

# Metal-LHM-Metal 三层对称平板波导的传输特性研究\*

## Propagation Properties of Waveguide in Three-layer Symmetric Slab Made of Metal-LHM-Metal

许江勇<sup>1,2</sup>, 段国华<sup>1</sup>, 张卫龙<sup>1</sup>, 卢强华<sup>1</sup>, 高英俊<sup>1\*\*</sup>

XU Jiang-yong<sup>1,2</sup>, DUAN Guo-hua<sup>1</sup>, ZHANG Wei-long<sup>1</sup>, LU Qiang-hua<sup>1</sup>, GAO Ying-jun<sup>1</sup>

(1. 广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004; 2. 兴义民族师范学院物理系, 贵州兴义 562400)

(1. College of Physical Science and Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Department of Physics, Xingyi Normal College for Nationalities, Xingyi, Guizhou, 562400, China)

**摘要:**在 TE 极化情况下, 对芯层为左手材料, 衬底层和覆盖层均为金属的对称平板波导 (Metal-LHM-Metal) 的传输特性进行研究. 利用传输矩阵推导其导波条件, 并采用图解法对其不同的传播模式和相应的电场分布进行分析. Metal-LHM-Metal 波导结构不存在基模, 支持导波同时也存在表面波, 阶数  $m$  对电场分布有显著影响.

**关键词:**左手材料 波导 表面波 传输矩阵

中图分类号: O534.1 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2012)03-0236-03

**Abstract:** The propagation properties of waveguide in TE modes were studied on the three-layer symmetric slab made of left-handed material surrounded by metal. The waveguide conditions of TE modes were deduced by transmission matrix. Different propagation modes and corresponding transverse profiles of electric field were analyzed using graphic method. The results show that the fundamental mode  $TE_0$  does not exist, which can support surface wave modes, and there is a significant effect on transverse profile of order  $m$  and so on. This study will play a theoretical guidance for the research of waveguide containing left-handed materials

**Key words:** left-handed material (LHM), waveguide, surface wave, transmission matrix

左手材料最先在理论上被 Veselago<sup>[1]</sup> 预言是 1968 年, 它的介电常数和磁导率均为负数, 能表现出反常的切伦科夫效应、逆多普勒效应、完美透镜等奇异性质<sup>[2,3]</sup>. 近年来, Smith 等人<sup>[4~6]</sup> 利用周期性排列的金属丝和开口环形谐振器实现了左手材料的制备, 使得左手材料在光学、通信、功能材料等多个领域内引起研究人员的极大兴趣. 与传统介质波导相比, 覆盖层和衬底层为普通介质, 芯层为左手材料的平面波

导具有很多新颖的特性, 如基模消失、具有导波模式、支持表面波传播等<sup>[7,8]</sup>. 本文以 Metal-LHM-Metal 结构的波导作为研究对象, 利用其导波条件, 采用图解法对其不同的传播模式和相应模式的电场分布进行研究.

### 1 Metal-LHM-Metal 波导物理模型及导波条件

#### 1.1 物理模型

研究 TE 极化时的波导, 模型如图 1 所示. 覆盖层和衬底层均为半无限的金属层 (衰减层), 介电常数和磁导率分别为  $\epsilon < 0, \mu = 1$ , 与芯层之间 (导波层) 的界面分别为 I 和 II; 芯层为左手材料, 其厚度为  $2d$ , 介电常数  $\epsilon_L$  和磁导率  $\mu_L$  均为负, 即  $\epsilon_L < 0, \mu_L < 0$ .

图 1 中的左手介质内部为导行波, 在覆盖层和衬底层分别是沿  $+\vec{z}$  和  $-\vec{z}$  方向的衰减波, 3 个区域中

收稿日期: 2011-12-07

修回日期: 2012-03-05

作者简介: 许江勇 (1978-), 男, 硕士研究生, 讲师, 主要从事光子晶体研究.

\* 国家自然科学基金项目 (51161003, 50661001, 50061001), 广西科学基金项目 (0832029, 0991026, 0639004) 资助.

