏观变量之间的关系和随时间的演化来描述交通的流动^[1,2]。【前人研究进展】1955年,Lighthill与Whitham假设交通流宏观速度始终处于平衡状态并不随时间和空间改变,提出第一个交通流宏观模型。虽然该模型能准确地描述处于平衡态的交通问题,但是却不能够解释远离平衡态的交通相变问题^[3]。于是,Payne在1971年根据微观跟车模型理论推导出交通流双方程宏观模型^[4],其速度方程为

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{c(\rho)}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{V_e - V}{\tau}, \quad (1)$$

其中 ρ 为交通流密度, V 为平均速度, $c(\rho)$ 为声速。方程(1)左边为交通流加速度项,右边第1项为期望项,描述司机对周围环境的反应;右边第2项为驰豫项,描述交通流在驰豫时间 τ 内达到平衡态的过程。Payne模型通过构建速度方程解释发生交通相变的机理。然而进一步理论研究发现Payne模型不能够解释在大于临界密度区域出现时停时走的自组织现象^[5,6],因此一些学者已经提出类Payne模型来解决这一问题,比如引入粘滞项的Kühne's模型、Kerner's模型和吴正模型^[6~10]。1995年,Daganzo指出Payne模型存在类气体行为^[11],为消除类气体行为,一些交通专家学者提出了各种各向异性交通流连续模型,并将这些模型广泛地应用到实际问题中^[12~16]。

近年来,人们一直试图从微观机理出发,利用气体动理学理论建立连续性宏观模型来解释交通流出现的复杂非线性特征。它是一种介观方法,在交通流理论中已经有了很大的发展。1971年,Prigogine最先基于气体动理学理论提出交通流动理学模型^[17]。1975年,Paveri-Fontana假定每一个司机都具有特征期望速度并且在行驶过程中司机的特征期望速度不随时间改变,提出交通流Paveri-Fontana等式^[18]。在Boltzmann方程的基础上,Helbing^[19]考虑慢车不会受到相互作用的影响而改变速度的现象和司机在相互作用中不会改变特征期望速度的问题,得到约化Paveri-Fontana等式

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\rho} v}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial v} \left(\hat{\rho} \frac{\tilde{V}_0(r, v, t) - v}{\tau} \right) = (1 - p) \hat{\rho}(v, r, t) \int_0^\infty d\omega (\omega - v) \hat{\rho}(r, \omega, t), \quad (2)$$

其中约化空间密度

$$\hat{\rho}(v, r, t) := \int d v_0 \hat{\rho}(r, v, v_0, t), \quad (3)$$

平均期望速度

$$\tilde{V}_0(v, r, t) = \int d v_0 v_0 \frac{\hat{\rho}(v, v_0, r, t)}{\hat{\rho}(v, r, t)}, \quad (4)$$

v 为车辆速度, v_0 为司机特征期望速度。方程(2)右边描述由于司机的相互作用而产生的减速过程。本文通过使用Chapman-Enskog方法推导出类Navier-Stokes方程的一阶近似气体动理论交通流方程^[19]。

最近,Méndez等^[20]和Velasco等^[21]提出选择性交通流模型,认为平均期望速度与瞬时速度有如下关系

$$\tilde{V}_0(r, v, t) = w(\rho_e) v, \quad (5)$$

参数 w 可以是密度和平均速度的公式。Méndez等和Velasco等认为司机对环境变化所做出的决定可能是产生“Phantom”交通的原因之一。【本研究切入点】在建构模型时,有必要考虑人的因素。在现实中单个司机期望速度并不是恒定的,而是随着车流密度、瞬时速度、司机的反应驰豫时间及周围环境等变化。【拟解决的关键问题】作者认为单个司机的期望速度正比于对应的瞬时速度,并基于气体动理学方法提出适应性模型,确定模型线性稳定性区域。通过对算例的数值分析,同时与其它连续性模型和交通实测数据的对比,验证该模型的合理性。

1 适应性交通流连续性模型

在利用动理学理论推导交通流气体动理学模型过程中,假定司机的期望速度正比于对应的瞬时速度

$$v_0(r, v, t) = w(\rho_e) v (w(\rho_e) > 1), \quad (6)$$

其中 $w(\rho_e)$ 为常数。根据文献^[19~21],

$$w(\rho_e) = 1 + \frac{\rho_e [1 - \exp(-10\rho_e/\rho_{\max})] \tau V_e(\rho_e)}{\alpha}, \quad (7)$$

