

## 三重对称光子晶体表面波的研究\*

# Research on Surface Waves of Triply-symmetric Photonic Crystals

卢强华<sup>1</sup>,刘 瑶<sup>1</sup>,邱鸿广<sup>1</sup>,黄创高<sup>1,2</sup>,高英俊<sup>1,2\*\*</sup>

LU Qiang-hua<sup>1</sup>,LIU Yao<sup>1</sup>,QIU Hong-guang<sup>1</sup>,HUANG Chuang-gao<sup>1,2</sup>,GAO Ying-jun<sup>1,2</sup>

(1. 广西大学物理科学与工程技术学院,广西南宁 530004;2. 广西大学广西有色金属及特色材料加工重点实验室,广西南宁 530004)

(1. College of Physics Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Guangxi Key Laboratory for Non-ferrous Metal and Featured Materials, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

**摘要:**【目的】推导三层对称膜(ABA)<sub>n</sub>结构可以等效为一层膜的情况。【方法】通过 MATLAB 编程模拟得到了共振吸收峰,并通过改变组成光子晶体的材料的介电参数,分析了其对表面波的影响。【结果】给出等效光导纳和等效相厚度的公式,并讨论三层对称结构的表面波存在的色散关系。【结论】当 A, B 层均为正折射率材料时, (ABA)<sub>n</sub>型光子晶体能带和禁带的位置和宽度随  $n_B/n_A$  的比值而改变,且共振吸收峰的数目及位置也同样随之而改变。

**关键词:**光子晶体 表面模 传输矩阵法 共振吸收光谱

**中图分类号:** TG111.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2014)03-0231-05

**Abstract:**【Objective】Surface waves of triply-symmetric mode (ABA)<sub>n</sub> structural photonic crystals are studied.【Methods】The resonance absorption spectra of photonic crystal materials are obtained with the help of MATLAB method, and various dielectric parameters are adapted to analyze their influence on surface waves.【Results】The formulas of equivalent light admittance and phase thickness are deduced, and the dispersion relation with the surface waves of the triply-symmetric structure are discussed.【Conclusion】When both layers A and B are positive index material, the positions and widths of the permitted/forbidden band of (ABA)<sub>n</sub> photonic crystals, as well as the numbers of resonance peaks, are varied with the value of  $n_B/n_A$ .

**Key words:** photonic crystals, surface modes, transferred matrix method, resonance absorption spectrum

收稿日期:2014-04-24

作者简介:卢强华(1963-),男,副教授,主要从事光电子材料与计算模拟实验研究。

\* 国家自然科学基金项目(51161003)和(50661001),广西自然科学基金重点项目(2012GXNSFDA053001),广西大学广西有色金属及特色材料加工重点实验室开放基金(GXKFJ12-01)及广西大学科研基金项目(XJZ110611)资助。

\*\* 通讯作者:高英俊(1962-),男,教授,博士生导师,主要从事新材料设计与计算机模拟实验研究。

【研究意义】1987年 Yablonvitch<sup>[1]</sup>和 John<sup>[2]</sup>各自独立提出光子晶体的概念,它是根据传统的晶体概念类比而来。由于光子晶体中光子带隙的存在,产生了许多崭新的物理性质,也带来了广阔的应用前景。表面等离子体共振是一种物理光学现象,它利用光在玻璃界面处发生全内反射时的消逝波,使得金属表面自由电子产生表面等离子体子。【前人研究进展】自从 Lied-berg 等<sup>[3~6]</sup>将表面等离子共振技术应用于化学传感器研究领域以来,表面等离子体共振传感器成

