

# 增设左转绿灯的交叉路口混合交通流模型研究\*

## Study on Mixed Traffic Flow Model of Setting the Turn-left Green Light on Crossroads

吴君, 谭惠丽, 孔令江, 刘慕仁

WU Jun, TAN Hui-li, KONG Ling-jiang, LIU Mu-ren

(广西师范大学物理科学与技术学院, 广西桂林 541004)

(College of Physics Science and Technology, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi, 541004, China)

**摘要:** 建立周期性边界条件下的十字交叉路口元胞自动机混合交通流模型, 增设左转绿灯, 而且规定转弯车的最大数量, 研究配时问题、主道初始密度以及混合比例系数对交通流的影响。结果发现, 配时问题对交通流的影响较大, 合理配置红绿灯时间可以改善交通, 增设左转绿灯可以达到缓解拥堵, 提高道路利用率。

**关键词:** 交通流 红绿灯 边界条件 元胞自动机

中图分类号: O550 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2010)01-0052-04

**Abstract** A model for mixed traffic flow of a single intersection with periodic boundary conditions is established. The model investigates the effect to traffic flow under different parameters such as time distribution, the initial density of main road and the proportion of mixture coefficient etc. by considering the situation of setting turn-left green light and the maximum number of turning vehicle. The results show that the effect of time distribution is greater to traffic flow. The traffic would be improved if the traffic lights are configured reasonably. Setting turn-light green light can ease traffic jams and raise the utilization rate of road.

**Key words** traffic flow, cellular automata, traffic light, boundary

在城市交通中, 在各交叉口处, 交通拥堵已成为普遍的现象。为解决道路拥堵问题, 提高道路通行能力, 红绿灯起着确定性作用, 对它合理地设置能较好的控制和管理干道和支道车辆的有序运行。对有信号灯的交叉路口的城市交通流, 已有多方面的研究。D. Chowdhury 等<sup>[1]</sup>将一维 CA 交通流的 NS 模型<sup>[2]</sup>和二维的 BML 模型<sup>[3]</sup>结合而形成城市交通网 CA 模型, 给出了车辆分别在红灯和绿灯周期内在交叉路口间运动的平均速度关系式。在文献 [1] 的研究基础上, E. Brockfeld<sup>[4]</sup>等研究红绿灯周期对交通系统的影响, 提出几种红绿灯信号方案。文献 [5] 对如何合理地设置红绿灯时间的配时问题进行研究, 并确定了不同交通状况下的最佳配时问题。文献 [6] 研究了过路口车辆的转向概率和边界条件对主道交通状况的影响以及这两个因素对改善交通的组织作用, 得到一

些有意义的结果, 文献 [7] 研究二维主干道模型的交通流特性, 分析由于红绿灯的控制作用形成的交通及其传播特性, 并研究了红绿灯周期、交叉口间距离对交通流量的影响。对于只存在红灯和绿灯的十字路口, 左转车辆势必会对主道交通造成阻碍作用, 因此, 为缓解左转车辆带来的阻碍作用, 本文将在只有由红灯和绿灯组成的周期模型基础上, 增设左转绿灯, 而且规定转弯车的最大数量, 研究红绿灯周期配时问题、混合比例系数等因素对系统的交通流带来的影响, 为合理的控制和管理有交叉路口的交通流提供参考。

## 1 模型和演化规则

### 1.1 模型

模型如图 1 所示, 由 2 条长为  $L$  的东西向主道和两条长为  $L$  的南北向支道的离散格点组成, 交叉路口由主道和支道在中点交叉组成, 并在交叉口处设置信号灯, 主道上的车辆由西向东行驶, 支道上的车辆由南向北行驶, 在交叉口上,  $A_i$  车道的车辆向北行驶,

