

# 量子态制备过程中压缩效应的渐近特性 The Tendency Characteristic of Squeezing Effects in the Process of the Preparation of Quantum States

杨庆怡, 贾 靖

YANG Qing-yi, JIA Jing

(广西大学物理科学与工程技术学院, 广西南宁 530004)

(College of Physics Science and Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

**摘要:** 奇偶相干态在制备过程中压缩效应的渐近特性是, 奇相干态的两个正交分量不产生压缩, 偶相干态的两个正交分量均产生压缩, 随着激光作用次数的增加, 压缩区间的  $\theta$  参数具有相同的取值区间, 而  $|\alpha|$  参数的取值区间却随激光作用次数的增加而扩大.

**关键词:** 量子光学 奇偶相干态 压缩效应 渐近特性

**中图分类号:** O431.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1005-9164(2009)03-0280-03

**Abstract:** The tendency characteristic of squeezing effects of even and odd states as follows, the two orthogonal components of the odd coherent states do not produce squeezing effects in the process of preparation, but those of the even coherent states do. With the times of laser action increasing, the squeezing region of the parameter  $\theta$  remains constant, but the parameter  $|\alpha|$  will expand.

**Key words:** quantum optics, even and odd coherent states, squeezing effects, tendency characteristic

量子态的制备与操控是量子光学及相关领域的中心课题. 在当今量子保密通信的前沿研究中, 量子密钥的生成以及在通信双方的分发的实质就是对量子态进行操控的过程<sup>[1~3]</sup>, 而制备各种量子态是对量子态进行操控的前提, 目前应用各种技术和方案来制备各种量子态如 Fock 态<sup>[4]</sup>、压缩态<sup>[5]</sup>、奇偶相干态<sup>[6]</sup>、纠缠态<sup>[7]</sup>及薛定谔猫态<sup>[8]</sup>等在实验和理论方面得到了广泛地研究. 压缩效应是量子态的一种重要的非经典特性, 当量子态的某个分量的涨落小于其真空涨落时, 则该分量存在压缩. 压缩效应在量子光学及相关领域中有着重要的应用, 如: 量子密钥的生成与分发<sup>[9,10]</sup>、干涉的精确测量<sup>[11]</sup>、抑制原子噪声<sup>[12]</sup>等都是对量子态压缩效应的应用. 因此, 研究各种量子态的非经典特性对量子态的制备与操控有着重要的意义. 基于这个原因, 文献[13,14]讨论真空态在  $\hat{a}^{-1}$  算符作用下的压缩特性及二能级原子与增光子相干态光场相互作用时原子偶极矩的压缩特性. 文献[6]讨

论通过激光对囚禁离子的作用来制备奇偶相干态的问题. 本文在文献[6]的基础上讨论量子态制备过程中量子态的压缩效应的渐近特性.

## 1 奇偶相干态制备过程中两个正交分量的压缩特性

在文献[6]中, 通过激光对囚禁离子的作用, 在选择恰当的激光频率和相位以及激光与囚禁离子的相互作用时间的条件下可以制备量子态

$$|\Psi_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh|\alpha|^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\alpha^{2j}}{\sqrt{(2j)!}} |2j\rangle + C_N |2N\rangle, \quad (1)$$

$$|\Psi_{2N+1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\sinh|\alpha|^2}} \sum_{j=0}^N \frac{\alpha^{2j+1}}{\sqrt{(2j+1)!}} |2j+1\rangle, \quad (2)$$

当  $N \rightarrow \infty$  时, (1) 式和 (2) 式描述的量子态分别为偶相干态  $|\Psi\rangle_e$  和奇相干态  $|\Psi\rangle_o$ ,

$$|\Psi\rangle_e = \frac{1}{\sqrt{\cosh|\alpha|^2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\alpha^{2j}}{\sqrt{(2j)!}} |2j\rangle, \quad (3)$$

收稿日期: 2008-11-17

修回日期: 2008-12-16

作者简介: 杨庆怡(1963-), 男, 博士, 副教授, 主要从事量子光学研究工作.

$$|\Psi\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{\sinh|\alpha|^2}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\alpha^{2j+1}}{\sqrt{(2j+1)!}} |2j+1\rangle. \quad (4)$$

在(1)式表示的量子态中,由于其系数构成的级数收敛,因此 $C_N$ 是一个无穷小项.为方便起见忽略此项,则(1)式描述的量子态可以表示为

$$|\Psi_{2N}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh|\alpha|^2}} \sum_{j=0}^{N-1} \frac{\alpha^{2j}}{\sqrt{(2j)!}} |2j\rangle. \quad (5)$$