为国际传感器领域的研究热点。1960年, Stern等<sup>[7]</sup>研究了此种模式产生共振的条件, 并首次提出表面等离子体的概念。表面等离子体是指金属表面沿着金属和介质界面传播的电子疏密波。表面等离子体, (surface Plasmon polaritons, SPPs), 是局域在金属表面的一种由自由电子和光子相互作用形成的混合激发态<sup>[8]</sup>。在这种相互作用中, 自由电子在与其共振频率相同的光波照射下发生集体振荡。这种表面电荷振荡与光波电磁场之间的相互作用就构成了具有独特性质的表面模。光子晶体表面模是电磁表面波的一种模式, 它沿着两种介质的分界面传播, 而在垂直于界面方向则以指数形式向两侧的介质内衰减<sup>[9]</sup>。通常表面模存在于金属或过密等离子体与其它介质分界面上。通过改变光子晶体周期结构, 表面等离子体激元的性质, 特别是其与光的相互作用都随之变化<sup>[10]</sup>。由于表面模的特殊性质, 使得它具有广泛的应用<sup>[11,12]</sup>。光子晶体的最基本特性是具有类似于电子半导体能带结构中的禁带——通常称为光子禁带, 频率落在禁带中的光被禁止传播<sup>[13,14]</sup>。对表面模现象的研究是从20世纪50年代开始, 主要是对介质和金属表面产生的表面模进行研究。由于实验技术的进步, 使得光子晶体在制备上实现了突破, 人们研究更多的是光子晶体量子阱效应<sup>[15,16]</sup>。【本研究切入点】对光子晶体表面模研究, 在国内还很少。课题组已经对一维光子晶体的能带特性进行了很多的研究, 并发表了多篇论文成果<sup>[17~19]</sup>。【拟解决的关键问题】本文在此基础上, 将进一步研究一维光子晶体中的TE表面波, 研究相关的结构参数对表面波的具体影响。

## 1 理论模型与计算方法

主要考虑一维光子晶体(ABA)<sub>n</sub>模型三层对称结构单元组成的周期性对称膜系光子晶体, 由于在数学上可以把周期性对称膜系等效为一层看待, 讨论的单层膜的特征矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} \cos\delta & \frac{i}{\eta} \sin\delta \\ i\eta \sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (1)$$

对于无吸收介质,  $m_{11}$  和  $m_{22}$  为实数,  $m_{12}$  和  $m_{21}$  为纯虚数, 而且  $m_{11} = m_{22}$ 。矩阵的行列式等于1, 即

$$m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21} = 1 \quad (2)$$

而一个多层膜的特征矩阵是各个单层膜特征矩阵的连乘积

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_K = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (3)$$

对于大多数情况而言, 上式中因为  $M_{11}$  不等于  $M_{22}$ , 因此不能和一个单层膜等效。例如两层膜组合, 特征矩阵的乘积可以表示为:  $PQ = M$ , 即

$$\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其乘积矩阵的各个元素为

$$\begin{aligned} m_{11} &= p_{11}q_{11} + p_{12}q_{21}, \\ m_{12} &= p_{11}q_{12} + p_{12}q_{22}, \\ m_{21} &= p_{21}q_{11} + p_{22}q_{21}, \\ m_{22} &= p_{21}q_{12} + p_{22}q_{22}. \end{aligned} \quad (5)$$

由于  $m_{11}$  和  $m_{22}$  不相等, 因此不能用一单层膜替代。但是对于以中间一层为中心, 两边对称安置的多层膜, 却具有单层膜特征矩阵的所有特点, 在数学上称为等效层。

以对称膜系( $pqp$ )为例, 说明对称膜系在数学上存在一个等效层的概念。这个对称膜系的特征矩阵为

$$M_{pqp} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta_p & \frac{i}{\eta_p} \sin\delta_p \\ i\eta_p \sin\delta_p & \cos\delta_p \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \cos\delta_q & \frac{i}{\eta_q} \sin\delta_q \\ i\eta_q \sin\delta_q & \cos\delta_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\delta_p & \frac{i}{\eta_p} \sin\delta_p \\ i\eta_p \sin\delta_p & \cos\delta_p \end{bmatrix}.$$

作矩阵相乘计算得到的结果

$$M_{11} = M_{22} = \cos 2\delta_p \cos \delta_q - \frac{1}{2} \left( \frac{\eta_p}{\eta_q} + \frac{\eta_q}{\eta_p} \right) \sin 2\delta_p \sin \delta_q \quad (6)$$

由于这个结果成立, 对称膜系的特征矩阵和单层膜的特征矩阵具有相同的性质, 可以假定以相似的形式来表示:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\delta_e & \frac{i}{\eta_e} \sin\delta_e \\ i\eta_e \sin\delta_e & \cos\delta_e \end{bmatrix} \quad (7)$$