收稿日期: 2009-10-12

作者简介: 吴君 (1985-), 女, 硕士研究生, 主要从事交通流研究。

\* 国家自然科学基金项目 (10562001, 10762005, 10962002) 资助。

B<sub>1</sub> 车道上的车子向东行驶, A<sub>4</sub>, B<sub>1</sub> 车道上的车辆可向东行驶或向北行驶。每个格点或为空,或被一辆最大速度为 1 或最大速度为 2 的车辆所占据。图 1 中 L<sub>c</sub> 与 L<sub>b</sub> 为左转车行驶车道,即左转车辆更偏向于在 L<sub>c</sub> 和 L<sub>b</sub> 上行驶,慢车最大速度为 V<sup>1</sup><sub>max</sub> = 1,快车最大速度为 V<sup>2</sup><sub>max</sub> = 2,每一种类型的车辆状态由其本身的速度 V<sup>j</sup> 所表示, V<sup>j</sup> ∈ [0, V<sup>j</sup><sub>max</sub>], 其中 j = 1, 2 横向车道用 x 表示,纵向车道用 y 表示

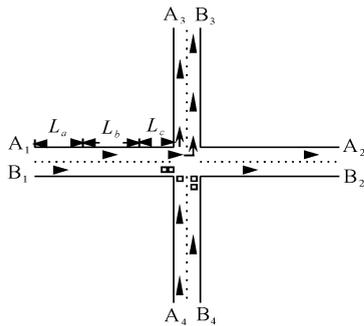


图 1 双车道十字路口模型(左行绿灯时期)

Fig. 1 The model of two-lanes intersection(the period of the turn-left green light)

矩形表示遇红灯静止车辆,箭头表示前进车辆

Rectangle denotes the vehicles stop at the light turns red, arrow denotes the vehicles moving forward.

## 1.2 演化规则

### 1.2.1 车辆的转道规则

(1) 处于 L<sub>c</sub> 路段的车辆不换道;

(2) 处于 L<sub>b</sub> 路段上的车辆采用特殊的换道规则:

① 当 (d<sup>i</sup><sub>other</sub> ≥ 1 or d<sup>i</sup> = d<sup>i</sup><sub>other</sub> = 0) and d<sup>i</sup><sub>back</sub> > v<sub>ob</sub> 时,若 nl ≥ p<sup>\*</sup> num<sub>x</sub>, A<sub>1</sub> 车道的车辆将以概率 (1 - P<sub>l</sub>) 从 A<sub>1</sub> 车道换到 B<sub>1</sub> 车道上,若 nl < p<sup>\*</sup> num<sub>x</sub>, B<sub>1</sub> 车道的车辆将以概率 P<sub>l</sub> 从 B<sub>1</sub> 车道换到 A<sub>1</sub> 车道上 ② 对于其他情况只有当 d<sup>i</sup> = 0 and d<sup>i</sup><sub>other</sub> > 0 and d<sup>i</sup><sub>back</sub> > v<sub>ob</sub> 时,车辆将以概率 P<sub>c</sub> 从本道换至旁道上

(3) 其他路段均采用对称的双车道 NS 模型: 当 d<sup>i</sup><sub>l</sub> < min(V<sup>1</sup> + 1, V<sup>2</sup><sub>max</sub>) and d<sup>i</sup><sub>other</sub> > d<sup>i</sup> and d<sup>i</sup><sub>back</sub> > v<sub>ob</sub> 时,车辆将以概率 P<sub>c</sub> 从本道上换至旁道上

以上各量的意义: j (1, 2) 表示不同最大速度的车辆标识, d<sup>i</sup><sub>l</sub>, d<sup>i</sup><sub>other</sub> 分别表示第 i 辆车与本道和旁道上前车之间的空格数, d<sup>i</sup><sub>back</sub> 表示与旁道上后车之间的空格数, v<sub>ob</sub> 表示旁道相对于当前位置后面邻近车辆的速度, nl 表示已从 A<sub>1</sub> 车道转入支道上的车辆数目, num<sub>x</sub> (num<sub>y</sub>) 表示 A<sub>1</sub> 和 B<sub>1</sub> (A<sub>4</sub> 和 B<sub>4</sub>) 车道上的车辆数目, P<sub>l</sub> 表示可转弯车的数量占路口前道路上车辆数的比例, 则 P<sub>l</sub><sup>\*</sup> num<sub>x</sub> (P<sub>l</sub><sup>\*</sup> num<sub>y</sub>) 表示主(支)道上可以转入支道(主道)上的最多车辆数。

