DOI:10.13656/j.cnki.gxkx.2012.01.018

广西科学 Guangxi Sciences 2012,19(1):21～24,27

基于逼近理想点排序模糊数的方法*

A Method for Ranking Fuzzy Numbers Based on the Approximate Ideal Points

李 健[1],**王中兴**[2]

LI Jian[1],WANG Zhong-xing[2]

(1.**广西大学行健文理学院,广西南宁** 530005;2.**广西大学数学与信息科学学院,广西南宁** 530004)

(1. School of XingJian College of Science and Liberal Arts,Guangxi University,Nanning,Guangxi,530005,China;2. School of Mathematics and Information Science,Guangxi University,Nanning,Guangxi,530004,China)

摘要:利用左右优势度及贴近度等概念定义正负理想点,并通过 α 截集的方法把模糊数变成区间数,再利用期望值把它映射到数轴上,然后求出期望均值到左右理想点的距离,最后利用其距离形成一个类似贴近度的综合排序指标,用此来对模糊数排序.实例说明该方法计算简单,能够克服现存的一些排序方法的缺陷,且便于运用在实际问题中.

关键词:模糊数 排序 理想点 期望均值

中图法分类号:O159,C934 **文献标识码**:A **文章编号**:1005-9164(2012)01-0021-04

Abstract:Under the integrated considerations about the fuzzy number expected value and the ideas point,the fuzzy numbers are mapped to the expected interval by a cut set,then the distances between the left and right expected value to the ideal positive point and negative point are calculated. At last,the synthesized index is formed for ranking fuzzy numbers. The merits of the results given here are to overcome certain shortcomings in the recent literature. The method also has very easy and simple calculations compared to other methods. Moreover,numerical examples are given to compare the proposed method with other existing ones.

Key words:fuzzy numbers,ranking,ideal point,expected value

决策分析时由于要考虑问题的复杂性和不确定性,人们对事物的认识很难准确把握其本质,导致决策信息的波动性,不确定性和模糊性,因此,决策信息通常用模糊数表示.模糊数的比较与排序是模糊决策分析中一个极为重要的研究课题.迄今为止,研究者已从不同角度提出了排序方法,所涉及的排序指标有40 多个.但是由于模糊数半序结构的特征,现有的排序方法或多或少存在一些缺陷,迄今尚没有一种公认最好的排序方法.

在近年的报道中,主要研究方法有质心[1～4],可能度[5～7],符号距离[8],优势度[9,10],模糊距离[11]等.每个指标都在一定程度上能较好地对模糊数排序,但遇到一些特殊情况时,就会出现一些问题,大部方法分不能分辨两个具有相同峰值且散度呈对称分布的模糊数.本文借鉴左右优势度[9,10]及贴近度[12]等概念定义正负理想点,并通过 α 截集的方法把模糊数变成区间数,然后利用期望把它映射到数轴上,即左右期望均值,然后求出期望均值到左右理想点的距离,再利用其距离形成一个类似贴近度的综合排序指标,用此来对模糊数排序.

收稿日期:2011-01-07
修回日期:2011-03-21
作者简介:李 健(1983-),男,硕士,主要从事优化与决策研究。
*广西自然科学基金项目(桂科自 0991029)资助。

1 预备知识

定义 1[1] 模糊数 $\widetilde{A}$ 称为左右型模糊数,若其隶属函数 $f_{\widetilde{A}}(x)$ 为

$$f_{\widetilde{A}}(x)=\begin{cases}f_{\widetilde{A}}^{L}(x),a\leqslant x\leqslant b,\\1,b\leqslant x\leqslant c,\\f_{\widetilde{A}}^{R}(x),c\leqslant x\leqslant d,\\0,\text{其他}.\end{cases}\qquad(1)$$

其中，$f_{\tilde{A}}^{L}(x):[a,b]\to[0,1]$ 为严格单调递增连续函数；$f_{\tilde{A}}^{R}(x):[c,d]\to[0,1]$ 为严格单调递减连续函数.