\*\* 通讯作者: 高英俊 (1962-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事材料微结构设计的研究. E-mail: gaoyj@gxu.edu.cn.

的电场矢量解的形式为

$$E(z) = \begin{cases} Ae^{-\alpha z + i\beta x}, & z \geq 2d, \\ (Be^{ik_x z} + Ce^{-ik_x z})e^{i\beta x}, & 0 < z < 2d, \\ De^{\alpha z + i\beta x}, & z \leq 0. \end{cases} \quad (1)$$

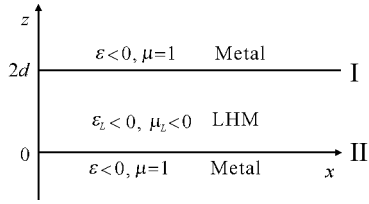


图1 左手材料的三层平板波导

Fig. 1 A three-layer LHM waveguide

在覆盖层和衬底层中,电场的解均是衰减波,两个区域中的色散关系可表示为

$$\begin{cases} \beta^2 + k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_L \mu_L, \\ \beta^2 - \alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon \mu, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\beta$  为波导的传播常数,  $k_x$  为导波层的导波系数,  $\alpha$  为金属层中的衰减系数,而且  $\beta > 0$  和  $\alpha > 0$ .

由(2)式可得

$$k_x^2 + \alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_L \mu_L - \epsilon \mu) = R^2, \quad (3)$$

其中  $R$  是一个与频率、介电常数和磁导率有关的参数.

## 1.2 导波条件

在导波层和衰减层的界面 I、II 处,电场、磁场的切向分量分别为  $E_I, H_I$  和  $E_{II}, H_{II}$ , 由传输矩阵法<sup>[9~11]</sup>可知,它们的关系是

$$\begin{pmatrix} E_I \\ H_I \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_{II} \\ H_{II} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

其中  $M$  是左手介质层的特征矩阵,即

$$M = \begin{pmatrix} \cos \delta_L & -\frac{i}{\eta_L} \sin \delta_L \\ -i\eta_L \sin \delta_L & \cos \delta_L \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中  $\eta_L = \frac{k_x}{\omega \mu_L}, \delta_L = 2k_x d$ .

在  $z \geq 2d$  和  $z \leq 0$  两个区域内,根据波导性质决定外界向波导内传播电场矢量均为零,故有

$$\left(1 \quad \frac{1}{\eta}\right) M \begin{pmatrix} 1 \\ \eta \end{pmatrix} = 0, \quad (6)$$

其中  $\eta = \frac{i\alpha}{\omega \mu}$ . 化简(6)式得导波条件

$$\cos \delta_L \left(1 + \frac{\eta}{\eta_L}\right) - i \sin \delta_L \left(\frac{\eta_L}{\eta} + \frac{\eta}{\eta_L}\right) = 0. \quad (7)$$

利用色散关系,(7)式变形为

$$\alpha d = (k_x d) \frac{\mu}{\mu_L} \tan \left(k_x d - \frac{m\pi}{2}\right), \quad (8)$$

其中  $\mu/\mu_L = -2$ , 模系数  $m$  的物理意义是指导波层

中模场的节点数.

## 2 Metal-LHM-Metal 波导的传输特性

利用(3)式和(8)式,采用图解法,对波导层的导波系数进行求解,并利用(1)式对相应情况下的电场分布进行描绘.分别对  $k_x^2 > 0, R^2 > 0, k_x^2 < 0, R^2 > 0$ , 两种情况进行讨论.

### 2.1 $\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon \mu} < \beta < \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_L \mu_L}, R > 0$ 时的传输特性

根据  $k_x^2 + \alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_L \mu_L - \epsilon \mu) = R^2$ , 在  $k_x > 0$  时,

通过改变频率得到不同的  $R$ . 在  $R$  分别为  $\sqrt{3}, 4, 6, 8$  时进行编程模拟,得到 Metal-LHM-Metal 结构的波导的导波模式.图 2 中虚线表示导波条件(8)式,实线为关系式(3).由图解法得到不同模系数  $m$  时 Metal-LHM-Metal 波导中正常导波模式的特点(图 2):

- 1) 不存在  $TE_0$  导波模式;
- 2)  $TE_1$  导波模式仅在很小的范围内存在;
- 3) 随着  $R$  的增加,导波模式的个数增加.

