

决策粗糙集风险偏好模型的改进

Improved Risk Preference Model Based on DTRS

梁 薇

LIANG Wei

(广西水利电力职业技术学院公共基础部,广西南宁 530023)

(Guangxi Vocational College of Water Resources and Electric Power, Nanning, Guangxi, 530023, China)

摘要:决策粗糙集(DTRS)通过引入 Bayes 风险决策理论和三枝决策语义,为不确定知识的获取提供了更可靠的理论依据和语义解释.决策粗糙集的风险偏好模型进一步考虑到决策者的不同风险偏好,使得模型更加贴近实际决策问题.然而,决策粗糙集的风险偏好模型在参数取值范围上有待进一步精确,模型有待进一步完善.提出了一个更准确的决策粗糙集风险偏好模型,并利用 UCI 的信用卡审批数据集进行验证.结果表明,信用评估结果有效且与决策者的风险态度一致.

关键词:决策粗糙集 风险偏好 二枝决策 三枝决策

中图分类号:F803.5,TP399 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-9164(2014)02-0183-04

Abstract:By bringing in Bayesian decision procedure and three-way decisions,decision-theoretic rough set (DTRS) provided more reliable theoretical basis and semantic interpretation for acquisition of uncertain knowledge. The risk preference model based on DTRS gave a further consideration on the decision maker's different risk preference, which made the model more suitable for the practical decision making problems. However, the range of values of a parameter in the risk preference model needed to be more accurate. This study proposed a new risk preference model in which the range of values of the parameter was more accurate. This study also took the Credit Approval dataset form UCI to demonstrate the proposed model. The output is not only effective but also in line with the decision makers' risk attitude.

Key words: decision-theoretic rough set, risk preference, two-way decisions, three-way decisions

粗糙集理论^[1]是波兰数学家 Pawlak 1982 年提出的一种用于不完全数据分析的数学方法.由于经典粗糙集模型对规则的分类没有容错性,所以在该模型中引进粗糙隶属度和概率阈值时,出现了多种概率粗糙集模型.在此背景下 Yao 等^[2,3]又提出了决策粗糙集模型,其主要思想是根据用户给出的风险代价值和最小风险原则确定出概率阈值.

风险偏好模型^[4]是在决策粗糙集模型的基础上,针对不同风险偏好的决策者给出的不同风险代价值、

乐观决策、悲观决策与中性决策时提出的多层决策模型,为不同风险偏好的决策者提供决策依据.但是,该模型仍存在不足之处,有待进一步完善.本文提出一种改进的决策粗糙集风险偏好模型,并通过实例验证改进模型的有效性.

1 粗糙集理论

1.1 粗糙集基本定义

定义 1^[5] 假设 U 是一个有限的非空论域, R 是定义在 U 上的一个等价关系,记 $apr = (U, R)$ 为近似空间. U 在等价关系 R 下的划分记为 $U/R = \{[x]_R \mid x \in U\}$, $[x]_R$ 是包含 x 的等价类.对 $\forall X \subseteq U$,定义其上下近似集为

$$\underline{apr}_R(X) = \{x \in U \mid [x]_R \subseteq X\},$$

收稿日期:2013-09-30

修回日期:2014-01-10

作者简介:梁薇(1964-),女,副教授,主要从事粗糙集理论与应用、预测与决策研究.

$$\overline{apr}_R(X) = \{x \in U \mid [x]_R \cap X \neq \emptyset\}. \quad (1)$$

上下近似集将论域分为 3 部分, 正域 $POS(X)$ 、边界域 $BND(X)$ 和负域 $NEG(X)$, 其定义分别为

$$\begin{aligned} POS(X) &= \overline{apr}_R(X), \\ BND(X) &= \overline{apr}_R(X) - \underline{apr}_R(X), \\ NEG(X) &= U - \overline{apr}_R(X). \end{aligned} \quad (2)$$

考虑到知识的容错性, 引入概率粗糙度的概念.