在研究平衡态密度 ρ_e 附近的动力学行为时,就可以比较准确地确定参数 $w(\rho_e)$ 。根据等式(6)发现司机期望速度随着局域瞬时速度增大而逐渐增大,这就表明司机具有进取特性。然而司机不可能一直保持这样进取性,否则司机会处于危险的处境。为抑制这种进取特性的长时间行为,本文利用驰豫关系调整司机期望速度随时间的变化率,用 $\hat{\rho} \frac{u_e(\hat{\rho}) - v_0}{\tau}$ 近似表示

$\hat{\rho} \frac{d v_0}{d t}$,这意味着在驰豫时间 τ 内司机的瞬时期望速度达到司机的期望平衡速度,适应周围环境变化,其中 $u_e(\hat{\rho})$ 表示司机的期望平衡速度,即期望交通流能

够达到的平衡速度, 驰豫时间 τ 为司机的瞬时期望速度达到司机的期望平衡速度所需要的时间。相空间的司机平均期望平衡速度表示为系统平均的司机期望平衡速度, 表达式有如下关系

$$V_e(\rho)\rho(r,t) := \int dv_0 u_e(\hat{\rho})\hat{\rho}(r,v_0,t). \quad (8)$$

于是在约化 Paveri-Fontana 等式中, 考虑司机瞬时速度变化 $\hat{\rho} \frac{u_e(\hat{\rho}) - v_0}{\tau}$, 得到了广义 Paveri-Fontana 等式表达

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\rho} v}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial v} \left(\hat{\rho} \frac{V_0 - v}{\tau} \right) + \frac{\partial}{\partial v_0} \left(\hat{\rho} \frac{u_e(\hat{\rho}) - v_0}{\tau} \right) = (1-p)\hat{\rho}(v,r,t) \int_0^\infty d\omega (\omega - v)\hat{\rho}(v,r,t). \quad (9)$$

在推导动理论模型时, 必须注意以下 4 个宏观物理量, 平均密度

$$\rho(r,t) := \int dv \hat{\rho}(r,v,t), \quad (10)$$

平均速度

$$V(r,t) := \int dv v \frac{\hat{\rho}(r,v,t)}{\rho(r,t)}, \quad (11)$$

平均期望速度

$$\tilde{V}_0(v,r,t) = \int dv_0 dv v_0 \frac{\hat{\rho}(v,v_0,r,t)}{\rho(v,r,t)}, \quad (12)$$

速度涨落

$$\Theta(r,t) := \int dv [v - V(r,t)]^2 \frac{\hat{\rho}(v,r,t)}{\rho(r,t)} = \langle v^2 \rangle - [V(r,t)]^2. \quad (13)$$

接下来, 推导交通系统的矩方程。定义

$$m_{k,l} \equiv \rho(r,t) \langle v^k (v_0)^l \rangle := \int dv dv_0 v^k (v_0)^l \hat{\rho}(v, v_0, r, t)$$

和

$$n_{u,v} := \rho(r,t) \langle v^k u_e(\hat{\rho}) \rangle := \int dv dv_0 v^k (u_e(\hat{\rho}))^v \hat{\rho}(r,v,v_0,t), \quad (14)$$

用 v^k 乘以广义 Paveri-Fontana 等式(9), 然后进行分步积分得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} m_{k,0} + \frac{\partial}{\partial r} m_{k+1,0} + \int dv v^k \frac{\partial}{\partial v} \left(\hat{\rho} \frac{v_0 - v}{\tau} \right) + \\ & \frac{1}{w} \int dv v^k \frac{\partial}{\partial v} \left(\hat{\rho} \frac{u_e(\hat{\rho}) - v_0}{\tau} \right) = \frac{\partial}{\partial t} m_{k,0} + \frac{\partial}{\partial r} m_{k+1,0} - \\ & \int dv v^{k-1} \frac{\partial}{\partial v} \left(\hat{\rho} \frac{v_0 - v}{\tau} \right) - \frac{1}{w} \int dv v^{k-1} \frac{\partial}{\partial v} \left(\hat{\rho} \frac{u_e(\hat{\rho}) - v_0}{\tau} \right) = \\ & \frac{\partial}{\partial t} m_{k,0} + \frac{\partial}{\partial r} m_{k+1,0} - \frac{k}{\tau} (m_{k-1,1} - m_{k,0}) - \frac{k}{w\tau} (n_{k-1,1} - \\ & m_{k-1,1}) = (1-P)(m_{1,0} m_{k,0} - m_{k+1,0} m_{0,0}). \end{aligned} \quad (15)$$