当 $f_{\tilde{A}}^{L}(x),f_{\tilde{A}}^{R}(x)$ 是线性函数时，称其为梯形模糊数，简记 $\tilde{A}=(a,b,c,d)$. 特别当 $b=c$ 时，称其为三角模糊数，简记 $\tilde{A}=(a,b,d)$.

由于 $f_{\tilde{A}}^{L}(x),f_{\tilde{A}}^{R}(x)$ 是严格单调连续函数，它必定存在反函数，不妨设其反函数分别为 $g_{\tilde{A}}^{L}(y):[0,1]\to[a,b]$；$g_{\tilde{A}}^{R}(y):[0,1]\to[c,d]$. 当 $\tilde{A}=(a,b,c,d)$ 为梯形模糊数时，有

$$g_{\tilde{A}}^{L}(y)=a+(b-a)y,g_{\tilde{A}}^{R}(y)=d-(d-c)y.$$

定义 2[13] 若 $\tilde{A}$ 是定义在实数域上的模糊数，$\tilde{A}$ 的 α-截集可表示为

$$\tilde{A}_{\alpha}=\{x\,|\,f_{\tilde{A}}(x)\geqslant\alpha\},\alpha\in[0,1]. \quad (2)$$

$\tilde{A}$ 的 α-截集也可表示为一个区间数 $\tilde{A}_{\alpha}=[\tilde{A}_{L}(\alpha),\tilde{A}_{R}(\alpha)]$，其中 $\tilde{A}_{L}(\alpha)=\inf\{x\,|\,f_{\tilde{A}}(x)\geqslant\alpha\}$，$\tilde{A}_{R}(\alpha)=\sup\{x\,|\,f_{\tilde{A}}(x)\geqslant\alpha\},0\leqslant\alpha\leqslant1$.

定义 3[14] 模糊数 $\tilde{A}$ 的期望区间可表示为 $E(\tilde{A})=[E_{*}(\tilde{A}),E^{*}(\tilde{A})]$，这里 $E_{*}(\tilde{A}),E^{*}(\tilde{A})$ 分别是 $\tilde{A}$ 的左右期望均值，且

$$E_{*}(\tilde{A})=\int_{0}^{1}\tilde{A}_{L}(\alpha)\mathrm{d}\alpha,E^{*}(\tilde{A})=\int_{0}^{1}\tilde{A}_{R}(\alpha)\mathrm{d}\alpha. \quad (3)$$

定义 4[15] 对一组左右型模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$，其正负理想点分别定义为

$$d_{\max}=\max\{d_{1},d_{2},\cdots,d_{n}\},a_{\min}=\min\{a_{1},a_{2},\cdots,a_{n}\}. \quad (4)$$

2 模糊数排序方法

根据上述期望均值和正、负理想点的定义可知，对于一组左右型模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$. 若某个模糊数的左期望值到负理想点的距离越大，而右期望均值到正理想点的距离越小，则此模糊数更优，因此记

$$d_{i}^{-}=|E_{*}(\tilde{A})-a_{\min}|,\ d_{i}^{+}=|d_{\max}-E^{*}(\tilde{A})|. \quad (5)$$

建立如下综合评价排序指标：

$$F_{i}=\frac{d_{i}^{-}}{1+d_{i}^{+}}. \quad (6)$$

当左右型模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i})$ 为梯形模糊数时，则有

$$d_{i}^{-}=|E_{*}(\tilde{A})-a_{\min}|=\int_{0}^{1}\tilde{A}_{L}(\alpha)\mathrm{d}\alpha-a_{\min}=\frac{a_{i}+b_{i}-2a_{\min}}{2},$$

$$d_{i}^{+}=|d_{\max}-E^{*}(\tilde{A})|=d_{\max}-\int_{0}^{1}\tilde{A}_{R}(\alpha)\mathrm{d}\alpha=\frac{2d_{\max}-c_{i}-d_{i}}{2}.$$

