

共轭洛仑兹型混沌系统的同步控制方法*

Synchronization Control of Conjugate Lorenz Type Chaotic Systems

蒋炎华¹, 刘爱民¹, 张康明², 王泽晖²JIANG Yan-hua¹, LIU Ai-min¹, ZHANG Kang-ming², WANG Ze-hui²

(1. 玉林师范学院, 广西玉林 537000; 2. 南昌陆军学院, 江西南昌 330013)

(1. Yulin Normal University, Yulin, Guangxi, 537000, China; 2. Nanchang Academy of Army, Nanchang, Jiangxi, 330013, China)

摘要: 以共轭洛仑兹型系统为基础提出一种改进的同步控制方法, 应用该方法, 给出共轭洛仑兹型系统同步的一组充分条件及共轭洛仑兹型系统与洛仑兹型系统的异结构同步的数学模型, 并用数值模拟来验证理论的正确性和有效性. 数值模拟结果表明, 状态变量的控制参数值越大, 对应的状态变量同步所需时间越短; 当控制参数的最小值增大时, 系统同步时间就减短; 当 3 个控制参数取相同值时, 可以通过控制该参数值控制系统同步时间.

关键词: 共轭洛仑兹型系统 洛仑兹型系统 同步控制

中图分类号: O415, TN918 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2010)01-0048-04

Abstract Based on the conjugate Lorenz type chaotic system, an improved method of chaotic control and synchronization is proposed. Applying this method, a set of the sufficient conditions of synchronization of conjugate Lorenz type chaotic systems and the mathematic model of synchronization with different structure of conjugate Lorenz systems and Lorenz-type systems is given. The numerical simulations illustrate that control parameters are greater, the value of the corresponding state variables synchronize the time required are shorter. When the control parameters of the minimum increases, the system synchronization synchronize time shortened. Under the condition that all of the control parameters are same, the synchronization of time is controlled directly by the parameter values.

Key words conjugate Lorenz-type systems, Lorenz-type systems, control and synchronization

混沌及其应用是非线性科学研究领域中的一个热点问题. 现有的研究表明, 混沌同步在保密通讯、信号处理和生命科学等方面应用前景十分广泛. 近年来, 学者们已经提出了许多混沌同步控制的方法^[1-5]. 目前具有代表性的混沌系统的控制与同步方法有反馈控制、自适应控制、主动控制、脉冲控制等^[4,5].

由于混沌系统的动力学行为非常复杂, 到目前为止人们熟知的混沌吸引子并不多. Lorenz吸引子是迄今为止被研究的最为深入的混沌吸引子. 最近

Yang等^[6]基于 Lorenz型混沌系统的分类提出了一族共轭 Lorenz型系统 (包含有共轭 Lorenz系统、共轭 Chen系统和共轭 Lü系统):

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a(x_1 - x_2), \\ \frac{dx_2}{dt} = cx_1 + dx_2 + x_1x_3, \\ \frac{dx_3}{dt} = -bx_3 + x_1x_2, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $a > 0, b > 0, c + d < 0$. 由于共轭 Lorenz型系统是一类与 Lorenz型系统密切相关的新型混沌系统族, 探讨它们的混沌机理, 有助于我们更深入地研究经典的 Lorenz系统, 从而真正揭示 Lorenz吸引子的几何结构.

本文主要在上述文献的基础上, 提出一类改进的同步控制方法来研究共轭 Lorenz型系统的自同步以

收稿日期: 2009-06-09

作者简介: 蒋炎华 (1959-), 男, 讲师, 主要从事信息安全与网络技术研究.

* 玉林师范学院重点项目 (编号: 2009YJZD07), 广西教育厅科研项目 (200911LX356)资助.

及与 Lorenz型系统之间的的异结构同步问题.给出共轭 Lorenz型系统同步的充分条件和同步速度,并构建共轭 Lorenz型和 Lorenz型系统的异结构快速同步的数学模型;还用数值模拟验证理论结果的正确性和方法的可操作性.数值模拟结果表明,控制参数值越大,对应的状态变量同步所需时间越短;通过增大最小控制参数值,就可以减短系统同步所需时间.

