

基于剪力滞效应研究箱型梁的附加弯矩和挠度*

Analysis of Additional Bending Moment and Deflection of Boxgirders Based on Shear Lag Effect

邓尚敏^{1,2}, 赵修敏¹, 杨绿峰¹

DENG Shang-min^{1,2}, ZHAO Xiu-min¹, YANG Lu-feng¹

(1. 广西大学工程防灾与结构安全教育部重点实验室, 广西南宁 530004; 2. 南宁市建筑设计院, 广西南宁 530023)

(1. Key Lab of Engineering Disaster Prevention and Structural Safety of China Ministry of Education, Department of Civil Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China; 2. Institute of Architecture and Building Design, Nanning, Guangxi, 530023, China)

摘要:利用多项式建立箱型梁剪力滞效应分析的一维离散有限元模型,通过箱型梁翼缘板的纵向转角位移差函数建立附加弯矩和附加挠度计算公式,计算分析宽高比、宽跨比、高跨比等因子对箱型梁截面的附加弯矩和附加挠度的影响。结果表明,利用一维离散有限元法计算分析箱型梁附加弯矩和挠度的精度较高,结果可靠。箱型梁宽跨比或宽高比增大时,剪力滞效应所产生的附加弯矩对箱型梁的影响随之增大。箱型梁翼缘宽度对附加弯矩和附加挠度的影响较大,而箱型梁高度能够显著提高箱梁截面的抗弯刚度。

关键词:箱型梁 弯矩 挠度 剪力滞 有限元

中图分类号:O342 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-9164(2010)03-0223-04

Abstract: Additional bending moment introduced by shear lag effect on box girders was analyzed based on the one-dimensional finite element method. The effects of the depth-span ratio, width-span ratio and width-depth ratio on deflection, bending moment and additional bending moment of box girders were investigated in details, respectively. The results obtained from one-dimensional finite element method agree well with those by close-form solutions, which show the effectiveness of the presented method. Examples demonstrate that the additional bending moment introduced by the shear lag effect on the box-girders increases with the widthspan ratio and the width-depth ratio. The flange-width of box-girder is greater impact on additional bending moment and additional deflection, but the depth can enhance the flexural rigidity.

Key words: boxgirder, bending moment, deflection, shear lag effect, finite element

薄壁箱型梁以其强度高、刚度大、重量轻的优点在大跨度桥梁方面得到广泛应用。已有研究表明^[1,2],在箱型梁结构中由剪力滞效应能够显著影响结构的实际应力分布,若忽略其影响将低估外荷载在箱型梁结构中产生的挠度及应力,会带来箱型梁结构失稳和局部破坏的安全隐患。历史上曾经多次发生因设计阶段忽视剪力滞影响而导致桥梁破坏的工程事故,现役箱型梁桥梁中也屡屡发生因未考虑剪力滞效应而造成桥梁翼板横向裂缝等问题。因此,剪力滞效应产生

的附加弯矩理应得到重视。

对薄壁箱型梁剪力滞效应的分析是一个经典课题。Moffatt 和 Dowling^[3]通过有限单元法对影响箱梁剪力滞效应的各种参数作了系统的分析与研究,提出了不同宽跨比、支承形式、截面加劲情况下的有效宽度比。魏丽娜等^[4]在有限单元分析基础上,提出采用当量截面法的剪力滞近似计算方法。罗旗帜等^[5,6]以剪力滞微分方程的齐次解为位移模式,建立了平面梁单元的半解析有限段模型。杨绿峰等人利用简便实用的插值多项式构造箱梁单元位移模式,研究建立了箱型梁剪力滞分析的一维离散有限单元^[2,7,8],并在考虑材料、荷载随机因素的基础上,研究了箱型梁的随机剪力滞效应^[8,9]。

传统上对剪力滞效应的研究侧重于分析翼缘断面上应力沿横向分布的不均匀性,并以剪力滞系数表

收稿日期:2010-03-20

修回日期:2010-04-18

作者简介:邓尚敏(1977-),男,硕士,工程师,主要从事结构设计。

* 国家自然科学基金项目(50768001);广西自然科学基金重点项目(桂科自 0991020Z);广西科技计划基金项目(桂科能 0992028-7);广西理工科学实验中心重点项目(LGZX201002)资助。