### 1.2.2 车辆更新规则

信号周期 T 由 3 个部分组成。(1) 左行绿灯时步 T<sub>l</sub>, B<sub>1</sub>, A<sub>4</sub>, B<sub>4</sub> 车道上欲进入交叉口的车辆在交叉口前停止,其余车辆按 NS 模型规则运动, A<sub>1</sub> 车道进入交叉口的车辆将转到 A<sub>3</sub>, B<sub>3</sub> 车道上;(2) 直行绿灯时步 T<sub>g</sub>, A<sub>1</sub>, A<sub>4</sub>, B<sub>1</sub> 车道上欲进入交叉口的车辆在交叉口前停止,其余车辆按 NS 模型规则运动;(3) 红灯时步 T<sub>r</sub>, A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub> 车道上欲进入交叉口的车辆在交叉口前停止,其余车辆按 NS 模型规则运动, A<sub>4</sub>, B<sub>4</sub> 车道上的车辆将以概率 P<sub>c</sub> 转向 A<sub>2</sub>, B<sub>2</sub> 车道上,而且最多可转入 P<sub>c</sub><sup>\*</sup> num<sub>y</sub> 辆车

## 2 计算模拟及结果分析

为进行计算模拟,定义如下有关交通流性质的量,用 x 表示主道, y 表示支道

t 时步主道和支道的车辆密度:

$$d_{xt} = \frac{N_{xt}}{2L}, d_{yt} = \frac{N_{yt}}{2L}$$

t 时步主道和支道的车辆平均速度:

$$v_{xt} = \frac{1}{N_{xt}} \sum_{i=1}^{N_{xt}} v_x(i, t), v_{yt} = \frac{1}{N_{yt}} \sum_{i=1}^{N_{yt}} v_y(i, t)$$

t 时步主道和支道的流量:

$$J_{xt} = d_{xt}^* v_{xt}, J_{yt} = d_{yt}^* v_{yt},$$

其中 N<sub>xt</sub>, N<sub>yt</sub> 是 t 时步主道和支道上的车辆总数

$$\text{主道和支道的平均流量: } J_x = \frac{\sum J_{xt}}{f}, J_y = \frac{\sum J_{yt}}{f}.$$

采用周期行边界条件进行模拟,演化 500 个周期 (T), 从 300 个周期后开始进行数据统计, 即对 200 个周期 (f = 200 \* T) 的值做统计平均, 则有

$$d_x = \frac{\sum d_{xt}}{f}, d_y = \frac{\sum d_{yt}}{f}, v_x = \frac{\sum v_{xt}}{f}, v_y = \frac{\sum v_{yt}}{f}, J_x = \frac{\sum J_{xt}}{f}, J_y = \frac{\sum J_{yt}}{f},$$

整个系统的平均流量定义为:

$$J_{avg} = (J_x + J_y) / 2$$

在模拟过程中定义绿信比 G = T<sub>g</sub> / (T - T<sub>r</sub>), n 为不同最大速度的车的混合比例系数, 即 n = 慢车数 : 快车数, 在以下图中, 每一点代表 15 个样本的平均值

从图 2 可以看到, 在 P<sub>l</sub> < 0.45 时, 系统平均流量 (15 个样本的平均值) 和主道流量都随 P<sub>l</sub> 的增大而增大, 当 P<sub>l</sub> ≥ 0.45 后, 主道流量将不再随 P<sub>l</sub> 的增大而变化, 而是趋于稳定, 而系统平均流量将随着 P<sub>l</sub> 的增大而减小, 并且流量的最大值出现在 P<sub>l</sub> = 0.45 处。因此下面的模拟均取 P<sub>l</sub> = 0.45 进行模拟。