定义 2^[4] 假设 $S=(U, A, V, f)$ 是一个信息表, $\forall x \in U, X \subseteq U, [x]_R$ 关于概念 X 的粗糙隶属度定义为条件概率

$$P(X \mid [x]_R) = \frac{|[x]_R \cap X|}{|[x]_R|}, \quad (3)$$

其中, $|\cdot|$ 表示集合中元素的基数.

通过粗糙度和阈值参数 $\alpha, \beta (0 \leq \beta < \alpha \leq 1)$, 重新定义正域、边界域、负域.

$$\begin{aligned} POS_{(\alpha, \beta)}(X) &= \{x \in U \mid P(X \mid [x]_R) \geq \alpha\}, \\ BND_{(\alpha, \beta)}(X) &= \{x \in U \mid \beta < P(X \mid [x]_R) < \alpha\}, \\ NEG_{(\alpha, \beta)}(X) &= \{x \in U \mid P(X \mid [x]_R) \leq \beta\}. \end{aligned} \quad (4)$$

1.2 决策粗糙集基本定义

决策粗糙集 (DTRS) 通过用户给出的风险代价值, 根据最小风险原则, 确定出概率域值 α, β . 设 $\Omega = \{X, \neg X\}$ 是状态集合, 该集合有 2 个互补状态, 分别表示属于状态 X 和不属于状态 X . $A = \{a_P, a_B, a_N\}$ 是决策集合, 分别表示决策为正域 $POS(X)$, 边界域 $BND(X)$, 负域 $NEG(X)$. x 为论域中的对象, 等价类 $[x]_R$ 表示 x 的某种描述. $P(X \mid [x]_R)$ 和 $P(\neg X \mid [x]_R)$ 表示在 $[x]_R$ 描述下的对象 x 属于状态 X 和不属于状态 X 的条件概率. $\lambda_{PP}, \lambda_{BP}, \lambda_{NP}$ 分别表示当 x 属于状态 X 的情况下, 做出决策 a_P, a_B, a_N 的风险代价值; $\lambda_{PN}, \lambda_{BN}, \lambda_{NN}$ 分别表示当 x 不属于状态 X 的情况下, 做出决策 a_P, a_B, a_N 的风险代价值. 依此可计算 3 种决策的期望风险值分别为

$$\begin{aligned} R(a_P \mid [x]_R) &= \lambda_{PP}P(X \mid [x]_R) + \lambda_{PN}P(\neg X \mid [x]_R), \\ R(a_B \mid [x]_R) &= \lambda_{BP}P(X \mid [x]_R) + \lambda_{BN}P(\neg X \mid [x]_R), \\ R(a_N \mid [x]_R) &= \lambda_{NP}P(X \mid [x]_R) + \lambda_{NN}P(\neg X \mid [x]_R). \end{aligned} \quad (5)$$

根据贝叶斯最小风险决策原则, 可以得到如下形式的决策规则:

$$\begin{aligned} \text{If } R(a_P \mid [x]_R) &\leq R(a_B \mid [x]_R) \text{ and } R(a_P \mid [x]_R) \leq R(a_N \mid [x]_R), \text{ then } x \in POS(X). \\ \text{If } R(a_B \mid [x]_R) &\leq R(a_P \mid [x]_R) \text{ and } R(a_B \mid [x]_R) \leq R(a_N \mid [x]_R), \text{ then } x \in BND(X). \end{aligned}$$

$$\text{If } R(a_N \mid [x]_R) \leq R(a_P \mid [x]_R) \text{ and } R(a_N \mid [x]_R) \leq R(a_B \mid [x]_R), \text{ then } x \in NEG(X). \quad (6)$$

对于风险代价值的大小, 显然存在关系 $0 \leq \lambda_{PP} \leq \lambda_{BP} < \lambda_{NP}, 0 \leq \lambda_{NN} \leq \lambda_{BN} < \lambda_{PN}$; 对于条件概率, 根据状态集合由两个互补状态组成, 可得 $P(X \mid [x]_R) + P(\neg X \mid [x]_R) = 1$. 令