因此, 它可以用一层特殊的等效单层膜来描述, 这层等效膜的折射率  $\eta_e$  和位相厚度  $\delta_e$ 。由下面关系式决定:

$$M_{11} = M_{22} = \cos \delta_e, \quad (8)$$

$$M_{12} = \frac{i}{\eta_e} \sin\delta_e, M_{21} = i\eta_e \sin\delta_e. \quad (9)$$

得到

$$\delta_e = \cos^{-1} M_{11}, \eta_e = \sqrt{\frac{M_{21}}{M_{12}}}. \quad (10)$$

把(7)式,(8)式,(9)式代入(10)式, 得到以下结果:

$$\cos\delta_e = \cos 2\delta_p \cos \delta_q - \frac{1}{2} \left( \frac{\eta_p}{\eta_q} + \frac{\eta_q}{\eta_p} \right) \sin 2\delta_p \sin \delta_q$$

$$\frac{\eta_p}{\eta_p} \sin 2\delta_p \sin \delta_q, \quad (11)$$

$$\eta_c = \frac{\eta_p}{\sin(\delta_c)} \left[ \sin(2\delta_p) \cos(\delta_q) + \frac{1}{2} \left( \frac{\eta_p}{\eta_q} + \right. \right.$$

$$\left. \frac{\eta_q}{\eta_p} \right) \cos(2\delta_p) \sin(\delta_q) - \frac{1}{2} \left( \frac{\eta_p}{\eta_q} - \frac{\eta_q}{\eta_p} \right) \sin(\delta_q) \right]. \quad (12)$$

通过式子(11),(12)就可以计算得到三层对称膜的等效相厚度  $\delta_c$  和等效光导纳  $\eta_c$ 。

## 2 结果与分析

在如图 1 所示的对称膜系一维光子晶体结构中,分别选取 A 层膜材料的折射率为  $n_A = 1.46$ , B 层膜材料的折射率为  $n_B = 2.22$ , A 层膜和 B 层膜的光学厚度分别为  $2n_A d_A = n_B d_B = \lambda_0/4$ , 其中  $\lambda_0 = 1200\text{nm}$ , 光子晶体一个周期的物理厚度为  $D = 2d_A + d_B$ 。选取对称膜的周期数  $n = 5$ 。选择三层对称结构光子晶体,是因为在第 1 节中推导了三层对称结构可以等效为一层的情况,便于计算,能比较直观的了解此类光子晶体的一些特殊性质。

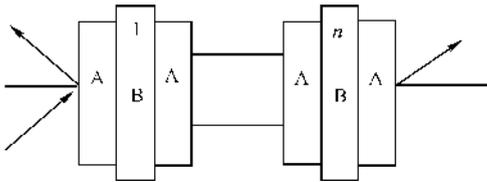


图 1 对称一维光子晶体示意图

Fig. 1 Scheme of symmetric 1-dimensional PhCs

### 2.1 TE 波和 TM 波色散关系

讨论 TE 波的色散关系(下面的内容都是以 TE 波为例),图 2 中暗区为光子晶体的能带,粗虚线、细虚线分别为真空中的色散关系和光子晶体满足的表面模色散关系,曲线应用 MATLAB,编程计算得出。图 2 结果显示,对频率为  $\omega$ 、波矢的  $y$  分量  $k_y$  的 TE 波,入射到光子晶体  $(ABA)_n$  中时,能看到某些频率的光波能通过(暗区),而某些频率的光波被禁止透过光子晶体(白区)。还可以看到,光子晶体的色散曲线与能满足光子晶体产生表面模的色散关系有相交。说明当入射光波的波矢和光子晶体产生表面膜的波矢刚好匹配时,就可以在光子晶体的表面产生表面模,即光波和光子晶体产生共振使得全部或部分光波与光子晶体耦合在光子晶体的表面。

### 2.2 对称膜系的等效导纳和等效相厚度

ABA 对称结构单元的膜系在数学上可以等效为一层膜的情况,得到等效导纳和等效相厚度如图 3 所示。从图 3 中可以看到有些区域波段的等效导纳和等效相厚度为零,这些波段就相应于对称膜系的禁带