根据文献[22], 交通系统的矩方程可以表示为

$$\frac{\partial}{\partial t} m_{k,0} + \frac{\partial}{\partial r} m_{k+1,0} = \frac{k}{\tau} (m_{0,k} - m_{k,0}) - \frac{k}{w\tau} (n_{0,k} - m_{0,k}) + (1-P)(m_{1,0} m_{k,0} - m_{k+1,0} m_{0,0}). \quad (16)$$

这里

$$m_{0,k}(r,t) := \int dv_0 (v_0)^k \hat{\rho}_0(r,v_0,t), \quad (17)$$

$$n_{0,k}(r,t) := \int dv_0 (u_e(\hat{\rho}))^k \hat{\rho}_0(r,v_0,t), \quad (18)$$

其中, 平均密度

$$\rho(r,t) = m_{0,0}(r,t), \quad (19)$$

平均速度

$$V(r,t) = m_{1,0}(r,t)/\rho(r,t). \quad (20)$$

最后, 通过交通系统的矩方程可以得到系统非封闭适应性三方方程组模型:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial \rho V}{\partial r} = 0, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} V + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho \Theta}{\partial x} - (1-p)\rho\Theta + \frac{1}{\tau} (V_0 - \\ & V) + \frac{1}{w\tau} (V_e - wV), \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \Theta + V \frac{\partial \Theta}{\partial x} = -2\Theta \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho \Gamma}{\partial x} + \frac{2}{\tau} (C - \Theta) + \\ & \frac{2}{w\tau} (V_e^2 - (wV)^2) - \frac{2V}{w\tau} (V_e - wV) - (1-p)\rho\Gamma, \end{aligned} \quad (23)$$

其中, 协变量

$$C(r,t) = \int dv (v - V) [\tilde{V}_0(v) - V_0] \frac{\hat{\rho}(v,r,t)}{\rho(r,t)}, \quad (24)$$

三阶中心动量

$$\Gamma(r,t) = \int dv (v - V)^3 \frac{\hat{\rho}(v,r,t)}{\rho(r,t)}, \quad (25)$$

在时空位置 (r,t) 的流量

$$J(r,t) = \int dv (v - V)^3 \hat{\rho}(r,v,t) = \rho(r,t)\Gamma(r,t) \quad (26)$$

为封闭系统方程组, 必须建立系统的本构关系。假设相空间密度与平衡相密度相比涨落非常小, 即

$$\hat{\rho}_{(1)}(r,v,t) \ll \hat{\rho}_{(0)}(r,v,t). \quad (27)$$

对于非平衡交通流, 概率分布为

$$p(r,v,t) := \frac{\hat{\rho}(v,r,t)}{\rho(r,t)}, \quad (28)$$

于是相空间密度可以表示为

$$\hat{\rho}(r,v,t) = \hat{\rho}_{(0)}(r,v,t) + \hat{\rho}_{(1)}(r,v,t), \quad (29)$$

其中

$$\begin{aligned} & \hat{\rho}_{(0)}(r,v,t) := \rho(r,t) P_{(0)}(r,v,t) = \\ & \frac{\rho(r,t)}{\sqrt{2\pi\Theta(r,t)}} \exp(-[v - V(r,t)]^2/2\Theta(r,t)). \end{aligned} \quad (30)$$

根据文献[17]使用的 Chapman-Enskog 方法,得到一阶近似相密度

$$\hat{\rho}_{(1)} = -\tau_0 \left[\frac{\partial v}{\tau w \Theta} (V_e - V) + \frac{1}{\tau w \Theta} \left(\frac{(\partial v)^2}{\Theta} - 1 \right) (V_e^2 - (wV)^2) \right], \quad (31)$$