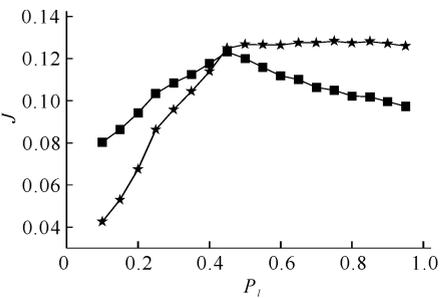


图 2 系统平均流量和主道流量随左转弯车数量比例的变化关系 ( $n = 0.2, T_l = 20, T = 100$ )

Fig. 2 The relational pattern of the average flow of system, the flow of main road vary with the quantitative proportion of the vehicles want to turn left ( $n = 0.2, T_l = 20, T = 100$ )

—■—: 系统平均流量; —★—: 主道流量.  
—■—: Average flow of system; —★—: Flow of main road.

## 2.1 配时问题分析

从图 3 可以看到,在周期  $T$  分别取 100 150 200 时,系统的平均流量都在  $T_l = 40$  时获得最大值,而且流量随  $G$  的变化趋势相同,都是先增大后减小.这是由于在  $G$  取值较小时,红灯时期较长,支道处于自由流的状态时间较长,流量较大,主道则随着  $G$  的增大,自由流的状态时间变长,流量增大,从而使系统平均流量增大,而随着  $G$  的继续增大,支道处于自由运动时间缩短,流量降低,并且此时主道上的流量因为车辆密度减小而减小,从而使得系统平均流量降低.

从图 3(d) 可以看到,当  $T_l = 20$  时,出现了流量最大值.曲线随  $G$  的变化都是先增大到一定值而后减小.这是由于在  $G$  小于一定值时,随着  $G$  的增大,主道上的车辆能较畅通地行驶,速度增大,虽然在左转绿灯时步主道上的一部分车辆转向了支道,但是因为此时  $G$  小于一定值,使得支道上的车有充足的时间以一定的概率转到主道上,从而主道上的车辆数目不会减少,因此,速度增大,使得流量增大;但是当  $G$  取到一定值后,随着  $G$  的增大,由于红灯时间缩短,支道上的车辆没有充足的时间转向主道,而主道上的车辆依旧按着一定的车辆比例转向支道,从而使主道上车辆减少,密度减小,流量也跟着减小.

从图 3 中我们还可以看到,不论是对主道流量还是系统平均流量,不同的周期  $T$  以及不同的  $T_l$ ,要达到最大流量,  $G$  的取值是不同的.因此,对于不同的周期和左转绿灯时间,要适当地调整  $G$  的比值,以使车辆能较为畅通的行驶,增大流量,减缓道路拥堵情况.

## 2.2 不同混合比例系数下,主道初始密度与主道流量关系分析

在交叉路口上,主道占着重要的地位.根据图 3 中的 (d) 图,取  $T = 100, T_l = 20$  进行数值模拟的结果如图 4 所示.