利用玻色算符对 Fock 态作用的关系

$$\hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \quad (6)$$

$$\hat{a}^+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle, \quad (7)$$

以及量子态两个正交分量的涨落

$$\langle(\Delta X_1)^2\rangle = \frac{1}{4}[\langle\hat{a}^{+2} + \hat{a}^2\rangle + 2\langle\hat{a}^+ \hat{a}\rangle + 1], \quad (8)$$

$$\langle(\Delta X_2)^2\rangle = \frac{1}{4}[-\langle\hat{a}^{+2} + \hat{a}^2\rangle + 2\langle\hat{a}^+ \hat{a}\rangle + 1], \quad (9)$$

可以得到由(2)式和(5)式描述的量子态的 $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量的涨落分别为

$$\langle(\Delta X_1)^2\rangle_{2N+1} = \frac{1}{4}\left\{\frac{2}{\sinh|\alpha|^2}[\alpha^2 F' \cos(2\theta) + G'] + 1\right\}, \quad (10)$$

$$\langle(\Delta X_2)^2\rangle_{2N+1} = \frac{1}{4}\left\{\frac{2}{\sinh|\alpha|^2}[-|\alpha|^2 F' \cdot \cos(2\theta) + G'] + 1\right\}, \quad (11)$$

和

$$\langle(\Delta X_1)^2\rangle_{2N} = \frac{1}{4}\left\{\frac{2|\alpha|^2}{\cosh|\alpha|^2}[F \cos(2\theta) + G|\alpha|^2] + 1\right\}, \quad (12)$$

$$\langle(\Delta X_2)^2\rangle_{2N} = \frac{1}{4}\left\{\frac{2|\alpha|^2}{\cosh|\alpha|^2}[-F \cos(2\theta) + G|\alpha|^2] + 1\right\}. \quad (13)$$

在(10)式和(11)式中, $F' = \sum_{j=0}^{N-1} [|\alpha|^{2(2j+1)}/(2j+1)!]$ ,  $G' = \sum_{j=0}^N [|\alpha|^{2(2j+1)}/(2j)!]$ ,而在(12)式和(13)式中, $F = \sum_{j=0}^{N-2} [|\alpha|^{4j}/(2j)!]$ ,  $G = \sum_{j=0}^{N-2} [|\alpha|^{4j}/(2j+1)!]$ .

## 2 数值模拟

通过数值计算,量子态 $|\Psi_{2N+1}\rangle$ 的 $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量的涨落分别为

$$\langle(\Delta X_1)^2\rangle_{2N+1} > 1/4, \quad (14)$$

$$\langle(\Delta X_2)^2\rangle_{2N+1} > 1/4. \quad (15)$$

这表明,在量子态 $|\Psi_{2N+1}\rangle$ 的制备过程中, $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量均不出现压缩现象,而在量子态 $|\Psi_{2N}\rangle$ 的制备过程中, $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量的涨落在一定的 $\theta$ 参数

和 $|\alpha|$ 参数的取值区间内出现压缩现象,并且压缩区域随激光作用次数 $N$ 的变化而发生变化.图1分别给出量子态 $|\Psi_{2N}\rangle$ 的 $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量在激光作用次数 $N=2,5,15$ 时的压缩区域.

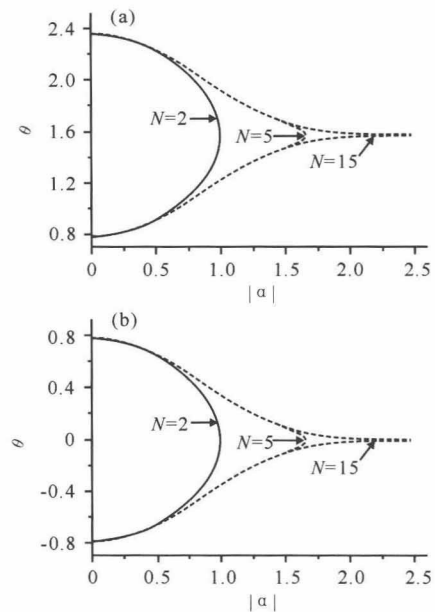


图1  $|\Psi_{2N}\rangle$ 的 $X_1$ 和 $X_2$ 分量压缩区域随 $N$ 的变化

Fig. 1 The squeezing region of  $X_1$  and  $X_2$  components of  $|\Psi_{2N}\rangle$  change with the times  $N$

(a)  $X_1$ 分量; (b)  $X_2$ 分量. (a)  $X_1$  components; (b)  $X_2$  components.

从图1中可以看出,在量子态 $|\Psi_{2N}\rangle$ 的制备过程中, $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量压缩区域在不同的激光作用次数 $N$ 的情形下, $\theta$ 参数分别具有相同的取值区间,而随着激光作用次数 $N$ 的增大, $|\alpha|$ 参数的取值区间随 $N$ 增大而扩大.根据文献[6]对在制备的量子态 $|\Psi_{2N}\rangle$ 过程中保真度的讨论,当 $N=10$ 时,量子态 $|\Psi_{2N}\rangle$ 的 $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量的压缩区域即趋近于偶相干态的 $X_1$ 分量和 $X_2$ 分量的压缩区域.