因此

$$\hat{\rho}(r, v, t) = \hat{\rho}_{(0)} \left\{ 1 - \tau_0 \left[\left(\frac{(\partial v)^3}{2\Theta^2} - \frac{3}{2} \frac{\partial v}{\Theta} \right) \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{\partial v}{\tau w \Theta} (V_e - V) + \frac{1}{\tau w \Theta} \left(\frac{(\partial v)^2}{\Theta} - 1 \right) (V_e^2 - (wV)^2) + \frac{V}{\tau w \Theta} \left(\frac{(\partial v)^2}{\Theta} - 1 \right) (V_e - wV) \right] \right\}, \quad (32)$$

所以流量

$$J(r, t) = \int dv \hat{\rho}_{(1)} (v - V)^3 \quad (33)$$

与动力理论的 Fourier 定理类似,可以近似认为

$$J(r, t) \approx -k_0 \frac{\partial \Theta}{\partial r}. \quad (34)$$

假设

$$V_e^1(\rho, V, \Theta) := V_0 - \tau(1 - P)\rho\Theta, \quad (35)$$

$$\Theta_e = C - \frac{\tau}{2} [1 - p(\rho, V, \Theta)]J, \quad (36)$$

其中 $V_e^1(\rho, V, \Theta)$ 为交通流的平衡速度函数。当交通流处于平衡状态时,认为司机期望速度处于平均期望平衡速度。假定司机平均期望平衡速度与交通流平衡速度相同:

$$V_e(\rho, V, \Theta) = V_e^1(\rho, V, \Theta). \quad (37)$$

同时考虑车辆实际上占据一定空间这一因素。考虑空间尺度效应,车辆占据空间长度为

$$s(V) = l + V\Delta T, \quad (38)$$

这里 l 为平均车长, ΔT 为反应时间。

将系统的本构关系式(34)~(38)对应带入等式(21)~(23)得到系统封闭的适应性三方方程组模型

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho V}{\partial r} = 0, \quad (39)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\tau} (V_e - V) + \frac{1}{w\tau} (V_e - wV), \quad (40)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + V \frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{-2P \partial V}{\rho \partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial J}{\partial x} + \frac{2}{\tau} (\Theta_e - \Theta) + \frac{2}{w\tau} (V_e^2 - (wV)^2) - \frac{2V}{w\tau} (V_e - wV), \quad (41)$$

其中

$$P(r, t) := \frac{\rho\Theta}{1 - \rho s(V(r, t))} + \eta \frac{\partial V}{\partial x},$$

$$\eta := \frac{\eta_0}{1 - \rho s(V(r, t))},$$

$$J(r, t) := -k \frac{\partial \Theta}{\partial x},$$

$$k := \frac{k_0}{1 - \rho s(V(r, t))}.$$

封闭的适应性模型中,等式(39)为连续性方程,描述交通流车辆守恒;方程(40)为速度方程,左边为加速度项,右边第一项可以视为司机的期望项,期望项引入压强 P 来描述车辆的相互作用,而后二项分别表示车流达到平衡态的驰豫过程和司机达到期望速度的驰豫过程;方程(41)是速度涨落的演化方程。由于缺乏期望速度和速度涨落的实测关系,假设

$$V_e := V_0 (\{1 + \exp [(\rho/\rho_{\max} - 0.25)/0.06]\}^{-1} - 3.72 \times 10^{-6}), \quad (42)$$

$$\Theta_e := \Theta_0 (\{1 + \exp [(\rho/\rho_{\max} - 0.25)/0.06]\}^{-1} - 3.72 \times 10^{-6}), \quad (43)$$

其中 ρ_{\max} 为交通流堵塞密度。

2 模型分析

2.1 线性稳定性分析

适应性模型稳定的空间各向同性解为

$$\rho(r, t) = \rho_e, V(r, t) = V_e(\rho_e), \Theta(r, t) = \Theta_e(\rho_e). \quad (44)$$

对平衡状态有小偏离的系统进行稳定性分析得到模型的不稳定区域。系统解

$$\begin{aligned} \rho(r, t) &= \rho_e + \hat{\rho} e^{ikr - \lambda t}, \\ V(r, t) &= V_e + \hat{V} e^{ikr - \lambda t}, \\ \Theta(r, t) &= \Theta_e + \hat{\Theta} e^{ikr - \lambda t}. \end{aligned} \quad (45)$$