从而综合排序指标可简化为

$$F_{i}=\frac{d_{i}^{-}}{1+d_{i}^{+}}=\frac{a_{i}+b_{i}-2a_{\min}}{2+2d_{\max}-c_{i}-d_{i}}. \quad (7)$$

当 $b_{i}=c_{i}$ 时，左右型模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},d_{i})$ 为三角模糊数，则有

$$F_{i}=\frac{d_{i}^{-}}{1+d_{i}^{+}}=\frac{a_{i}+b_{i}-2a_{\min}}{2+2d_{\max}-b_{i}-d_{i}}. \quad (8)$$

综上所述，对于一组左右型模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$. 排序具体步骤如下：

步骤 1 根据(2)式求出模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$ 的 α 截集；

步骤 2 根据(3)式求出模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$ 的左右期望均值 $E_{*}(\tilde{A}_{i})$ 和 $E^{*}(\tilde{A}_{i})$；

步骤 3 根据(4)式计算模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$ 的左右理想点；

步骤 4 根据(5)式计算模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$ 左右期望均值 $E_{*}(\tilde{A}_{i})$ 和 $E^{*}(\tilde{A}_{i})$ 到理想点距离；

步骤 5 根据(6)式计算模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$ 的综合排序指标；

步骤 6 根据综合排序指标 F_{i} 的大小对模糊数 $\tilde{A}_{i}=(a_{i},b_{i},c_{i},d_{i}),i=1,2,\cdots,n$ 进行排序.

3 算例分析

例 1[16] 5 组模糊数(图 1 ～ 图 5)如下：

(a)$\tilde{A}_{1}=(0.4,0.9,1),\tilde{A}_{2}=(0.4,0.7,1),\tilde{A}_{3}=(0.4,0.5,1)$；

(b)$\tilde{A}_{1}=(0.2,0.5,0.8),\tilde{A}_{2}=(0.4,0.5,0.6)$；

(c)$\tilde{A}_{1}=(0.5,0.7,0.9),\tilde{A}_{2}=(0.3,0.7,0.9),\tilde{A}_{3}=(0.3,0.4,0.7,0.9)$；

(d)$\tilde{A}_{1}=(0.3,0.5,0.8,0.9),\tilde{A}_{2}=(0.3,0.5,0.9),\tilde{A}_{3}=(0.3,0.5,0.7)$；

(e)$\tilde{A}_{1}=(0.3,0.3,1),\tilde{A}_{2}=(0.1,0.8,0.8)$.