1 同步控制方法

考虑非线性混沌连续时间系统:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t)). \quad (2)$$

$x(t) \in R^n$ 是一个 n 维状态向量, $f(\cdot)$ 为 n 维非线性函数. 设 $y(t) = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ 是任意给定的 n 维光滑的参考信号. 若对 (2) 式中第 i 个状态变量 $x_i(t)$ 施加控制:

$$u = \frac{dx_i(t)}{dt} + kx_i(t) - \frac{dy_i(t)}{dt} - ky_i(t), \quad (3)$$

$k_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为控制参数值, 则响应系统为

$$\frac{dy(t)}{dt} = g(t, y(t)) + u. \quad (4)$$

在 (3) 式的控制下, (1) 式和 (4) 式实现同步的条件是误差信号 $e = y_i - x_i, i = 1, 2, \dots, n$, 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e| = 0$.

2 共轭 Lorenz型系统自同步控制

假设驱动系统为 (1). 设 $(y_1, y_2, y_3)^T$ 是参考信号, 由 (3) 式可知, 控制器可假设为

$$\begin{cases} u_1(t) = (k_1 + a)x_1 - ax_2 - (k_1 + a)y_1 + ay_2, \\ u_2(t) = cx_1 + (k_2 + d)x_2 + x_1x_3 - cy_1 - (k_2 + d)y_2 - y_1y_3, \\ u_3(t) = (k_3 - b)x_3 + x_1x_2 - (k_3 - b)y_3 - y_1y_2. \end{cases} \quad (5)$$

由 (4) 式可知, 响应系统可假设为

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = a(y_1 - y_2) + u_1(t), \\ \frac{dy_2}{dt} = cy_1 + y_1y_3 + dy_2 + u_2(t), \\ \frac{dy_3}{dt} = y_1y_2 - by_3 + u_3(t). \end{cases} \quad (6)$$

定义误差状态:

$$\begin{cases} e_1 = y_1 - x_1, \\ e_2 = y_2 - x_2, \\ e_3 = y_3 - x_3, \end{cases} \quad (7)$$

验证是否满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e| = 0$, 即 (1) 和 (6) 是否同步. 由 (6) 式减去 (1) 式得

$$\begin{cases} \frac{de_1}{dt} = ae_1 - ae_2 + u_1(t), \\ \frac{de_2}{dt} = ce_1 + y_1y_3 - x_1x_3 + de_2 + u_2(t), \\ \frac{de_3}{dt} = y_1y_2 - x_1x_2 - be_3 + u_3(t). \end{cases}$$

假设 $v_i (i = 1, 2, 3)$ 如下所示:

$$\begin{cases} v_1 = u_1, \\ v_2 = u_2 + y_1y_3 - x_1x_3, \\ v_3 = u_3 + y_1y_2 - x_2x_2, \end{cases}$$

那么

$$\begin{cases} \frac{de_1}{dt} = ae_1 - ae_2 + v_1, \\ \frac{de_2}{dt} = ce_1 + de_2 + v_2, \\ \frac{de_3}{dt} = -be_3 + v_3, \end{cases}$$

其中 v_i 为误差 $e (i = 1, 2, 3)$ 的控制输入信号, 且存在多种可能的选择. 只要这些反馈使误差 e_1, e_2 和 e_3 在时间 t 趋于无穷大时收敛于零, 且能够使误差系统稳定, 驱动和响应系统就能同步.

定理 1 当 $k_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 时, 系统 (8) 在 $(0, 0, 0)^T$ 处渐近稳定, 即共轭 Lorenz型系统 (1) 和 (6) 同步, 且同步误差为 $O(e^{-k_i t})$, 即同步速度按时间 t 的指数级增长.

证明 选取

$$\begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{pmatrix},$$

其中 A 是一个 3×3 的常数矩阵:

$$A = \begin{pmatrix} k_1 - a & a & 0 \\ -c & k_2 - d & 0 \\ 0 & 0 & k_3 + b \end{pmatrix}.$$

故

$$\begin{cases} \frac{de_1}{dt} = -k_1e_1, \\ \frac{de_2}{dt} = -k_2e_2, \\ \frac{de_3}{dt} = -k_3e_3. \end{cases} \quad (8)$$

容易求得系统 (8) 的解为 $e_i = e_i(0)e^{-k_i t}$, $e_i(0)$ 为常数. 当 $t \rightarrow \infty$ 时, $e_i(t) \rightarrow 0$, 且 $e_i(t) = O(e^{-k_i t})$, 即当 $t \rightarrow \infty$ 时, 误差系统 (8) 以指数速率 $O(e^{-k_i t})$ 收敛于全局平衡点 $e = 0$. 证明完毕.