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\lambda_{PN} - \lambda_{BN}}{(\lambda_{PN} - \lambda_{BN}) + (\lambda_{BP} - \lambda_{PP})} = (1 + \frac{\lambda_{BP} - \lambda_{PP}}{\lambda_{PN} - \lambda_{BN}})^{-1}, \\ \beta &= \frac{\lambda_{BN} - \lambda_{NN}}{(\lambda_{BN} - \lambda_{NN}) + (\lambda_{NP} - \lambda_{BP})} = (1 + \frac{\lambda_{NP} - \lambda_{BP}}{\lambda_{BN} - \lambda_{NN}})^{-1}, \\ \gamma &= \frac{\lambda_{PN} - \lambda_{NN}}{(\lambda_{PN} - \lambda_{NN}) + (\lambda_{NP} - \lambda_{PP})} = (1 + \frac{\lambda_{NP} - \lambda_{PP}}{\lambda_{PN} - \lambda_{NN}})^{-1}, \end{aligned} \quad (7)$$

若 $\alpha > \beta$, 即 $\frac{\lambda_{BP} - \lambda_{PP}}{\lambda_{PN} - \lambda_{BN}} < \frac{\lambda_{NP} - \lambda_{BP}}{\lambda_{BN} - \lambda_{NN}}$, 根据不等式 $\frac{b}{a} > \frac{d}{c} \Rightarrow \frac{b}{a} > \frac{b+d}{a+c} > \frac{d}{c} (a, b, c, d > 0)$, 可以得到

$\frac{\lambda_{BP} - \lambda_{PP}}{\lambda_{PN} - \lambda_{BN}} < \frac{\lambda_{NP} - \lambda_{PP}}{\lambda_{PN} - \lambda_{NN}} < \frac{\lambda_{NP} - \lambda_{BP}}{\lambda_{BN} - \lambda_{NN}}$, 即有 $0 \leq \beta < \gamma < \alpha \leq 1$. 此时可以用阈值 α 和 β 得到三枝决策模型:

$$\begin{aligned} \text{If } P(X \mid [x]_R) &\geq \alpha, \text{ then } x \in POS(X); \\ \text{If } \beta < P(X \mid [x]_R) &< \alpha, \text{ then } x \in BND(X); \\ \text{If } P(X \mid [x]_R) &\leq \beta, \text{ then } x \in NEG(X). \end{aligned} \quad (8)$$

若 $\alpha \leq \beta$, 同理可推出 $0 \leq \alpha \leq \gamma \leq \beta \leq 1$. 此时第二条决策规则失效, 仅用阈值 γ 得到二枝决策模型:

$$\begin{aligned} \text{If } P(X \mid [x]_R) &\geq \gamma, \text{ then } x \in POS(X); \\ \text{If } P(X \mid [x]_R) &< \gamma, \text{ then } x \in NEG(X). \end{aligned} \quad (9)$$

2 改进的决策粗糙集风险偏好模型

2.1 模型

在实际决策问题中, 对相同的状态描述, 决策者通常表现出不同的风险偏好, 不同的决策者会给出不同的甚至相反的决策. 一般的, 可以将决策者分成乐观型、悲观型和中性型决策者 3 种类型. 乐观型决策者认为信贷申请者不守信用的可能性不大, 通过没信用人申请的风险代价值不高, 因此取低代价的 λ_{PN} ; 同时认为拒绝守信用人的申请, 将错失掉很大的收益, 因此取高代价的 λ_{NP} . 悲观型决策者的决策态度刚好相反, 取高代价的 λ_{PN} 和低代价的 λ_{NP} . 中性型决策者则取中代价的 λ_{PN} 和 λ_{NP} .

假设 $\lambda_{PP} = \lambda_{NN} = 0$, 即做出正确决策的风险代价值

值为0; $\lambda_{BN} = \alpha\lambda_{PN}$, $\lambda_{BP} = \alpha\lambda_{NP}$, $0 < \sigma < 1$, 即延迟决策的风险代价比错误决策的小, 且为一定的比值。

假设阈值 $\alpha > \beta$, 再由

$$\alpha = \frac{\lambda_{PN} - \lambda_{BN}}{(\lambda_{PN} - \lambda_{BN}) + (\lambda_{BP} - \lambda_{PP})},$$

$$\beta = \frac{\lambda_{BN} - \lambda_{NN}}{(\lambda_{BN} - \lambda_{NN}) + (\lambda_{NP} - \lambda_{PP})},$$