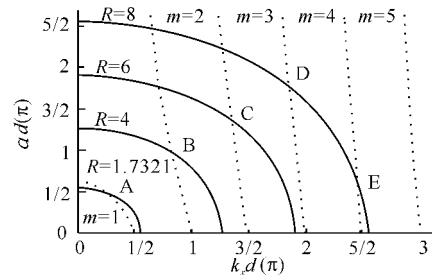


图2 含左手材料的三层波导的振荡导模

Fig. 2 Guided modes of three-layer LHM slab waveguide

另外,根据图 2 中 A~E 5 个交点,绘制各点处相应的电场分布,并对  $m$  为奇、偶数时对应的电场分布进行分析,得出结论(图 3):

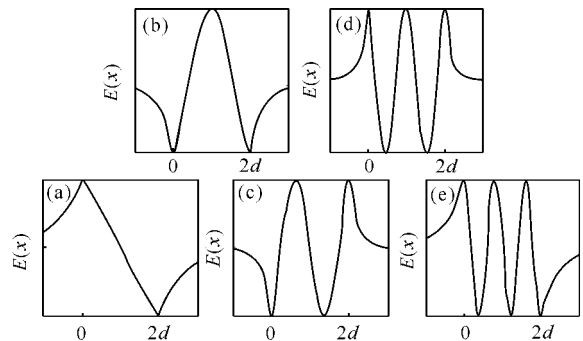


图3 与图 2 中 A~E 5 个交点相对应导模的电场分布

Fig. 3 The transverse profiles of the guided modes corresponding to the five intersections A-E in Fig. 2

(a) A,  $m = 1$ ; (b) B,  $m = 2$ ; (c) C,  $m = 3$ ; (d) D,  $m = 4$ ; (e) E,  $m = 5$ .

- 1) 对于相同  $m$  值的导波模式,其电场分布相似;
- 2) 随着  $m$  值的增加,芯层内部电场变化增多;
- 3)  $m$  为奇数时,所对应的电场分布是非对称的,

而  $m$  为偶数时则相反。

## 2.2 $\beta > \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_L \mu_L}, R > 0$ 时的传输特性

根据(3)式和(8)式,在  $k_x^2 < 0$  时,取  $k_x = iK_x$ ,  $K_x > 0$ ,  $R = \sqrt{3}, 4, 6, 8$  进行编程模拟得到图4,再采用图解法绘制交点的电场分布。图5结果说明,在界面 I、II 上存在表面波模式<sup>[11,12]</sup>。在  $k_x^2 < 0, R^2 > 0$  情况下,对结构为 Metal-LHM-Metal 的波导中表面波模式进行讨论分析发现(图5):

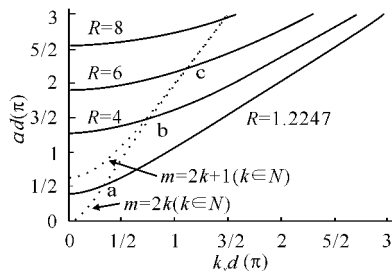


图4 含左手材料的三层波导的表面波模式

Fig. 4 Surface guided modes of three-layer LHM slab waveguide

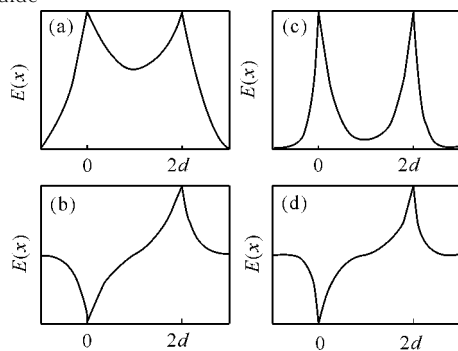


图5 与图4中 a~c 3个交点相对应表面波的电场分布

Fig. 5 The transverse profiles of the surface guided modes corresponding to the three intersections a~c in Fig. 4  
(a) a,  $m = 2k$ ; (b) b,  $m = 2k + 1$ ; (c) c,  $m = 2k + 1$ ; (d) c,  $m = 2k, k \in N$ .