(截止带)。等效光学导纳和等效相厚度是相应变化的,主要原因是考虑光的入射角度为  $0 \sim 90^\circ$ 。

### 2.3 $(ABA)_n$ 模型的表面波产生分析

把等效导纳和等效相厚度代入可以得到产生表面模的条件——产生光子晶体表面模的色散关系。当入射光波的波矢满足此条件时,就有可能在光子晶体的表面观察到表面模的产生。先理论计算表面模的产生,然后再通过实验观察。通过 MATLAB 数值模拟了  $(ABA)_n$  模型界面系统的反射谱(即 ATR 光谱)。分别选取 A 层膜材料的介电常数为  $\epsilon_A = 6.5$ , B 层膜材料的介电常数为  $\epsilon_B = 1.4$ , A 层膜和 B 层膜的厚度分别为  $d_A = 740\text{nm}$ ,  $d_B = 1260\text{nm}$ , 选取对称膜的周期数  $n = 5$ 。当选取的入射光波频率分别为  $\omega/\omega_0 = 0.93, 0.98, 1.03, 1.08, 1.13, 1.18$  时,在  $\omega/\omega_0 = 0.93$  的图像中可以观察到一个共振吸收峰,而分别在  $\omega/\omega_0 = 0.98, 1.03, 1.08, 1.13, 1.18$  的图像中都观察到了 2 个共振吸收峰(图 4)。

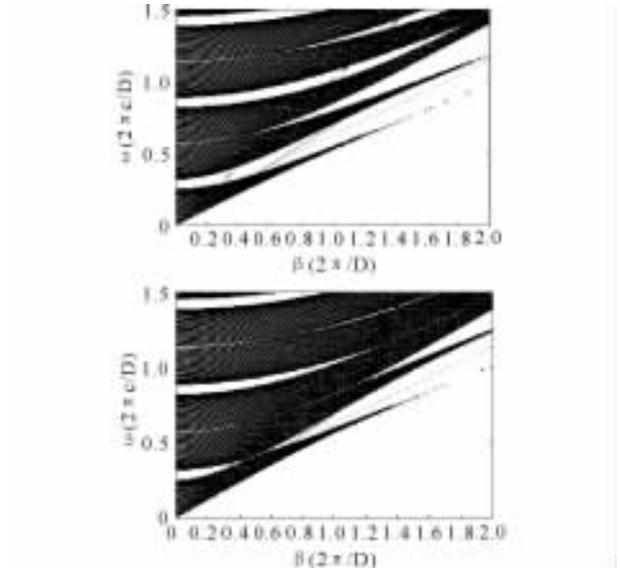


图 2 光子晶体  $(ABA)_n$  的 TE, TM 波色散关系

Fig. 2 The TE, TM dispersion relation of  $(ABA)_n$  PhCs.

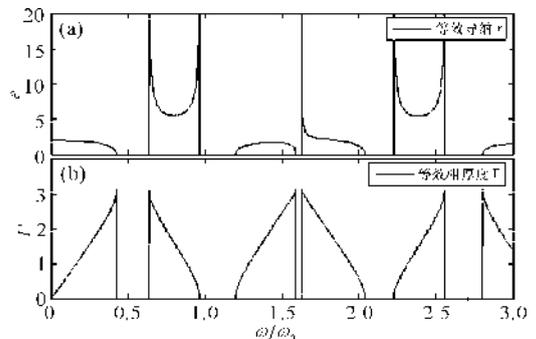


图 3 ABA 等效导纳(a)和等效相厚(b)

Fig. 3 The equivalent light admittance (a) and phase thickness (b) of ABA structural PhCs

详细分析图 4 中  $\omega/\omega_0 = 0.93$  的情况。本文研究的表面波,即通常所说的等离子体激元(Surface Plasmon Polaritons, SPPs),是沿着两种介质的分界面传播的电磁波,并且在垂直于分界面的上下两侧,表面波的振幅随距离的增加按指数级衰减,在很短的距离内即衰减至零。当一束光从空气入射到  $(ABA)_n$  型光子晶体的表面,光波有一部分透射进入光子晶体,另一部分反射。调节入射光的入射角,可以看到光的反射强度随着入射角度的变化。在入射光的波矢与表面波的波矢匹配的时候,可以观察到在这个角度的反射率急剧下降,此时入射光和  $(ABA)_n$  型光子晶体发生了共振,使得入射光耦合为表面波在两种介质的界面处传播。当入射光波的入射角度  $\theta = 44.5^\circ$  时,看到反射率急剧下降,此时的反射率  $R = 3.298e^{-5}$ ,几乎为零,这时符合产生表面波所描述的现象。在实验中,通过测量反射强度来确定表面波的存在,用到 ATR-SPW 实验装置(图 5)观察。图中