可以得到

$$\alpha = \frac{(1-\sigma)\lambda_{PN}}{(1-\sigma)\lambda_{PN} + \alpha\lambda_{NP}},$$

$$\beta = \frac{\alpha\lambda_{PN}}{\sigma\lambda_{PN} + (1-\sigma)\lambda_{NP}}. \quad (10)$$

由于模型中假设 $\alpha > \beta$, 因此只用三枝决策模型进行决策。然而, 模型中还设定 σ 的取值范围是 $0 < \sigma < 1$, 这与假设 $\alpha > \beta$ 存在一定的矛盾。例如, 假设某位乐观型决策者给出通过不守信用人的信贷申请的风险代价值 $\lambda_{PN} = 4$, 拒绝守信用人申请的风险代价值 $\lambda_{BN} = 6$, 并给出延迟决策与错误决策的风险代价之比 σ , 则 $\alpha = 0.5, \beta = 0.3077$, 此时 $\alpha > \beta$ 。但是, 若该决策者给出延迟决策与错误决策的风险代价之比 $\alpha = 0.55$, 则 $\alpha = 0.3530, \beta = 0.4490$, 此时 $\alpha < \beta$, 与前提条件 $\alpha > \beta$ 矛盾。

2.2 参数 σ 取值范围的估计与模型的选择

阈值 α, β 的大小关系与参数 σ 存在如下的关系。

性质 1 若 $\alpha > \beta$, 则 $0 < \sigma < 0.5$ 。

证明 $\alpha > \beta \Rightarrow \frac{(1-\sigma)\lambda_{PN}}{(1-\sigma)\lambda_{PN} + \alpha\lambda_{NP}} >$

$$\frac{\alpha\lambda_{PN}}{\sigma\lambda_{PN} + (1-\sigma)\lambda_{NP}},$$

因为 $(1-\sigma)\lambda_{PN} + \alpha\lambda_{NP} > 0, \sigma\lambda_{PN} + (1-\sigma)\lambda_{NP} > 0$, 所以 $(\sigma - \sigma^2)\lambda_{PN}^2 + (1-\sigma)^2\lambda_{PN}\lambda_{NP} > (\sigma - \sigma^2)\lambda_{PN}^2 + \sigma^2\lambda_{PN}\lambda_{NP} \Rightarrow (1-2\sigma)\lambda_{PN}\lambda_{NP} > 0$ 。

又因为 $\lambda_{PN} > 0, \lambda_{NP} > 0$, 所以 $(1-2\sigma) > 0 \Rightarrow \sigma < 0.5$ 。

性质 2 若 $\alpha \leq \beta$, 则 $0.5 \leq \sigma < 1$ 。

性质 2 的证明类似于性质 1 的证明。

由性质 1, 2 可知, 原模型已假设 $\alpha > \beta$, 那么 σ 的值应大于 0 小于 0.5。但是, σ 表示延迟决策的风险代价值与错误决策的风险代价值之比, 按常理 σ 的值应大于 0 小于 1。而且, 当 $\alpha > \beta$ 时, 可以使用三枝决策模型将对象集分成 3 类; 当 $\alpha \leq \beta$ 时, 可以使用二枝决策模型将对象集分成 2 类。因此, 需根据 σ 的取值来确定参数和类别个数。若决策者给出的 $\sigma \in (0, 0.5)$ 时, 参数为 α, β , 对象集被分成 3 类。若决策者给出 $\sigma \in [0.5, 1)$ 时, 参数为 γ , 对象集被分成 2 类。

$$\gamma = \frac{\lambda_{PN}}{\lambda_{PN} + \lambda_{NP}}. \quad (11)$$

2.3 估计 $P(X | [x]_R)$ 的值

直接根据定义 2 来计算 $P(X | [x]_R)$ 的值会很困难。其一, 对于条件属性多且属性值个数多的数据库, 等价类 $[x]_R$ 个数很庞大, 则形成相应的 $P(X | [x]_R)$ (条件概率库) 也会很大; 其二, 由于数据库是不完全的, 这将导致某些测试样例未必能在条件概率库匹配到 $[x]_R$, 将无法进行分类。要解决以上两个问题, 设计合理估计 $P(X | [x]_R)$ 的方法是关键。