示应力增大的程度。由于剪力滞效应对箱梁结构的影响,使得箱梁的挠度与截面弯矩之间不满足传统的Euler梁理论,需要考虑附加弯矩对箱梁挠曲的影响。因此为了便于结构设计和计算,本文重点研究剪力滞效应在箱梁截面上产生的附加弯矩。我们先利用三次曲线拟合剪力滞效应对翼板纵向位移的影响,通过引入翼缘纵向转角位移差函数,将三维问题降低为一维离散问题,据此建立考虑箱梁剪力滞效应的有限元刚度方程,计算箱型梁截面附加弯矩,分析宽高比、宽跨比和高跨比等因子对附加弯矩和箱梁挠度的影响。

1 薄壁梁的位移和总势能泛函

如图1和图2所示的箱型梁发生横力弯曲时,通常假定腹板的纵向位移符合平截面假定,但是其上下翼缘板的纵向(x轴方向)变形不符合平截面假定。这里根据实验数据假定上下翼缘板的纵向位移 $u(x,y)$ 沿翼缘板横向(y轴方向)呈三次曲线分布:

$$u(x,y) = h \left[\frac{dw}{dx} + \left(1 - \frac{y^3}{b^3}\right) v(x) \right], \quad (1)$$

式中, w 表示箱梁的挠度; h 表示翼缘距中性轴(与 y 轴的位置相重合)的距离; b 表示翼板宽度; $v(x)$ 表示剪切变形所引起的翼缘板纵向转角位移差函数,它和剪力滞效应在箱梁截面上引起的附加弯矩 $M_F(x)$ 相对应,而且有^[9]:

$$M_F(x) = \frac{3}{4} EI_{s1} v', \quad (2)$$

式中, I_{s1} 表示箱梁上下翼缘板的横截面对箱梁截面中性轴的惯性矩,具体表达式见本节随后的推导; E 表示杨氏模量; v' 表示 v 对坐标 x 的一阶导数。

需要说明的是,对应于上翼板、翼板悬挑部分和下翼板,(1)式中的 h 和 b 分别取图2中的 h_1 和 b_1 、 h_2 和 b_2 、 h_3 和 b_3 。

箱型梁在分布荷载 $q(x)$ 作用下的总势能泛函^[8,9]:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_l \{ \chi \}^T [D] \{ \chi \} dx - \int_{l_q} \{ d \}^T \{ T \} dx, \quad (3)$$

式中, $\{ d \} = [v, w]^T$; $\{ \chi \} = [w', v, v]^T$; $\{ T \} = [0, q]^T$,

$$[D] = \begin{bmatrix} EI & \frac{3}{4} EI_{s1} & 0 \\ \frac{3}{4} EI_{s1} & \frac{9}{14} EI_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{9}{10b^2(1+v)} EI_{s1} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

这里, l 表示箱型梁的长度; l_q 表示荷载 q 沿 x 方向分布的范围; I 表示箱梁横截面对中性轴的惯性矩,且:

$$I = I_w + I_{s1}. \quad (6)$$

这里, I_w 和 I_{s1} 分别表示箱梁腹板和翼缘横截面对箱梁截面中性轴的惯性矩,且:

$$I_{s1} = 2t_u b_1 h_1^2 + 2t_u b_2 h_2^2 + 2t_b b_3 h_3^2, I_w = \int_A z^2 dA, \quad (7)$$

式中, A 表示腹板断面面积; h_1 、 h_2 分别表示上翼板及其悬挑部分距箱梁断面中性轴的距离; h_3 表示下翼缘板中线到中性轴的距离; b_1 表示两个腹板之间的上翼板宽度之半; b_2 表示上翼板悬挑部分的宽度; b_3 表示两个腹板之间的下翼板宽度之半; t_u 表示上翼缘板的厚度; t_b 表示表示下翼缘板的厚度。

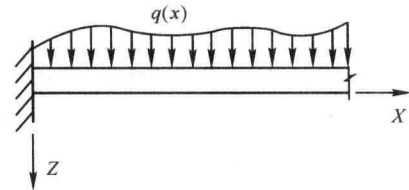


图1 箱型梁及横向荷载示意

Fig. 1 Boxgirder and loads

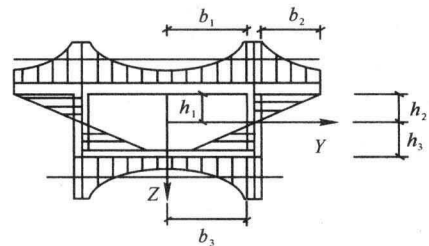


图2 箱梁横截面及剪力滞效应示意

Fig. 2 Dimensions of the cross section for boxgirder and Shear lag effect

2 箱型梁截面的附加弯矩计算

2.1 计算方法

在箱型梁总势能泛函中,自变函数 $w(x)$ 和 $v(x)$ 都是一元函数,所以可以建立箱型梁一维离散有限元计算模型。图3所示为箱梁的典型离散单元 e ,结点1、2分别代表箱型梁单元左右两个截面。单元结点位移向量为:

$$\begin{matrix} 1 & 2 & x \\ \bullet & \bullet & \rightarrow \\ (v_1, w_1, \theta_1) & (v_2, w_2, \theta_2) \end{matrix}$$