说明 当初值条件给定, 那么 k_i 越大, 对应的状态变量 x_i 与 y_i 趋于同步的速度越快. 而混沌系统的同步时间长短取决于控制参数的最小值, 即控制参数

的最小值越大,实现同步时间越短.特别当 $k_1 = k_2 = k_3 = k$ 时,可以通过 k 值来调节系统的同步速度,当 k 值越大,其同步速度越快,实现同步所需时间就越短.

3 共轭 Lorenz型系统与 Lorenz型系统同步控制

Lorenz型系统^[7]方程为

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = a_1(y_2 - y_1), \\ \frac{dy_2}{dt} = c_1y_1 + y_1y_3 + d_1y_2, \\ \frac{dy_3}{dt} = y_1y_2 - b_1y_3, \end{cases} \quad (9)$$

其中 $a_1 > 0, b_1 > 0, c_1 + d_1 > 0$. 假设系统 (1) 为驱动系统, $(y_1, y_2, y_3)^T$ 是参考信号,由 (3) 式可知,控制器可假设如下:

$$\begin{cases} u_1(t) = (K_1 + a)x_1 - ax_2 + (-K_1 + a_1)y_1 - a_1y_2, \\ u_2(t) = cx_1 + (K_2 + d)x_2 + x_1x_3 - c_1y_1 - (K_2 + d_1)y_2 + y_1y_3, \\ u_3(t) = (K_2 - b)x_3 + x_1x_2 - (K_3 - b_1)y_3 - y_1y_2. \end{cases}$$

由 (4) 式可知,响应系统为

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = a_1(y_2 - y_1) + u_1, \\ \frac{dy_2}{dt} = c_1y_1 - y_1y_3 + d_1y_2 + u_2, \\ \frac{dy_3}{dt} = y_1y_2 - b_1y_3 + u_3. \end{cases}$$

与前面讨论类似,我们也可以得到系统 (1) 和系统 (9) 的异结构同步.

定理 2 当 $k_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 时,则可实现系统 (1) 和系统 (9) 的异结构同步,且同步误差为 $O(e^{-k_i t})$,即同步速度按时间 t 的指数级增长.

4 数值模拟

用 Matlab 软件对以上讨论的结果进行数值模拟来验证理论分析的正确性和有效性.当参数 (k_1, k_2, k_3) 别为 (5, 10, 15), (20, 10, 15), (20, 20, 20) 时,共轭 Lorenz 型系统自同步控制误差曲线分别如图 1(a)~(c) 所示.当参数 (k_1, k_2, k_3) 分别为 (100, 200, 300), (180, 200, 300), (210, 210, 210) 时,共轭 Lorenz 型系统和 Lorenz 型系统的异结构同步误差曲线分别如图 2(a)~(c) 所示.其中每次数值模拟均以 $(-4, 15, 1.5, 3.3)$ 为初值.从图 1 和图 2 都可以看出,控制参数值越大,对应的状态变量同步所需时间越短;当控

制参数的最小值增大时,系统同步时间就减短;当 3 个参数取相同值时,可以通过控制该参数值控制系统同步时间.