表 1 模糊数排序值

Table 1 Results of several ranking methods

方法 Method	(a)			(b)		(c)			(d)			(e)	
	$\widetilde{A}_1$	$\widetilde{A}_2$	$\widetilde{A}_3$	$\widetilde{A}_1$	$\widetilde{A}_2$	$\widetilde{A}_1$	$\widetilde{A}_2$	$\widetilde{A}_3$	$\widetilde{A}_1$	$\widetilde{A}_2$	$\widetilde{A}_3$	$\widetilde{A}_1$	$\widetilde{A}_2$
Yager[17]													
F_1	0.760	0.700	0.630	0.500	0.500	0.700	0.630	0.570	0.620	0.560	0.500	0.610	0.530
F_2	0.900	0.760	0.660	0.610	0.540	0.750	0.750	0.750	0.810	0.640	0.580	0.650	0.690
F_3	0.800	0.700	0.600	0.600	0.500	0.700	0.650	0.570	0.620	0.540	0.500	0.580	0.560
Jain[18]													
$k=1$	0.900	0.760	0.660	0.730	0.670	0.820	0.820	0.820	0.900	0.690	0.640	0.660	0.690
$k=2$	0.840	0.650	0.540	0.600	0.480	0.710	0.710	0.710	0.820	0.560	0.450	0.530	0.510
$k=\frac{1}{2}$	0.950	0.860	0.780	0.830	0.800	0.890	0.890	0.890	0.940	0.800	0.770	0.780	0.810
Kerre[19]	1.000	0.860	0.760	0.910	0.910	1.000	0.910	0.750	1.000	0.850	0.750	0.950	0.890
Bass[20]	1.000	0.740	0.600	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.840	1.000
Dubios[21]													
PD	1.000	0.740	0.600	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.840	1.000
PSD	0.740	0.230	0.160	0.730	0.240	0.500	0.500	0.500	0.820	0.200	0.000	0.540	0.460
ND	0.630	0.380	0.180	0.270	0.760	0.670	0.350	0.000	0.500	0.500	0.500	0.540	0.460
NSD	0.260	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.160	0.000
Chen[22]													
$k=1$	0.621	0.600	0.621	0.600	0.600	0.575	0.605	0.682	0.682	0.605	0.575	0.653	0.653
Fortemps[23]													
F_0	0.800	0.700	0.600	0.500	0.500	0.700	0.650	0.575	0.625	0.550	0.500	0.490	0.610
Vania[24]													
$k=\frac{1}{2}$	0.716	0.700	0.685	0.500	0.500	0.700	0.608	0.597	0.604	0.593	0.500	0.619	0.482
本文的排序方法 My method													
F_i	0.2381	0.1304	0.04	0.1304	0.2	0.2727	0.1818	0.046	0.095	0.08	0.0769	0.148	0.2917

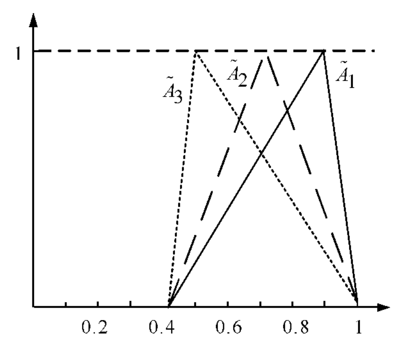

图 1 模糊数(a)

Fig. 1 Fuzzy numbers (a)

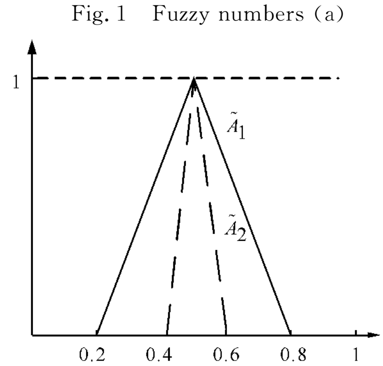

图 2 模糊数(b)

Fig. 2 Fuzzy numbers (b)

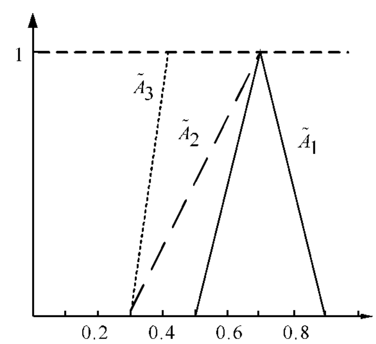

图 3 模糊数(c)

Fig. 3 Fuzzy numbers (c)

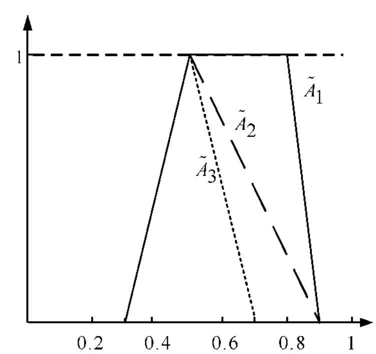

图 4 模糊数(d)

Fig. 4 Fuzzy numbers (d)

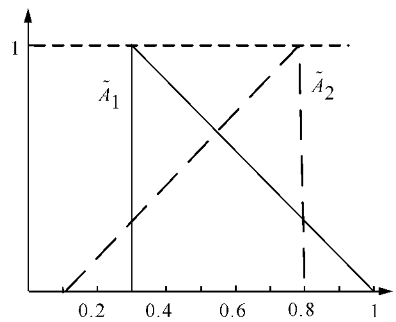

图 5　模糊数(e)

Fig. 5　Fuzzy numbers (e)

利用前面给出的模糊数排序指标,表 1 中列出本文方法与一些其它方法的计算结果.