图3 一维离散箱梁单元

Fig. 3 One-dimension discrete element of box-girder

$$\{ a \}^e = [v_1^e, w_1^e, \theta_1^e, v_2^e, w_2^e, \theta_2^e]^T \quad (8)$$

其中, θ_i^e 表示截面转角,是截面挠度 w_i^e 的一阶导数。

所以利用插值多项式可以建立单元 e 上的位移 $\{ d \}^e$ 的位移模型:

$$\{ d \}^e = [N] \{ a \}^e, \quad (9)$$

式中:

$$\{d\}^e = \begin{bmatrix} v^e \\ w^e \end{bmatrix},$$

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & N_3 & 0 & N_5 & N_6 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

这里 N_i 是插值形函数,且:

$$N_1 = 1 - \xi, N_2 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, N_3 = l_e(\xi - 2\xi^2 + \xi^3), N_4 = \xi, N_5 = 3\xi^2 - 2\xi^3, N_6 = -l_e(\xi^2 - \xi^3), \quad (11)$$

其中, ξ 是无量纲物理量,可以根据单元坐标和单元长度 l_e 定义为 $\xi = x/l_e$.

结合(4b)式和(9)式,可得:

$$\{\chi\}^e = [B]\{a\}^e, \quad (12)$$

其中, $[B]$ 为形变矩阵,且:

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & N_2' & N_3' & 0 & N_5' & N_6' \\ N_1' & 0 & 0 & N_2' & 0 & 0 \\ N_1' & 0 & 0 & N_2' & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由于总势能是标量,所以单元总势能和箱梁总势能在形式上完全相同,只是二者的积分域不同,所以结合(3)、(9)、(10)式可得箱梁单元总势能泛函:

$$\Pi^e = \frac{1}{2} (\{a\}^e)^T [K]^e \{a\}^e - (\{a\}^e)^T \{P\}^e, \quad (14)$$

式中:

$$[K]^e = \int_{l_e} [B]^T [D] [B] dx,$$

$$\{P\}^e = \int_{l_e} [N]^T \{T\} dx.$$

则根据变分原理 $\delta \Pi^e = 0$ 可求得一维离散有限单元的刚度方程:

$$[K]^e \{a\}^e = \{P\}^e. \quad (15)$$

随后根据常规有限元格式,可将全部单元刚度方程聚合为总体刚度方程,进而通过求解线性代数方程组得到箱型梁离散结点上的位移向量,将其中的翼板纵向转角位移差 u_i 代入(2)式,可以求得箱梁截面单元 e 的任一截面 x 上的附加弯矩:

$$M_F(x) = \frac{3}{4} EI_{s1} \frac{dv^e}{dx} = \frac{3}{4} EI_{s1} (N_1' u_1 + N_4' u_2). \quad (16)$$

2.2 算例分析

一简支直线箱形梁,受均布荷载 $q = 10 \text{ kN/m}$ 作用,其跨径为 $l = 10 \text{ m}$,泊松比 $\nu = 0.385$,弹性模量 $E = 3.0 \text{ GPa}$,截面尺寸如图4所示, $h = 600 \text{ mm}$, $b_1 = b_2 = 300 \text{ mm}$,其它尺寸如图5所示(单位 mm)。利用本文方法将箱梁沿 x 轴方向离散为8个一维单元(因为离散为8个单元时其结果已收敛),分别计算跨中的挠度、附加弯矩与总弯矩,并同解析解相比较的结果(表1)显示,本文方法的计算结果与解析法基本吻合,证明本文方法是正确的和可靠。