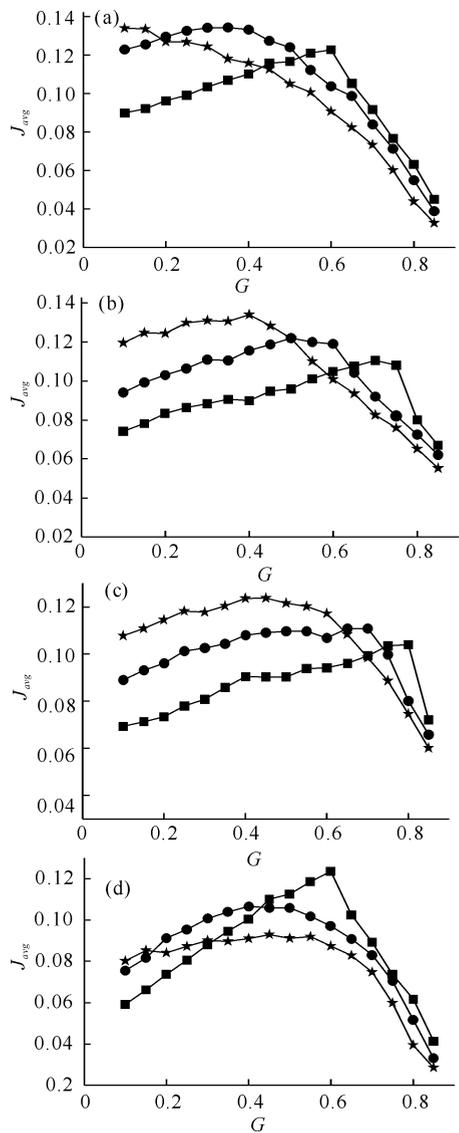


图 3 不同左行绿灯时步下不同周期下的绿性比与流量的关系 ( $n = 0.2, P_l = 0.45, d_0 = d_0 = 0.2$ )

Fig. 3 Traffic flow diagrams with different period of the turn-left green lights and optimum green ratios ( $n = 0.2, P_l = 0.45, d_0 = d_0 = 0.2$ )

(a), (b), (c) 分别是周期为 100, 150, 200 时,绿性比与系统平均流量的关系; (d) 是周期为 100 时,绿性比与主道流量的关系.

(a), (b), (c) The relations of optimum green ratios and the mean flow of the system with period is 100, 150 and 200 (d) The relations of optimum green ratios and the flow of the main road with period is 100.

—■—:  $T_l = 20$ ; —●—:  $T_l = 30$ ; —★—:  $T_l = 40$

从图 4 (a) 中看到,流量随密度的变化先增大,当主道初始密度  $d_0 > 0.2$  时,不同的混合比例系数的流量都将趋于稳定,当  $n = 0$  时,道路上都是快车,因此速度较大,流量较大,当  $n = 1$  时,道路上都为慢车,速度较小,流量较小,但当混合比例系数  $n \geq 0.4$  时,流量值相差较小,即当混合比例系数达到一定值后,混合比例系数对流量的影响较小.这是因为随着  $n$  增大,道路上的慢车越来越多,由于速度受到 NS 模

型中的随机慢化概率的影响,导致左转车辆在左行绿灯时步内有可能处于静止或者速度较小的状态,而使得车辆来不及左转而继续停留在主道上,因此随着  $n$  增大,将有越来越少的车辆转向支道,从而使主道的车辆密度逐渐变大。然而随着  $n$  增大,由图 4(b)看到,车辆平均速度变小,因此流量变化较小。

从图 4(b)可以看到,随着主道的初始密度的增大,平均速度逐渐减小,不同的混合比例系数速度减小的快慢程度不同,混合比例系数越大,平均速度减小得越缓慢,但是速度都没有减小到零。由此可知,在主道初始密度较大时,流量并没有因为密度增大而减小,而是处于流量较大值。这是因为,虽然密度很大,车道被车辆占据了很大的部分,但是由于在左转弯时期,有一部分车辆转向了支道,使得主道又有了较多空间,因此使得每一时刻在主道上依旧有车辆是处于运动状态的,因此流量不会因密度的增大而减小。

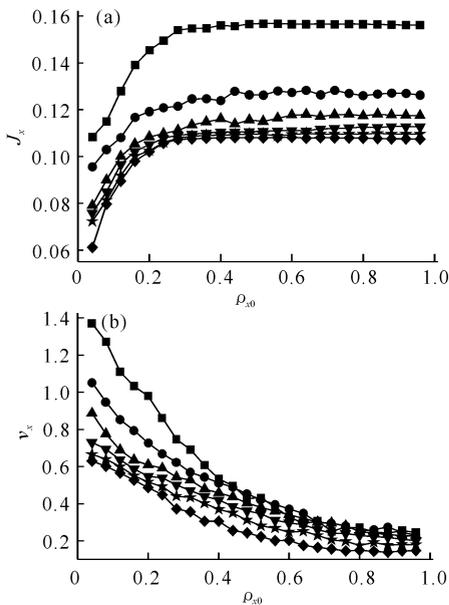


图 4 不同混合比例系数下主道流量 (a) 和平均速度 (b) 随主道初始密度的变化关系 ( $d_{y,0} = 0.2, T = 100, Tl = 20, Pl = 0.45$ )