## 3 结束语

本文讨论了在制备奇偶相干态过程中量子态压缩效应的变化特性,结果表明,在奇相干态的制备过程中,量子态的两个正交分量不出现压缩,而偶相干态的两个正交分量则产生压缩,压缩区域的 $\theta$ 参数分别具有相同的取值区间,而 $|\alpha|$ 参数的取值区间随激光作用次数 $N$ 增大而扩大,当激光的作用次数 $N \geq 10$ 时,压缩区间基本不再发生变化,这时,所制备的量子态已趋向于偶相干态,相应的压缩区间即可表示偶相干态的压缩区间.

参考文献:

[1] Bennett C H, Brassard G. Quantum cryptography: public

key distribution and coin tossing; proceedings of IEEE international conference on computers, systems and signal processing, Bangalore, India [C]. New York: IEEE, 1984: 175-179.

- [2] Bennett C H. Quantum cryptography using any two-orthogonal state [J]. Phys Rev Lett, 1992, 68: 3121-3124.
- [3] Ekert A K. Quantum cryptography on Bell's theorem [J]. Phys Rev Lett, 1991, 67: 661-663.
- [4] Brown K R, Dani K M, Staper-Kun D M, et al. Deterministic optical fock-state generation [J]. Phys Rev A, 2003, 67: 043818-1~043818-16.
- [5] Meekhof D M, Monroe C R, King B E, et al. Generation of nonclassical motional states of a trapped atom [J]. Phys Rev Lett, 1996, 76: 1796-1799.
- [6] Yang Q Y, Wei L F, Ding L E. Generations of macroscopic quantum states of a single trapped ion beyond the Lam-Dicke limit [J]. J Opt B: Quantum Semiclass Opt, 2005, 7: 5-9.
- [7] Zhang P, Xue Q K, Zhao X G, et al. Coulomb-enhanced localization and Bell-state generation in coupled quantum

dots [J]. Phys Rev A, 2002, 66: 022117-1~022117-5.

- [8] Monroe C, Meekhof D M, King B E, et al. A "Schrodinger Cat" Superposition state of an atom [J]. Science, 1996, 272: 1131-1136.
- [9] Ralph T C. Continuous variable quantum cryptography [J]. Phys Rev A, 1999, 61: 010303-1~010303-4
- [10] Hillery M. Quantum cryptography with squeezed states [J]. Phys Rev A, 2000, 61: 022309-1~022309-8.
- [11] Xiao M, Wu L A, Kimble H J. Precision measurement beyond the shot-noise limit [J]. Phys Rev Lett, 1987, 59: 278-281.
- [12] Molmer K, Sorensen A. Spin-spin interactions and spin squeezing in an optical lattice [J]. Phys Rev Lett, 1999, 80: 2474-2477.
- [13] 杨庆怡. 增光子压缩真空态的压缩特性 [J]. 广西大学学报, 2006, 31: 124-127.
- [14] 杨庆怡, 庞华峰. 二能级原子与增光子相干态光场相互作用的非经典特性 [J]. 广西大学学报, 2007, 32: 288-291, 311.

(责任编辑: 韦廷宗)

(上接第 279 页 Continue from page 279)

散过程中为了更快地逃离房间可以考虑往多个的方向运动,但是要最大限度地避免出现阻塞,并尽快减少出现阻塞的区域,这样才更有利于疏散。

#### 参考文献:

- [1] Helbing D, Farkas I, Vicsek T. Simulating dynamical features of escape panic [J]. Nature, 2000, 407(28): 487-490.
- [2] Helbing D D, Mulnar P. Social force model for pedestrian dynamics [J]. Phys Rev E, 1995, 51: 4282-4286.
- [3] Tajima Y, Nangatani T. Scaling behavior of crowd flow outside a hall [J]. Physica A, 2001, 292: 545-515.
- [4] Burstedde C, Klauck K, Schadschneider A, et al. Simulation of pedestrian dynamics using a two-dimensional cellular automaton [J]. Physica A, 2001, 295: 507-525.

- [5] 杨立中, 方伟峰, 黄锐, 等. 基于元胞自动机的火灾中人员逃生的模型 [J]. 科学通报, 2002, 47(12): 896-901.
- [6] Maniccam S. Traffic jamming on hexagonal lattice [J]. Physica A, 2003, 321: 653-664.
- [7] 谭惠丽, 邱冰, 刘慕仁, 等. 房间内人群疏散过程的元胞自动机研究 [J]. 广西师范大学学报: 自然科学版, 2004, 22(4): 1-4.
- [8] Zhao Daoliang, Yang Lizhong, Li Jian. Exit dynamics of occupant evacuation in an emergency [J]. Physica A, 2005, 363: 501-511.
- [9] Varas A, Cornejo M D, Mainemer M, et al. Cellular automaton model for evacuation process with obstacles [J]. Physica A, 2007, 382: 631-642.

(责任编辑: 尹 闯 邓大玉)