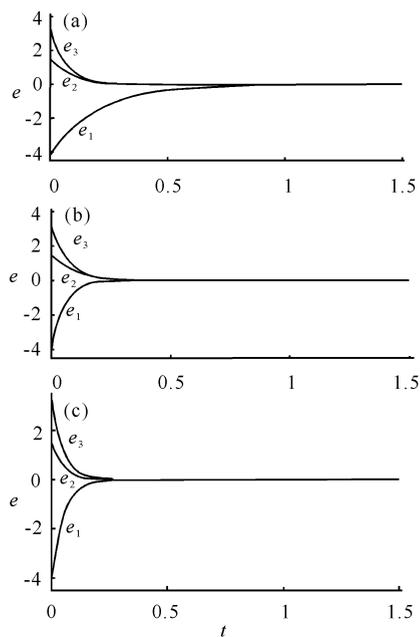


图 1 自同步误差曲线

Fig. 1 Error curves of the self-synchronization

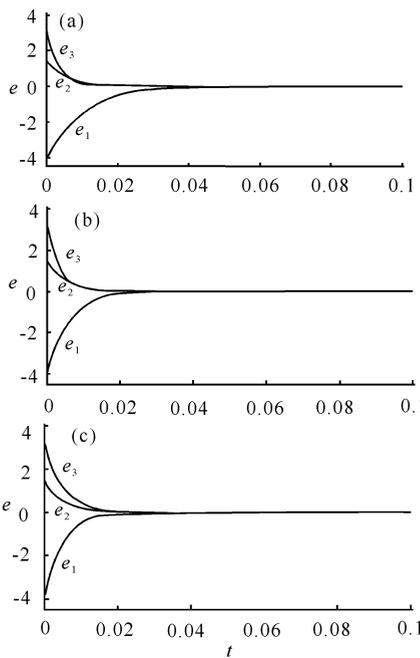


图 2 异结构同步误差曲线

Fig. 2 Error curves of the synchronization with diverse structures

5 结束语

本文以共轭 Lorenz 型族系统 (共轭 Lorenz 系统, 共轭 Chen 系统和共轭 Lü 系统) 为基础提出一种混沌控制方法.该方法使控制参数的选择更加灵活和符合实际需要;证明新的控制方法能实现同、异结构

混沌系统精确同步.数值模拟结果表明,该方法适合于共轭 Lorenz型系统中任何系统的自同步控制和共轭 Lorenz型族系统与 Lorenz型系统之间任何两系统的异结构同步控制.

参考文献:

[1] 刘爱民,张康明.洛伦兹超混沌系统的同步控制[J].广西科学,2009,16(2): 164-166.
 [2] 刘洋,彭良玉.超混沌 chen系统的同步控制[J].微机计算机信息,2008(2-1): 14-15.
 [3] 陈志盛,孙克辉,张泰山. Liu混沌系统的非线性反馈同步控制[J].物理学报,2005,54(6): 2580-2583.

[4] 陈关荣,吕金虎. Lorenz系统族的动力学分析.控制与同步[M].北京:科学出版社,2003.
 [5] 黄润生,黄浩.混沌控制及其应用[M].武汉:武汉大学出版社,2003.
 [6] Yang Q G, Chen G R, Huang K F. Chaotic attractors of the conjugate Lorenz-type system[J]. Int J Bifur Chaos, 2007, 17(11): 3929-3949.
 [7] Liao H H, Zhou T S, Tang Y. The chaotic region of Lorenz-type system in the parametric space[J]. Chaos, Solitons and Fractal, 2004, 21(1): 185-192.

(责任编辑:尹 闯)

(上接第 47页 Continue from page 47)

参考文献:

[1] 苏淳,迟翔.非平稳 NA序列中心极限定理的一些结果[J].应用数学学报,1998,21(1): 9-21.
 [2] Ronald F. Patterson Wendy D, Smith Robert L, et al. Limit theorems for negatively dependent random variables[J]. Nonlinear Analysis, 2001, 47 1283-1295.
 [3] Ebrahimi N, Ghosh M. Multivariate negative dependence[J]. Comm Statist Theory Methods, 1981, A 10 307-337.
 [4] Lehmann E L. Some concepts of dependence[J]. Ann Math Statitacs, 1966, 43 1137-1153.
 [5] Bozorgnia A, Patterson R F, Taylor R L. Limit theorems for NDr v's [R]. Technical Report University of Georgia, 1993.
 [6] Joag-Dev K, Proschan F. Negative association of random variables with applications[J]. Ann Statist, 1983, 11(1): 286-295.
 [7] Joag-Dev K, Proschan F. Negative associate of random variables with applications[J]. Ann Statist, 1983, 11: 268-295.
 [8] Amini M. Some contribution to limit theorems for negatively dependent random variable [D]. Mashhad Ferdowsi University, 2000.
 [9] Bozorgnia A, Patterson R F, Taylor R L. Weak laws of

large numbers for negatively dependent random variables in Banach spaces [C]//Brunner E, Denker M. Research developments in probability and statistics Festschrift in honor of Madan L Puri on the occasion of his 65th birthday. Netherlands VSP International Science publ, 1996 11-22.

[10] Ebrahimi N, Ghosh M. Multivariate negative dependence[J]. Comm Statist Theory Methods, 1981, 10 307-337.
 [11] Fakoor V, Azarnoosh H A. Probability inequalities for sums of negatively dependent random variables[J]. Pak Pak J Statist, 2005, 21(3): 257-264.
 [12] Joag-Dev K, Proschan F. Negative association of random variables with applications[J]. AnnStatist, 1983, 11(1): 286-295.
 [13] Nili Sani H R, Amini M, Bozorgnia A. Strong laws for weighted sums of negative dependent random variables [J]. Journal of Sciences, 2005, 16(3): 261-265.
 [14] Oleg K, Andrew R, Andrei I V. On the almost sure growth rate of sums of lower negatively dependent nonnegative random variables [J]. Statist Probab Lett, 2005, 71 193-202.

(责任编辑:韦廷宗)