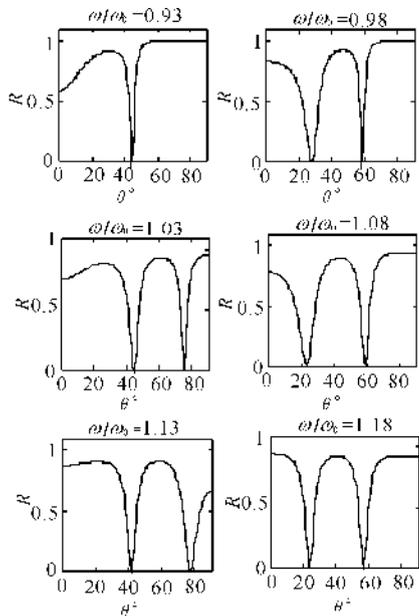


图 4 不同频率下的共振吸收峰光谱

Fig. 4 Resonance absorption peaks at various frequencies

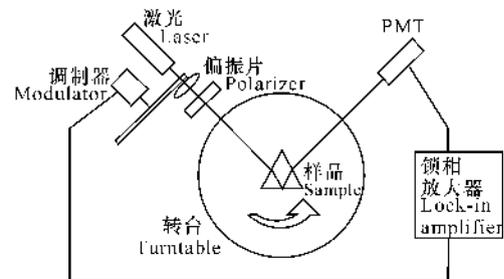


图 5 表面等离子激元法测试系统示意图

Fig. 5 Experimental schematic of ATR-SPW for surface wave of plasmons

光波通过偏振片变成偏振光束,从棱镜入射到样品上。转动转台使得测量到的反射光在某一角度急剧下降。

## 2.4 介质参数对 $(ABA)_n$ 光子晶体表面模的影响

改变组成光子晶体的 A 层、B 层的材料折射率,首先使 A 层膜折射率  $n_A = 1.46$  不变, B 层膜折射率分别为  $n_B = 2.22, 2.82, 3.24, 3.84, 4.57, 5.62$  时,可见  $(ABA)_n$  型光子晶体能带和禁带的位置和宽度随之改变,表面波色散关系曲线的斜率也随之改变,但是表面波的色散关系和  $(ABA)_n$  型的光子晶体色散关系总会有相交的地方。这些波段即为能产生表面波的波段。还可以发现随着 B 层材料折射率的增大,禁带范围明显的变宽了。这也符合垂直入射的情况。

选取  $n_A = 1.46, n_B = 4.57$  的情况,观察不同频率的入射波在不同入射角度下产生的全反射光谱(图 6)。当入射的频率分别为  $\omega/\omega_0 = 1.19, 1.39, 2.57, 5.49$  时,可以发现在  $\omega/\omega_0 = 1.19$  图像中产生了 3 个共振吸收峰,  $\omega/\omega_0 = 1.39$  时为一个共振吸收峰。  $\omega/\omega_0 = 2.57$  时产生了 4 个共振吸收峰。而在  $\omega/\omega_0 = 5.49$  情况下,发现产生的共振吸收峰在 2 个角度区域,相隔的距离与其他 3 张图像不同,有比较明显的区域性。