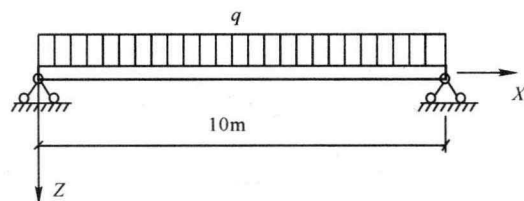


图4 箱型梁及外荷载示意

Fig. 4 Simply supported boxgirder subjected to uniform load

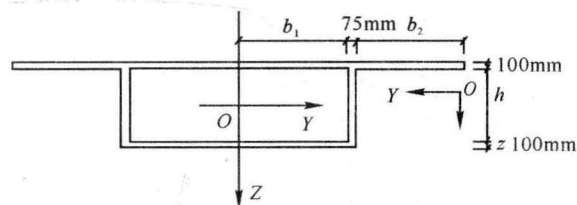


图5 箱型梁截面几何尺寸示意

Fig. 5 Dimensions of the cross section of boxgirder

表1 简支箱梁的跨中挠度、弯矩和附加弯矩

Table 1 Deflection, bending moment and additional bending moment of boxgirder

计算方法 Method	跨中挠度 Deflection ($\times 10^{-2} \text{ m}$)	跨中弯矩 Bending moment ($\times 10^{-1} \text{ kN} \cdot \text{M}$)	跨中附加弯矩 Additional bending moment ($\times 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{M}$)
本文方法 Present	3.97013	1.269091	6.052047
解析法 Analytical	3.92419	1.256073	6.072691

(I) 保持箱梁截面高度不变,通过变动腹板间距来改变翼缘宽度,从而改变箱梁的宽高比 $r_1 = (b_1 + b_2)/h$,利用本文方法计算箱梁跨中截面附加弯矩在截面总弯矩中所占比例(称之为相对附加弯矩)以及截面附加挠度(总挠度减去普通梁理论算得的挠度)随宽高比 r_1 而改变的规律(图6)显示,随着宽高比的不断增加,箱梁截面上的相对附加弯矩和截面附加挠度将持续增大,其主要原因是箱型梁宽高比的增大将增大箱梁剪力滞效应。

(II) 保持箱梁跨度不变,通过变动腹板间距来改变翼缘宽度,从而改变箱梁的宽跨比 $r_2 = (b_1 + b_2)/l$,利用本文方法计算宽跨比 r_2 对箱梁跨中截面相对附加弯矩和截面附加挠度的影响结果(图7)显示,随着宽跨比 r_2 不断增加,箱梁截面上的相对附加弯矩持续加大,同时箱梁的附加挠度有所增加。

从宽高比 r_1 、宽跨比 r_2 对箱型梁附加弯矩和挠度的影响可以看出,箱梁截面上翼缘板的宽度对附加弯矩有重要影响。因此结构设计时如果增加翼板宽度,必须考虑附加弯矩增大的部分对箱型梁的影响。

(III) 保持箱梁跨度不变,通过变动箱梁截面高度来改变箱梁的高跨比 $r_3 = h/l$,利用本文方法计算分析高跨比 r_3 对箱梁跨中截面相对附加弯矩和截面附加挠度的影响结果(图8)显示,随着箱型梁高跨比的

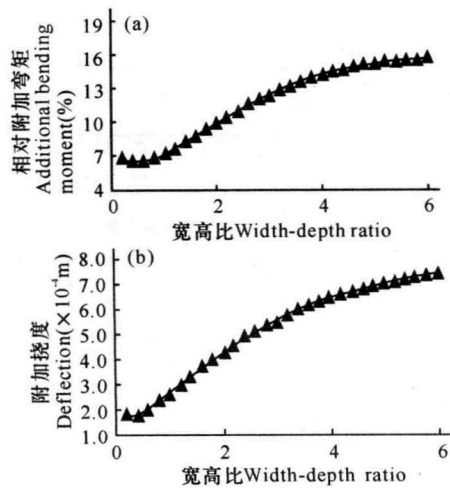


图6 跨中截面相对附加弯矩(a)和附加挠度(b)与宽高比的关系

Fig. 6 Effects of the width-depth ratio on additional bending moment (a) and additional deflection (b) of box girders