从表 1 可以看出,模糊数(a)中的方案排序应为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2 \succ \tilde{A}_3$,除了 Chen[22] 在当 $k=1$ 时认为 $\tilde{A}_1 \sim \tilde{A}_3 \succ \tilde{A}_2$ 外,本文的排序方法和其它大多数方法一样,都一致认为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2 \succ \tilde{A}_3$;

模糊数(b)中的方案情形比较特殊,表 1 中的多数排序方法会认为 $\tilde{A}_1 \sim \tilde{A}_2$,只有 Yager[17] 和 Jain[18] 的方法认为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2$. 由于 $\tilde{A}_1$ 和 $\tilde{A}_2$ 具有相同的质心,而 $\tilde{A}_2$ 的扩散程度比 $\tilde{A}_1$ 的小,所以排序结果 $\tilde{A}_1 \prec \tilde{A}_2$ 更为合理;

模糊数(c)中的方案排序应为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2 \succ \tilde{A}_3$,除了 Yager[17],Jain[18],Bass[20] 和 Dubios 等[21] 的方法认为 $\tilde{A}_1 \sim \tilde{A}_2 \sim \tilde{A}_3$,Chen[22] 当 $k=1$ 的方法认为 $\tilde{A}_1 \prec \tilde{A}_2 \prec \tilde{A}_3$ 外,本文的排序方法和其它大多数方法一样都一致认为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2 \succ \tilde{A}_3$;

模糊数(d)中的方案排序应为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2 \succ \tilde{A}_3$,除了 Bass[20] 和 Dubios 等[21] 的方法认为 $\tilde{A}_1 \sim \tilde{A}_2 \sim \tilde{A}_3$ 外,本文的排序方法和其它大多数方法一样都一致认为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2 \succ \tilde{A}_3$;

模糊数(e)中的方案排序应为 $\tilde{A}_1 \prec \tilde{A}_2$,除了 Kerre[19]、Vania[24] 和 Dubios 等[21] 的方法认为 $\tilde{A}_1 \succ \tilde{A}_2$,Chen[22] 当 $k=1$ 的方法认为 $\tilde{A}_1 \sim \tilde{A}_2$,本文的排序方法和其它大多数方法一样都一致认为 $\tilde{A}_1 \prec \tilde{A}_2$.

从算例分析可以得到,本文的排序方法所得的结果与人的直观判断比较一致. 由表 1 的排序结果和上面的分析,我们发现其它各种方法有时会出现对一些模糊数无法区分或者违背直观判断的情况. 这些实例进一步说明了本文排序方法的可行性和有效性.

参考文献:

[1] Cheng C H. A new approach for ranking fuzzy numbers by distance method[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 95:307-317.

[2] Chu T C, Tsao C T. Ranking fuzzy numbers with an area between the centroid piont and the original piont[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2002, 43:117-114.

[3] Wang Y M, Yang J B, Xu D L, et al. On the centroids of fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2006, 157:919-926.

[4] Wang Y J, Lee H. The revised method of ranking fuzzy numbers with an area between the centriod and original pionts[J]. Computers and Mathematics with Application, 2008, 55:2033-2042.

[5] Lopez-Diaz M, Gil M A. The k - average value of the expected value of a fuzzy random variable[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 99:347-391.

[6] Luhandjula M. Fuzzy random variable: a mathematical tool for combining randomness and fuzziness[J]. The Journal of Fuzzy Mathematics, 2004(12):755-764.