将等式(45)带入适应性模型中线性化得到

$$\begin{aligned} (\omega - ikV_e) \{ \omega^2 - [(V_e + \eta_e)ik + (ik)^2/\rho_e - 2/\tau] \omega - (V_e + \eta_e + 1/\tau)ik[(ik)^2/\rho_e - 2/\tau] \} - \\ (3ikV_e + ikV_e\Theta_e)\tau\omega + 3(ikV_e)^2 - \frac{\Theta_e}{\rho_e}(ik)^3 + ik\Theta_e\tau/2 = \\ 0, \end{aligned} \quad (46)$$

其中 $\omega := \lambda - ikV_e, \eta_e = \eta(\rho_e, V_e)$ 。

如果 $Re \omega(\rho_e, k) < 0$, 系统解是不稳定的。由于等式(46)相当复杂,近似地通过数值方法得到等式(46)的根。在数值模拟中,使用如下的特征值作为模型参数^[23]:

$$\tau = 0.5 \text{ min}, V_0 = 120 \text{ km/h}, l = 5 \text{ m}, \rho_{\max} = 200 \text{ vehicle/km}, \Theta_0 = 45 (\text{km/h})^2, \eta_0 = 600 \text{ km/h}, k_0 = 600 \text{ km/h}, \Delta T = 0.75 \text{ s}.$$

通过分析可以得到平衡密度 ρ_e 在 0 vehicle/km 和 200 vehicle/km 范围内,不同波矢 k 下的不稳定区域(见图 1,图中表征平均密度轴的单位刻度为 10 vehicle/km)。Helbing 认为只有在不稳定区域,才能

诱发交通系统出现时停时走现象^[23],然而 Kerner-Konhuser 模型^[5]和 Helbing 交通动理论模型的不稳定区域在高密度下并没有出现。从图 1 可以看出,适应性模型能够解释在中高密度下的时停时走现象,显示模型的适应性特性。

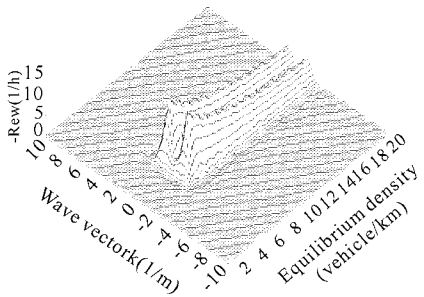


图 1 适应性不稳定性区域

Fig.1 Adaptive instability region

2.2 数值分析

本文利用上海市内环线的武宁路匝道附近交通高峰时的数据^[24],研究主干道上右转车辆的干扰效应,同时将适应性模型与 Helbing 动理学交通模型和吴正模型进行对比。所考虑的路段是上海市中山北路—武宁路高架桥下匝道直行车道,路段长 500 m,等距的分为 10 个网格^[24], $\Delta x = 50$ m,离散时间 $\Delta t = 1$ s。第 8 个网格为交叉口,车流的源项 $S = 0.0024$ vehicle/s,其余的网格源项 S 为 0 vehicle/s。交通灯周期为 90 s,在交通灯由红灯转绿时,所考察的路段上的车辆呈现不均匀分布。初始条件为

$$\begin{cases} \rho(i,0) = \rho_e = 0.035 \text{ vehicle/m}, u(i,0) = 4 \text{ m/s}, & 1 \leq i \leq 5, 8 \leq i \leq 10, \\ \rho(i,0) = 0.24 \text{ vehicle/m}, u(i,0) = 0, & 6 \leq i \leq 7. \end{cases} \quad (47)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \rho(1,n) = 0.035 \text{ vehicle/m}, u(1,n) = 4 \text{ m/s}, \\ \rho(10,n) = \rho(9,n), u(10,n) = u(9,n), \end{cases} \quad (48)$$

畅行速度 $V_0 = 6$ m/s, $\rho_{\max} = 0.24$ vehicle/m, $\tau = 30$ s, 系数 $w(\rho_e) = 1 + [\rho_e(1 - \exp(-10\rho_e/\rho_{\max}))\tau V_e(\rho_e)]/\alpha$ 。其他参数与 2.1 节中相同。平衡速密关系

$$V_e = V_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right), \quad (49)$$

相似地假设平衡速度变量

$$\Theta_e = \Theta_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right), \quad (50)$$