Fig. 4 The flow of the main road (a) and the average speed (b) vary with the initial density distribution under various mixing ratio coefficient ( $d_{y,0} = 0.2, T = 100, Tl = 20, Pl = 0.45$ )

—■—:  $n = 0$ ; —●—:  $n = 0.2$ ; —▲—:  $n = 0.4$ ; —▼—:  $n = 0.6$ ; —★—:  $n = 0.8$ ; —◆—:  $n = 1$

从图 5 可以看到,无左转弯绿灯的流量比同条件下的有左转弯绿灯的流量小,而且在较高密度时,流量将随着密度的增大而减小。这是因为随着密度的增大,左转弯车的数量也在增多,左转弯车对道路的阻碍作用致使主道车辆不能较畅快地行驶,导致流量较小。由此可知,增设了左行绿灯,可以较好地提高车道的利用率,增大流量。

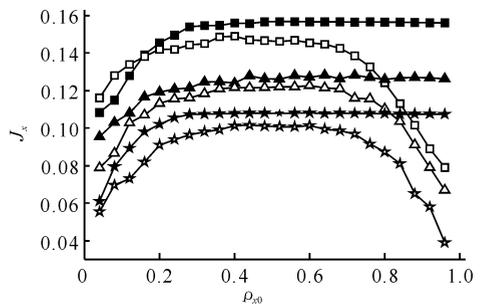


图 5 不同混合比例系数下有左转弯绿灯 (实心) 和无左转弯绿灯 (空心) 情况下的流量比较 ( $d_{y,0} = 0.2, T = 100, Pl = 0.45$ )

Fig. 5 With left-turning green light (solid) and non-left-turning green light (hollow) under various mixing ratio factors ( $d_{y,0} = 0.2, T = 100, Pl = 0.45$ )

—■—:  $n = 0$ ; —▲—:  $n = 0.2$ ; —★—:  $n = 1$ ; —□—:  $n = 0$ ; —△—:  $n = 0.2$ ; —☆—:  $n = 1$

### 3 结束语

本文建立了周期性边界的十字路口模型,增设左转弯绿灯,研究了配时问题和初始密度与流量的关系问题。模拟分析发现,配时问题对交通流的影响较大,因此合理的配置红绿灯时间,可以改善交通,另外,增设左转弯绿灯,可以达到缓解拥堵,提高道路利用率的目的。

参考文献:

- [1] Chowdhury D, Schadschneider A. Self-organization of traffic jams in cities: effects of stochastic dynamics and signal periods [J]. Phys Rev E, 1999, 59 R 1311-R 1314.
- [2] Nagel K, Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic [J]. J Phys I (France), 1992(2): 2221-2229.
- [3] Bham O, Middleton A, Levine D. Self-organization and a dynamic traffic-flow models [J]. Phys Rev A, 1992, 46 R6124.
- [4] Brockfeld E, Barlovic, Schadschneider A, et al. Optimizing traffic lights in a cellular automaton model for city traffic [J]. Phys Rev E, 2001, 64 056132.
- [5] 谭惠丽,刘慕仁,孔令江. 十字路口红绿灯的控制效应 [J]. 广西师范大学学报: 自然科学版, 2008, 26(2): 18-21.
- [6] 黄兵花,谭惠丽,孔令江,等. 开放性边界条件下二维可转向主干道交通流模型的研究 [J]. 物理学报, 2005, 54(7): 3044-3050.
- [7] 刘海英,谭惠丽,孔令江,等. 十字交叉路口交通流的控制和管理研究 [J]. 广西科学, 2006, 13(4): 338-341.
- [8] Zhang Wei. Vehicular traffic flow at a intersection controlled by signal light with a new probability [J]. Physics Soc-ph, 2009, 0904: 3578.

(责任编辑: 邓大玉)