[7] Dutta P, Chakraborty D, Roy A R. Continuous review inventory model in mixed fuzzy and stochastic environment[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 188:970-980.

[8] Abbasbandy S, Asady B. Ranking of fuzzy numbers by sign distance[J]. Information Sciences, 2006, 176:2405-2416.

[9] Wang Z X, Liu Y J, Fan Z P, et al. Ranking L-R fuzzy number based on deviation degreee[J]. Information Sciences, 2009, 36:2070-2077.

[10] Chen L S, Lu H W. An approximate approach for ranking fuzzy numbers based on left and right dominance [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2001, 41:1589-1602.

[11] 刘华文. 基于距离测度的模糊数排序[J]. 山东大学学报, 2004(4):32-36.

[12] 徐泽水. 不确定多属性决策方法及应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.

[13] Zimmermann H J. Fuzzy set theory and its applications [M]. Kluwer: Academic Publishers, 1996.

[14] Dubois D, Prade H. The mean value of a fuzzy number [J]. Fuzzy Set and Syst, 1987 (24):279-300.

[15] 李荣钧. 模糊多准则决策理论与应用[M]. 北京:科学出版社, 2002:114.

[16] Tran L, Duckstein L. Comparion of fuzzy numbers using a fuzzy distance measure[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002(130):331-341.

[17] Yager R R. Ranking fuzzy subsets over the unit interval [C]. Proceeding of the 1978 CDC, 1978.

[18] Jain R. A procedure for multiple aspects decision making using fuzzy sets[J]. Int J Systems Scie, 1977, 8: 1-7.

(下转第 27 页 Continue on page 27)

x_1, x_2, x_3, x_4. 专家对决策方案进行两两比较，并构造如下梯形模糊数互补判断矩阵：

$$A = \begin{bmatrix} (0.5,0.5,0.5,0.5) & (0.4,0.5,0.6,0.6) & (0.1,0.6,0.7,0.7) & (0.3,0.4,0.4,0.4) \\ (0.4,0.4,0.5,0.6) & (0.5,0.5,0.5,0.5) & (0.1,0.2,0.3,0.4) & (0.3,0.4,0.5,0.7) \\ (0.3,0.3,0.4,0.9) & [0.6,0.7,0.8,0.9] & (0.5,0.5,0.5,0.5) & (0.1,0.3,0.4,0.6) \\ (0.6,0.6,0.6,0.7) & (0.3,0.5,0.6,0.7) & (0.4,0.6,0.7,0.9) & (0.5,0.5,0.5,0.5) \end{bmatrix}$$

采用本文方法来对 4 个方案进行优劣排序.

（Ⅰ）根据(4) 式求出矩阵 A 的梯形模糊数权重分别为

$v_1 = (0.129, 0.235, 0.293, 0.373)$，$v_2 = (0.129, 0.176, 0.24, 0.373)$，$v_3 = (0.149, 0.212, 0.28, 0.492)$，$v_4 = (0.178, 0.259, 0.32, 0.475)$.

（Ⅱ）对梯形模糊数 $v_i (i = 1,2,3,4)$ 进行两两比较，根据(2) 式计算出相应的可能度(不妨设 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{3}$)，并建立可能度矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.872 & 0.492 & 0.272 \\ 0.128 & 0.5 & 0.243 & 0.008 \\ 0.508 & 0.757 & 0.5 & 0.289 \\ 0.728 & 0.992 & 0.711 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

（Ⅲ）根据（5）式，求出可能度矩阵 P 的排序向量为

$\omega = (0.261, 0.157, 0.255, 0.328)^{\mathrm{T}}$.

（Ⅳ）将 $\omega_i (i = 1,2,3,4)$ 按从大到小的顺序排列，得到梯形模糊数 $v_i (i = 1,2,3,4)$ 的排序为

$v_4 > v_1 > v_3 > v_2$.