文献[6]中提出了一种估计 $P(X | [x]_R)$ 值的方法: 使用遗传算法求得约简之后的规则及规则置信度, 形成“规则库”, 再用“规则库”代替“条件概率库”; 进行匹配时, 从规则库中找出所有规则前件与测试样例 $[x]_R$ 匹配的规则, 再将所有匹配的规则的置信度作为 $P(X | [x]_R)$ 的估计值。该方法在一定程度上减小了测试样例无匹配的可能性, 但是使用遗传算法形成的规则库还是很庞大。针对信用卡审批数据集, 应用文献[4]的模型, 可得 74 个约简, 最短的约简也有 452 条规则。

新的 $P(X | [x]_R)$ 值估计方法如下。

令 $R(A_{ij} \rightarrow X)$ 表示关于 X 的规则, 其中 A_{ij} 是规则前件, 代表条件属性 A_i 的第 j 个属性值, X 是规则后件。

令 $S(A_{ij} \rightarrow X)$ 表示规则 $R(A_{ij} \rightarrow X)$ 的支持度, $S(A_{ij} \rightarrow X) = \frac{|A_{ij} \cup X|}{|A_{ij}|}$, 即条件属性 A_i 的第 j 个属性值属于 X 的条件概率。

令 $R(A_{ij}^x \rightarrow X)$ 表示在关于 X 的规则中, 规则前件与对象 x 匹配的规则, 即满足 $A_{ij} \subseteq [x]_R$ 的规则。规则 $R(A_{ij}^x \rightarrow X)$ 对应的支持度表示为 $S(A_{ij}^x \rightarrow X)$ 。

条件概率 $P(X | [x]_R)$ 的估计值为 $\frac{\sum S(A_{ij}^x \rightarrow X)}{m}$, 其中 m 是规则 $R(A_{ij}^x \rightarrow X)$ 的个数。

通过单个属性值来形成规则, 可以完全避免新对象无法匹配的现象, 并大大缩减规则库的数量。对信用卡审批数据集, 应用该方法, 只得到 140 条单属性值规则。

3 实例验证

验证实例来源于 UCI 数据库的信用卡审批数据集 Credit Approval^[7]。数据集包含 690 个对象, 包含 15 个条件属性, 决策类的分布为: “+”类 307(44.5%), 即守信类; “-”类 383(55.5%), 即不守信类。

(1) 数据完备化, 利用 Mean/mode fill^[8] 方法将缺失值补齐。数据离散化, 对于连续属性, 采用布尔推

理算法^[9]进行. 完备化和离散化可以用 Rosetta^[10] 软件来实现. 数据转换, 对离散属性的取值及连续属性的离散化区间, 采用整数 0, 1, 2, ... 进行编码转换, 是为了便于提高算法在实际运行中的效率.

(2) 以 500 个对象作为训练集, 190 个对象作为测试集. 将训练集作为数据源导入到 Rosetta 软件, 选用 Holte's 1R 算法, 可得出 70 条 $R(A_{ij} \rightarrow X)$ 规则及每条规则的支持度, 即得出了规则后件是“+”(守信用)类的单值属性规则及其支持度.

(3) 计算测试集中各个对象属于“+”类的概率 $P(X | [x])$.

(4) 为了便于比较, 假设各类型决策者的风险代价如下: 乐观型决策者给出 $\lambda_{PN}=4, \lambda_{NP}=6$, 则 $\alpha_O=0.5, \beta_O=0.3077, \gamma_O=0.4$; 悲观型决策者给出 $\lambda_{PN}=6, \lambda_{NP}=4$, 则 $\alpha_P=0.6933, \beta_P=0.5, \gamma_P=0.6$; 中性型决策者给出 $\lambda_{PN}=\lambda_{NP}=5$, 则 $\alpha_E=0.6, \beta_E=0.4, \gamma_E=0.5$.