1) TE 极化时,在结构为 Metal-LHM-Metal 的波导中有表面波的传播;

2) 当  $K_x d$  增加到某一程度时,  $m$  分别为奇、偶的表面波模式趋向一致,例如点 c;

3)  $m$  为偶数时,电场分布相似且对称;

4)  $m$  为奇数时,电场分布相似但不对称;

5) 对于 c 点的表面波模式而言,其电场分布因  $m$  的奇偶性不同而发生变化,同时 c 点表面波的电场分布不会是  $m$  分别为奇偶时的简单叠加,因为不存在这样的模阶  $m$  既为奇数又为偶数。

由于在结构为 Metal-LHM-Metal 的波导中,  $\omega^2(\epsilon_L \mu_L - \epsilon \mu)$  始终大于零,所以  $R^2 < 0$  时的情况其物理意义不成立。

## 3 结论

利用图解法,对 Metal-LHM-Metal 对称平板波

导的导波模式、电场分布和表面波进行研究后得出以下结论:

当  $\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon \mu} < \beta < \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_L \mu_L}, R > 0$  时, Metal-

LHM-Metal 对称平板波导为正常的导波模式,其中  $TE_0$  模消失,  $TE_1$  模仅在很小的范围内存在,导波模式随着  $R$  的增加而增多。  $m$  相同的导波模式,具有相似的电场分布,且随着  $m$  的增加芯层内部电场变化增多,同时电场分布的对称性受  $m$  的奇偶性影响。

当  $\beta > \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_L \mu_L}, R > 0$  时, Metal-LHM-Metal

对称平板波导在界面上有表面波存在,并随着  $K_x d$  的增加,  $m$  值不同的表面波趋向一致,  $m$  相同的导波模式,具有相似的电场分布,且随着  $m$  的增加芯层内部电场变化增多,同时电场分布的对称性受  $m$  的奇偶性影响。

参考文献:

- [1] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  [J]. Soviet Physics Uspekhi, 1968, 10(4): 509.
- [2] Chen J, Wang Y, Jia B, et al. Observation of the inverse Doppler effect in negative-index materials at optical frequencies[J]. Nature Photonics, 2011, 5(4): 239-245.
- [3] Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(18): 3966-3969.
- [4] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(18): 4184-4187.
- [5] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena[J]. Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, 1999, 47(11): 2075-2084.
- [6] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Low frequency plasmons in thin-wire structures[J]. Journal of Physics: Condensed Matter, 1998, 10(22): 4785.
- [7] Shadrivov I V, Sukhorukov A A, Kivshar Y S. Guided modes in negative-refractive-index waveguides [J]. Physical Review E, 2003, 67(5): 57602.
- [8] 何英, 张霞, 杨艳芳, 等. Guided modes in asymmetric metal-cladding left-handed material waveguides[J]. Chinese Optics Letters, 2011, 9(5): 70-73.
- [9] 杨立功, 顾培夫, 黄弼勤, 等. 光波在左右手材料界面处的传输特性[J]. 光子学报, 2003, 32(10): 1225-1227.
- [10] 王玉玲. 一维光子晶体的带隙特性研究[D]. 南宁: 广西大学, 2007.
- [11] Burke J J, Stegeman G I, Tamir T. Surface-polariton-like waves guided by thin, lossy metal films[J]. Physical Review B, 1986, 33(8): 5186-5201.
- [12] Maier S A. Plasmonics-fundamentals and applications [M]. New York: Springer, 2007.

(责任编辑: 尹 闯)