进而，可得到相应方案的优劣排序为 $x_4 > x_1 > x_3 > x_2$.

算例说明，在专家给出梯形模糊数互补判断矩阵的情况下，就可以根据基于可能度的梯形模糊数排序方法来对各方案进行优劣排序，而不需要属性值及属性权重等更多的信息。故此方法适用于人才考核等模糊综合评价问题.

参考文献：

[1] Liou T S, Wang M J. Fuzzy weighted average: an improved algorithm[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992, 49: 307-315.

[2] Lee D H, Park D. An efficient algorithm for fuzzy weighted average[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1997, 87: 39-45.

[3] Kao C, Liu S T. Fractional programming approach to fuzzy weighted average[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 120: 435-444.

[4] Chen S J, Hwang C L. Fuzzy multiple attribute decision making[M]. Berlin: Springer, 1992.

[5] 史文雷，徐蕾. 区间数互补判断矩阵的一种新排序算法[J]. 大学数学，2010，03：112-115.

[6] 冯向前，魏翠萍，李宗植，等. 区间数互补判断矩阵一致性及其权重算法研究[J]. 数学的实践与认识，2007，19：87-93.

[7] 巩在武，刘思峰. 区间数互补判断矩阵的一致性及其排序研究[J]. 中国管理科学，2006，04：64-68.

[8] 徐泽水. 区间数互补判断矩阵排序的一种实用方法[J]，运筹与管理，2001，01：16-19.

[9] 和媛媛，周德群，王强. 基于可能度的三角模糊数互补判断矩阵排序方法[J]. 运筹与管理，2009，01：65-68.

[10] 杨莉，李南，和媛媛. 三角模糊数互补判断矩阵的加性一致性及排序[J]. 系统工程，2009，03：89-92.

[11] 和媛媛，周德群，王强. 三角模糊数互补判断矩阵排序的最小方差法[J]. 控制与决策，2008，10：1113-1114.

[12] 徐泽水. 三角模糊数互补判断矩阵的一种排序方法[J]. 模糊系统与数学，2002，01：47-50.

[13] 徐泽水. 基于 FOWA 算子的三角模糊数互补判断矩阵排序法[J]. 系统工程理论与实践，2003，10：86-89.

[14] 徐泽水. 三角模糊数互补判断矩阵排序方法研究[J]. 系统工程学报，2004，01：85-88.

[15] Liou T S, Wang M J. Ranking fuzzy numbers with integral value[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1992(3): 247-255.

[16] Kaufman A, Gupta M M. Introduction to fuzzy arithmetic: theory and application[M]. New York: Van Nostrand Reinhold, 1985.

[17] 徐泽水. AHP 中两类标度的关系研究[J]. 系统工程理论与实践，1999，19(7)：98-101.

[18] 徐泽水. 模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J]. 系统工程学报，2001，16(4)：311-314.

（责任编辑：尹　闯）

（上接第 24 页 Continue from page 24）

[19] Kerre E E. The use of fuzzy set theory in electrocardiological diagnostics[J]//Gupta M M, Sanchez E(Eds.). Approximate reasoning in decision analysis. North-Holland, Amsterdam, 1982: 277-282.

[20] Bass S M, Kwakemaak H. Rating and ranking of multiple-aspect alternatives using fuzzy sets[J]. Automatica, 1977, 13: 47-58.

[21] Dubois D, Prade H. Ranking of fuzzy numbers in the setting of possibility theory[J]. Information Sciences, 1983, 30: 183-224.

[22] Chen S H. Ranking fuzzy numbers with maximizing set and minimizing sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1985, 17: 113-129.

[23] Fortemps P, Roubens M. Ranking and defuzzification methods based on area compensation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 82: 319-330.

[24] Vania Peneva, Ivan Popchev. Comparison of clusters from fuzzy numbers[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1998, 97: 75-81.

（责任编辑：尹　闯）