(5) 假设 σ 的取值如下: $\sigma=0.4$, 由于 $0 < \sigma < 0.5$, 参数选择 α 和 β , 根据三枝决策将测试集被分成 3 类; $\sigma=0.6$, 由于 $0.5 \leq \sigma < 1$, 参数选择 γ , 根据二枝决策将测试集被分成 2 类.

得到的分类结果如表 1, 2, 3 所示. 由表 1 可知, $\sigma=0.4$ 时, 乐观的决策者做出的决策是: 把 108 个人判为是守信用的, 批准发放卡, 82 人需进一步考察, 把 0 个人判为不守信用, 决策者没有将一个守信用人分到负域, 没有弃真错误, 将 35 个不守信用的人误判为是守信用的, 存在取伪错误, 概率为 $35/110=0.318$. $\sigma=0.6$ 时, 没有弃真错误, 但取伪错误为 $102/110=0.927$. 由此可知, 乐观型决策者犯弃真错误概率小, 犯取伪错误概率大. 这符合乐观型决策者的风险态度, 因为他们认为不守信用可能性不大, 所以会将尽可能多的人判为守信用或者需进一步考察, 而不会轻易的做出不发放的决策. 这种决策会带来更多收益的机会, 增加收益额, 同时也会增加违约的风险, 增加坏账额.

由表 2 可知, $\sigma=0.4$ 时, 悲观的决策者做出的决策是: 18 个人是守信用的, 90 人需进一步考察, 82 个人是不守信用的, 弃真错误为 $10/80=0.125$, 没有取伪错误. $\sigma=0.6$ 时, 做出的决策是: 36 人是守信用的, 154 人不守信, 将 47 个守信用的人判为不守信用, 弃真错误为 $47/80=0.587$, 取伪错误为 $3/110=0.027$. 由此可知, 悲观型决策者犯弃真错误概率大, 犯取伪错误概率小. 这符合悲观型决策者的风险态度, 因为他们认为不守信用可能性非常大, 所以会将尽可能多的人判为不守信用或者需进一步考察, 而不会轻易地

做出批准发放卡的决策. 这种决策会减少违约的风险, 同时也会减少收益的机会.

由表 3 可知, 中性型的决策者介于乐观型和悲观型决策者之间. $\sigma=0.4$ 时, 弃真错误概率为 $4/80=0.05$, 取伪错误概率为 $5/110=0.045$. 取 $\sigma=0.6$ 时, 弃真错误概率为 $4/80=0.05$, 取伪错误概率为 $12/110=0.109$. 中性型决策者犯弃真错误概率和犯取伪错误概率相当.

表 1 乐观型决策者的评估结果

Table 1 Optimistic decision-makers' assessment results

实际类 Real class	个数 Number	预测类 Predict class ($\sigma=0.4$)			预测类 Predict class ($\sigma=0.6$)	
		POS	BND	NEG	POS	NEG
“+”	80	73	7	0	80	0
“-”	110	35	75	0	102	8
各集合总数 Total		108	82	0	182	8

表 2 悲观型决策者评估结果

Table 2 Pessimistic decision-makers' assessment results

实际类 Real class	个数 Number	预测类 Predict class ($\sigma=0.4$)			预测类 Predict class ($\sigma=0.6$)	
		POS	BND	NEG	POS	NEG
“+”	80	18	52	10	33	47
“-”	110	0	38	72	3	107
各集合总数 Total		18	90	82	36	154

表 3 中性型决策者评估结果

Table 3 Neutral decision-makers' assessment results

实际类 Real class	个数 Number	预测类 Predict class ($\sigma=0.4$)			预测类 Predict class ($\sigma=0.6$)	
		POS	BND	NEG	POS	NEG
“+”	80	36	40	4	76	4
“-”	110	5	56	49	12	98
各集合总数 Total		41	96	53	88	102

通过信用卡管理的应用测试可以看出, 三枝决策模型比二枝决策模型增加了一个了延迟决策选项, 会减少犯两类错误的概率, 但会增加进一步收集信息的成本. 然而, 不管是三枝决策模型还是二枝决策模型其分类结果都体现出了决策者的风险偏好, 说明本模型是合理有效的. 该模型对建立个性化的决策体系具有一定的参考价值, 在今后的工作中, 可考虑如何更加客观的确定参数 σ 的取值, 及通过改变一些条件来建立新的基于决策粗糙集的风险偏好模型.