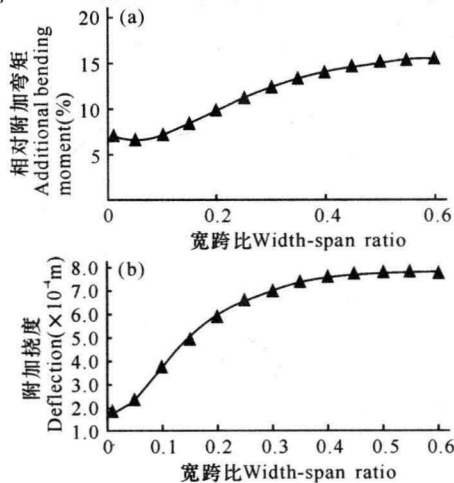


图7 跨中截面相对附加弯矩(a)和附加挠度(b)与宽跨比的关系

Fig. 7 Effects of the width-span ratio on additional bending moment (a) and additional deflection (b) of box girders

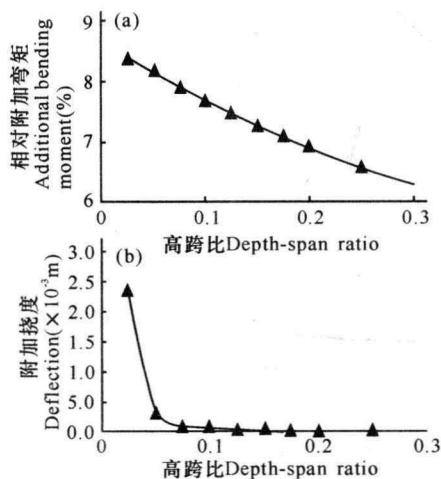


图8 跨中截面相对附加弯矩(a)和附加挠度(b)与高跨比的关系

Fig. 8 Effects of the depth-span ratio on additional bending moment (a) and additional deflection (b) of box girders

不断增加,其相对附加弯矩略有减小,同时箱梁的附加挠度快速减少。

从箱梁宽高比、高跨比对箱型梁附加弯矩和附加挠度的影响可以看出,箱梁截面的腹板高度对箱梁截面的剪力滞效应和附加弯矩的影响不是很明显,但是由于腹板高度可以显著增强箱梁截面的抗弯刚度,所以可以有效减小箱梁的附加挠度。

3 结论

本文利用多项式建立了箱型梁剪力滞效应分析的一维离散有限元模型,利用翼缘板的纵向转角位移差函数建立了附加弯矩计算公式和附加挠度,分析了宽高比、宽跨比、高跨比等因子对箱型梁截面的附加弯矩和附加挠度的影响。结果表明:

(I)箱梁剪力滞效应分析的一维离散有限元法的精度较高,结果可靠。

(II)箱型梁截面的翼缘宽度尽管可以在一定程度上提高箱梁截面的抗弯刚度,但是由于它能够显著加大箱型梁剪力滞效应,增大梁的附加弯矩,使得箱梁的挠度增大,所以在工程设计中应加以合理控制。

(III)箱型梁的腹板高度尽管对箱型梁的剪力滞效应和附加弯矩影响不大,但是它可以显著提高截面的抗弯刚度,从而抵消附加弯矩的负面影响。所以设计中应该保持一定的腹板高度,从而控制桥梁挠度。

参考文献:

- [1] 谢宝来,孙东利.箱梁有限宽度的研究[J].城市道路与防洪,2007(11):91-93.
- [2] 高亮,杨绿峰,赵艳林.一维离散有限元法计算箱形梁剪力滞效应[J].广西大学学报,2003,28(3):269-272.
- [3] Moffatt K R, Dowlng P J. Shear lag in steel box girders [J]. Structural Engineering, 1975, 53(10): 439-448.
- [4] 魏丽娜,方放,余天庆,等.变截面箱形梁剪力滞效应的近似计算方法[J].土木工程学报,1997,30(1):64-72.
- [5] Luo Q Z, Li Q S, Liu D K, et al. A modified finite segment method for thin-walled single-cell box girders with shear lag, Proceedings of the Institution of Civil Engineers [J]. Structures and Buildings, 2001, 146(1): 41-46.
- [6] 吴幼明,罗旗帜,岳珠峰.薄壁箱梁剪力滞计算的梁段有限元法[J].中国铁道科学,2003,24(4):64-68.
- [7] 杨绿峰,秦荣,李桂青.广义参数有限元法分析箱型梁的剪力滞效应[J].贵州工业大学学报,1997,26(S1):84-87.
- [8] Yang L F, Leung A Y T, Li Q S. The stochastic finite segment in the analysis of the shear-lag effect on box-girders[J]. Engineering Structures, 2001, 23:1461-1468.
- [9] 杨绿峰.模糊随机有限元法及其应用[D].武汉:武汉工业大学,1998.

(责任编辑:邓大玉)