适应性模型的守恒形式为

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \rho V \\ \rho \Theta \end{pmatrix}_t + \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho V^2 + P \\ \rho V \Theta + J \end{pmatrix}_x =$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\rho}{\tau}(V_0 - V) + \frac{\rho}{w\tau}(V_e - wV) \\ -2P \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{2\rho}{\tau}(\Theta_e - \Theta) + \frac{2\rho}{w\tau}(V_e^2 - (wV)^2) - \frac{2\rho V}{w\tau}(V_e - wV) \end{pmatrix}. \quad (51)$$

将适应性模型的守恒形式写成统一矢量方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = s(u), \quad (52)$$

离散形式采用迎风格式:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}(F_i^n - F_{i-1}^n) + \Delta t * s(u), \quad (53)$$

其中流项和源项中的 $\frac{\partial V}{\partial x}$ 采用向前迎风差分格式,

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta x}, \quad (54)$$

其中 i, n 分别表示空间步和时间步。在使用 Helbing 动理论交通模型进行数值模拟时,使用与本文相同的模型参数值、平衡速密关系以及数值离散方式。

图 2 是在绿灯周期内, $S = 0.0024$ vehicle/s, 系数 w 等式中常数 α 分别为 100, 0.1 时,适应性模型第 6 单元流量变化曲线。当常数 α 为 100 时,系数 w 值比较小,司机的期望速度变化缓慢,说明司机的敏感性差。反之,常数 α 为 0.1 时,系数值 w 比较大,司机的期望速度变化剧烈,说明司机的敏感性好。当常数 α 为 0.1 时,适应性模型的流量变化曲线与 Helbing 动理学交通模型吻合,更接近文献^[24]的实测数据。在 $t = 20$ s 时适应性模型流量达到最大值,其最大值比吴正模型大;在 $t = 70$ s 以后几乎不变,在绿灯结束时数值比吴正模型小。

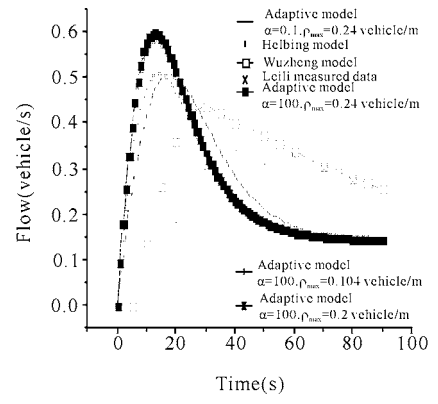


图 2 在 $S = 0.0024$ 时模型中第 6 网格的流量随时间变化关系

Fig.2 Time variation of flow at the 6th grid in comparing model with $S = 0.0024$

但是 ρ_{\max} 对计算的结果有很大的影响,利用 Helbing 的实测数据 $\rho_{\max} = 0.104$ 和 0.2 vehicle/m 进行计算,我们发现当 $\rho_{\max} = 0.2$ vehicle/m 时与 $\rho_{\max} = 0.24$ vehicle/m 重合,当 $\rho_{\max} = 0.104$ vehicle/m 时

就接近实测数据的峰值。图3给出常数 α 为0.1时,不同第8单元源项数值情况下绿灯周期结束时各单元的密度分布情况。本文发现在 $S=0.0024$ vehicle/s时适应性模型的第6单元密度比吴正模型低,这说明适应性模型能够使拥挤较快地消散,同时能够解释适应性模型在较短时间内达到较高最大值的原因。在相同源项时,适应性模型的第8~10单元密度比吴正模型的低,表明适应性模型能够很好地描述拥挤的消散过程。通过不同源项情况下第8~10单元的密度比较发现,适应性模型能够体现右转车流的“挤压”效应。随着挤压效应的增大,交通状况呈现愈加恶化的趋势。