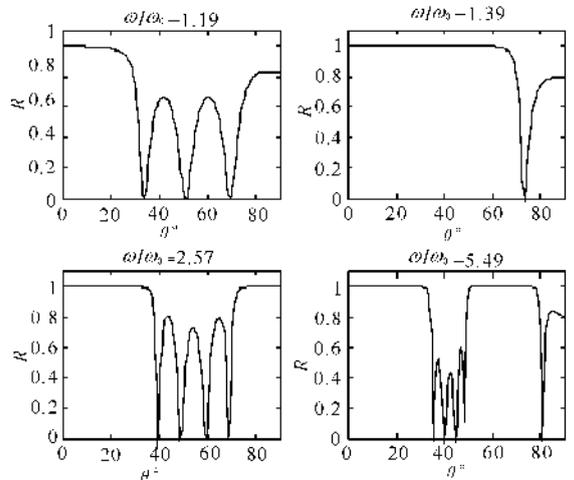


图 6  $n_A = 1.46, n_B = 4.57$  时光子晶体 ATR 光谱

Fig. 6 ATR spectra of PhCs with  $n_A = 1.46, n_B = 4.57$

## 3 结论

本文推导了三层对称膜结构可以等效为一层膜的情况,给出了等效光导纳和等效相厚度的公式,然后讨论三层对称结构的表面波存在的色散关系。通过 MATLAB 编程模拟得到了共振吸收峰,并通过改变组成光子晶体的材料的介质参数,分析了其对表面

波的影响,得出了下面的结论:

在(ABA)<sub>n</sub>结构模型中,当介质层 A 和 B 都为正折射率介质时,随着两种材料折射率比值的增大,可以明显的看到能带和禁带的位置变化,出现在能带中夹着禁带,在禁带中夹着能带的情况,还可以看出能带区域越来越小,禁带区域越来越宽的情况。这个特性可用于稍微宽带的光滤波,且共振吸收峰的个数及其位置区域也随之改变。

#### 参考文献:

[1] Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(20):2059.

[2] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23):2486.

[3] Liedberg B, Nylander C, Lundstr I. Surface plasmon resonance for gas detection and biosensing[J]. Sensors and Actuators, 1983, 4:299-304.

[4] Liedberg B, Nylander C, Lundstr I. Biosensing with surface plasmon resonance—how it all started[J]. Biosensors and Bioelectronics, 1995, 10(8):12-18.

[5] Nylander C, Liedberg B, Lind T. Gas detection by means of surface plasmon resonance[J]. Sensors and Actuators, 1982, 3:79-88.

[6] Powell C J, Swan J B. Origin of the characteristic electron energy losses in magnesium[J]. Phys Rev, 1959, 116(1):81.

[7] Stern E A, Ferrell R A. Surface plasma oscillations of a degenerate electron gas[J]. Physical Review, 1960, 120(1):130.

[8] Homola J. Present and future of surface plasmon resonance biosensors[J]. Analytical and Bioanalytical Chemistry, 2003, 377(3):528-539.

[9] Lippa P B, Sokoll L J, Chan D W. Immunosensors—principles and applications to clinical chemistry[J]. Clinica Chimica Acta, 2001, 314(1-2):1-26.

[10] Green R J, Frazier R A, Shakesheff K M, et al. Surface plasmon resonance analysis of dynamic biological interactions with biomaterials [J]. Biomaterials, 2000, 21(18):1823-1835.

[11] Koo T, Chan S, Berlin A. Single-molecule detection of biomolecules by surface-enhanced coherent anti-Stokes Raman scattering [J]. Optics Letters, 2005, 30(9):1024-1026.

[12] Okamoto K, Niki I, Shvartser A, et al. Surface-plasmon-enhanced light emitters based on in GaN quantum wells[J]. Nat Mater, 2004, 3(9):601-605.

[13] John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices[J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23):2486.

[14] Gaspar-Armenta J A, Villa F, Lez-Rs T. Surface waves in finite one-dimensional photonic crystals: mode coupling[J]. Optics Communications, 2003, 216(4-6):379-384.

[15] Qiao F, Zhang C, Wan J, et al. Photonic quantum-well structures: multiple channeled filtering phenomena[J]. Applied Physics Letters, 2000, 77(23):3698-3700.

[16] Yano S, Segawa Y, Bae J S, et al. Quantized state in a single quantum well structure of photonic crystals[J]. Physical Review B, 2001, 63(15):153316.

[17] Lu Q H, Gao Y J, Jiao M N. Transmission spectra of quantum-well structured photonic crystals with positive or negative-refractive index materials[J]. Materials Science Forum, 2011, 663-665:191-194.

[18] Lu Q H, Gao Y J, Su A. Studying the quantum-well structural photonic crystal with odd-number channeled-filtering phenomena [J]. Materials Science Forum, 2011, 663-665:1321-1324.

[19] Lu Q H, Gao Y J, Xu J Y. Plane waveguide in 3-layers symmetric metal-LHM-metal[J]. Advanced Materials Research, 2013, 631-632:377-382.

(责任编辑:尹 闯)