(下转第 191 页 Continue on page 191)

- pean Journal of Operations Research, 2010, 20(1): 141-160.
- [8] Lin T. An economic order quantity with imperfect quality and quantity discounts [J]. Applied Mathematical Modelling, 2010, 34(10): 3158-3165.
- [9] 莫降涛, 朱彦利, 孟立华. 允许延期付款的 EOQ 模型 [J]. 广西科学院学报, 2008, 24(2): 73-78.
Mo J T, Zhu Y L, Meng L H. EOQ model under permissible delay in payments [J]. Journal of Guangxi Academy of Sciences, 2008, 24(2): 73-78.
- [10] Huang C. An optimal policy for a single-vendor single-buyer integrated production - inventory problem with process unreliability consideration [J]. International Journal of Production Economics, 2004, 91(1): 91-98.
- [11] Lo S, Wee H, Huang W. An integrated production-inventory model with imperfect production processes and Weibull distribution deterioration under inflation [J]. International Journal of Production Economics, 2007, 106(1): 248-260.
- [12] Lin Y, Ouyang L, Dang Y. A joint optimal ordering and delivery policy for an integrated supplier-retailer inventory model with trade credit and defective items [J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(14): 7498-7514.
- [13] Soni H N, Patel K A. Optimal strategy for an integrated inventory system involving variable production and defective items under retailer partial trade credit policy [J]. Decision Support Systems, 2012, 54(1): 235-247.
- [14] 张新艳. 考虑质量改进投资的联合经济批量模型研究 [J]. 企业经济, 2009(8): 32-35.
Zhang X Y. An integrated EOQ model considering quality improvement by investment [J]. Enterprise Economy, 2009(8): 32-35.

(责任编辑:尹 闯)

(上接第 186 页 Continue from page 186)

参考文献:

- [1] Pawlak Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356.
- [2] Yao Y Y, Wong S K M. A decision theoretic framework for approximating concepts [J]. International Journal of Man-machine Studies, 1992, 37(6): 793-809.
- [3] Yao Y Y. Decision-theoretic rough set models [C]. The 2nd International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology, 2007: 1-12.
- [4] 李华雄, 周献中, 李天瑞, 等. 决策粗糙集理论及其研究进展 [M]. 北京: 科学出版社, 2011.
Li H X, Zhou X Z, Li T R, et al. Decision-theoretic rough sets theory and its research progress [M]. Beijing: Science Press, 2011.
- [5] 张文修, 吴伟志, 梁吉业, 等. 粗糙集理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.
Zhang W X, Wu W Z, Liang J Y, et al. Rough sets theory and method [M]. Beijing: Science Press, 2011.
- [6] 赵文清, 朱永利, 高伟. 一个基于决策粗糙集理论的信息过滤模型 [J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(7): 185-187.
Zhao W Q, Zhu Y L, Gao W. An email classification scheme based on decision-theoretic rough set [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(7): 185-187.
- [7] UCI repository of machine learning databases. University of California, Irvine, department of information and computation and computer sciences [EB/OL]. [2013-08-10] [http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Credit + Approval](http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Credit+Approval).
- [8] 苗夺谦, 王国胤, 刘清. 粒计算: 过去、现在与展望 [M]. 北京: 科学出版社, 2007.
Miao T Q, Wang G Y, Liu Q. Granular computing: the past, present and future [M]. Beijing: Science Press, 2007.
- [9] Nguyen H S, Skowron A. Quantization of real-valued attributes [C]. In Proc Second International Joint Conference on Information Sciences, 1995, Wrightsville Beach NC, 1995: 34-37.
- [10] Rosetta Development Team. Rosetta [EB/OL]. [2013-08-10] <http://www.lcb.uu.se/tools/rosetta/>.

(责任编辑:尹 闯)