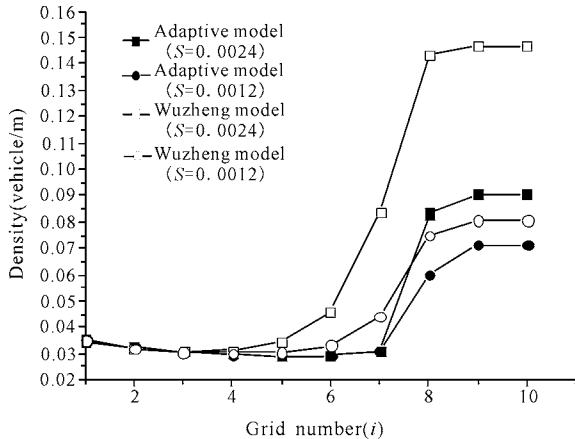


图3 绿灯周期结束时各单元的密度分布

Fig. 3 Distribution of density at each grid at the end of green cycle

3 结论

复杂的交通系统中考虑人的主动行为是非常有必要的。而司机的期望速度可以根据周围的环境进行调整,其瞬时期望速度能够在驰豫时间内达到司机平均期望平衡速度,体现了对环境的适应性。在广义Paveri-Fantana等式中考虑司机期望速度随时间变化,引入适应性公式来近似表达司机期望速度随时间的变化率,通过距方程和Chapman-Enskog方法导出封闭的适应性交通流宏观模型。在推导适应性模型过程中,假设了瞬时司机期望流达到司机期望平衡流的驰豫时间与交通流达到平衡状态的驰豫时间相等,适应性模型使用系数 ω 调节着司机达到期望速度的驰豫过程。

通过线性稳定性分析,发现适应性交通流模型能过解释在中高密度下的时停时走交通问题,同时显示模型的自适应特性。通过与上海市内环线的武宁路匝道附近的交通实测数据以及与Helbing动理学交

通模型及吴正模型模拟对比,验证了适应性交通模型,它可以描述交通堵塞的消散过程,反映右转车流的“挤压”效应。

参考文献:

- [1] 戴世强,冯苏菁,顾国庆. 交通动力学:它的内容,方法和意义[J]. 自然杂志,1997,19(4):196-201.
Dai S Q, Feng S W, Gu G Q. Dynamics of traffic flow: Its content, methodology and meaning[J]. Nature Magazine, 1997, 19(4): 196-201.
- [2] 戴世强,薛郁. 交通流建模与模拟研究[C]//唐孝威,张训生,陆坤权. 交通流与颗粒流. 杭州:浙江大学出版社, 2004:66-124.
Dai S Q, Xue Y. Investigation on modeling and simulation for traffic flow[C]//Tang X W, Zhang X S, Lu K Q(eds). Traffic and Granular Flow. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2004:66-124.
- [3] Lighthill M J, Whitham J B. On Kinematic Waves. I: Flow movement in long rivers; II: A theory of traffic flow on long crowded roads[J]. Proc Royal Soc A, 1955, 229:281-345.
- [4] Payne H J. FREFLO: A macroscopic simulation model of freeway traffic[J]. Transpn Res Rec, 1979, 772: 68-75.
- [5] Kerner B S, Konhäuser P. Cluster effect in initially homogeneous traffic flow[J]. Phys Rev E, 1993, 48: 2335-2338.
- [6] Kerner B S, Konhäuser P. Structure and parameters of clusters in traffic flow[J]. Phys Rev E, 1994, 50: 54-83.
- [7] Kühne R D. Macroscopic freeway model for dense traffic stop start waves and incident detection[C]//Proceedings the Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory. Delft, the Netherlands, 1984: 21-42.
- [8] Helbing D. Fundamentals of traffic flow[J]. Phys Rev E, 1997, 55: 3735-3738.
- [9] Zhang H M. Driver memory, traffic viscosity and a viscous vehicular traffic flow model[J]. Transportation Research Part B, 2003, 37(1): 27-41.
- [10] 吴正. 低速混合型城市交通的流体动力学模型[J]. 力学学报, 1994, 26(2): 149-157.
Wu Z. A fluid dynamics model for the low speed traffic system[J]. Acta Mechnaica Sinica, 1994, 26(2): 149-157.
- [11] Daganzo C F. Requiem for second-order approximations of traffic flow[J]. Transportation Review B, 1995, 29(4): 277-286.

(下转第 394 页 Continue on page 394)

Its Applications, 2001, 292(1): 545-554.

[12] Fukui M, Ishibashi Y. Self-organized phase transitions in cellular automaton models for pedestrians[J]. Journal of the Physical Society of Japan, 1999, 68(8): 2861-2863.

[13] Takimoto K, Tajima Y, Nagatani T. Effect of partition line on jamming transition in pedestrian counter flow [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2002, 308(1): 460-470.

[14] Burstedde C, Klauck K, Schadschneider A, et al. Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2001, 295(3-4): 507-525.

[15] Kirchner A, Schadschneider A. Simulation of evacuation processes using a bionics-inspired cellular automaton model for pedestrian dynamics[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2002, 312(1-2): 260-276.

[16] Yue H, Hao H, Chen X, et al. Simulation of pedestrian flow on square lattice based on cellular automata model [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2007, 384(2): 567-588.

[17] 岳昊, 邵春福, 陈晓明, 等. 基于元胞自动机的对向行人交通流仿真研究[J]. 物理学报, 2008, 57(11): 6901. Yue H, Shao C F, Chen X M, et al. Simulation of bi-directional pedestrian flow based on cellular automata model[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(11): 6901.

[18] 周金旺, 陈秀丽, 周建槐, 等. 一种改进的多速双向行人

流元胞自动机模型[J]. 物理学报, 2009, 58(4): 2281. Zhou J W, Chen X L, Zhou J H, et al. An improved cellular automaton model simulation of pedestrian counter flow with variety velocities [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(4): 2281.

[19] 周金旺, 邝华. 成对行为对行人疏散动力学的影响研究[J]. 物理学报, 2009, 58(5): 3001. Zhou J W, Kuang H. Paired behavior effect on pedestrian evacuation dynamics [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(5): 3001.

[20] 谢积鉴, 薛郁. 通过博弈的室内行人疏散动力学研究 [J]. 物理学报, 2012, 61(19): 194502. Xie J J, Xue Y. Research on the dynamics of indoor pedestrian evacuation via game [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(19): 194502.

[21] Tian H H, Dong L Y, Xue Y. Influence of the exits' configuration on evacuation process in a room without obstacle [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2015, 420: 164-178.

[22] Xu Y, Huang H J, Tian L J. Simulation of Exit Choosing in Pedestrian Evacuation Using a Cellular Automaton Model Based on Surrounding Pedestrian Density [C]. 2011 Fourth International Joint Conference on Computational Sciences and Optimization, 2011: 1109-1112.

(责任编辑:尹 闯)

(上接第 387 页 Continue from page 387)

[12] Aw A, Rascle M. Resurrection of "second order" models of traffic flow [J]. SIAM Journal on Applied mathematics, 2000, 60(3): 916-938.

[13] Zhang H M. A non-equilibrium traffic model devoid of gas-like behavior [J]. Transpsn Res B, 2002, 36(3): 275-290.

[14] Jiang R, Wu Q S, Zhu Z J. A new continuum model for traffic flow and numerical tests [J]. Transp Res B, 2002, 36(5): 405-419.

[15] Xue Y, Dai Q. Continuum traffic model with the consideration of two delay time scales [J]. Phys Rev E, 2003, 68(6): 066123-066129.

[16] Wei Y F, Guo S L, Xue Y. Empirical verification of anisotropic hydrodynamic traffic model in traffic analysis at intersections in urban area [J]. Journal of Hydrodynamics Ser B, 2007, 19(2): 230-235.

[17] Prigogine I, Herman R, Chaiken J. Kinetic theory of vehicular traffic [J]. Physics Today, 1972. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3070729>.

[18] Paveri-Fontana S L. On Boltzmann like treatments for traffic flow [J]. Transp Res, 1975, 9(4): 225-235.

[19] Helbing D. Gas-kinetic derivation of Navier-Stokes-like

traffic equations [J]. Phys Rev E, 1996, 53(3): 2366-2382.

[20] Méndez A R, Velasco R M. An alternative model in traffic flow equations [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2008, 42(9): 782-797.

[21] Velasco R M, Marques, Jr W. Navier-Stokes-like equations for traffic flow [J]. Phys Rev E, 2005, 72(2): 046102-046112.

[22] Paveri-Fontana S L, Zweifel P F. Application of the closure relation in transport theory [J]. Transport Theory and Statistical Physics, 1987, 16(8): 1095-1172.

[23] Helbing D. Improved fluid-dynamic model for vehicular traffic [J]. Phys Rev E, 1995, 51(4): 3164-3169.

[24] 戴世强, 雷丽, 董力耘. 高架路匝道附近的交叉口交通流分析 [J]. 力学学报, 2003, 35(5): 513-517. Dai S Q, Lei L, Dong L Y. Analysis of traffic flow at intersections near ramps overhanging freeways [J]. Acta Mechnaica Sinica, 2003, 35(5): 513-517.

(责任编辑:米慧芝)