DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2009.02.007
广西科学 Guangxi Sciences 2009, 16(2): 151- 153, 157

模糊无缺货生产模型最优生产量求解方法优化*

Research on the Optimum Production of Fuzzy Demand Quantity and Fuzzy Production Quantity without Short Supply

兰继斌,王 俊,曾贺奇
LAN Ji-bin, WANG Jun, ZENG He-qi

(广西大学数学与信息科学学院,广西南宁 530004)
(College of Mathematics and Information Science, Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要: 采用三角模糊数来替代日生产量和日需求量,运用扩张原理得到模糊无缺货生产模型后,分别采用积分均值法和符号距离法对模型求解,得到最小总费用和相应的最优生产量,然后通过对比两种方法求解得到的最小总费用和相应的最优生产量,判别模糊无缺货生产总费用模型的最优求解方法.单一的模型求解方法存在相应的缺陷,生产决策时采用两种或多种模型求解方法,可以获得比较理想的结果.
关键词: 生产模型 积分均值法 符号距离法 最优生产量 总生产费用
中图法分类号: O141.4 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2009)02-0151-03

Abstract: A production model is established bases on extension principle, in which the daily demand quantity and the production quantity are replaced by triangular fuzzy numbers and the supply is out of stock. The mean integration method and the sign distance method are used to derive the minimum total cost and the optimum production quantity. According to comparing the minimum total cost and the optimum production quantity based on the two methods, we can easily arrive at a conclusion that for solving the above fuzzy production model, there are always some limitations by one method only, adopting two or more methods can achieve rather ideal result.
Key words: production model, mean integration, sign distance, optimal production quantity, total costs

随着市场竞争的激烈,受于低成本的压力,库存管理引起生产管理者、学者的高度关注,国内外学者对库存理论与实践进行广泛的研究,取得了丰硕的成果.其研究内容从开始的单一物品的、确定需求的订货批量确定到多物品的随机或模糊需求的订货批量确定;从不允许缺货、无价格折扣的库存决策到允许延迟交货或缺货;从普通物品的库存到易变质的物资库存问题等等.

在一些经典存储模型中,其参数都是确定的,但是在生产管理过程中,这些变量和参数都受到生产要素和市场变动的影响,因此这些经典存储模型在实践中有一定的局限性.近年来模糊库存问题引起了广泛的关注.文献[1]讨论在需求是模糊情况下的连续订货模型,利用 yager方法去模糊化,从而获得最优订货量和最优订购点.文献[2]讨论需求是模糊随机变量的单周期存储模型,用 LR 模糊数代替模型中的需求量,采用 yager的模糊数排序方法对不同订货量所对应的模糊总费用进行排序,求出模糊最小总费用及对应的订货量.文献[3]针对不允许缺货,总需求和每件物品的存储费用是三角模糊数的情况,利用形心法和符号距离法对总费用排序,从而求得最优订货量.文献[4]用三角模糊数 $\tilde{R}=(r_1,r_0,r_2)$ 和 $\tilde{D}=(d_1,d_0,d_2)$ 来表示日生产量和日需求量,利用扩展原理,求得总费用模糊数的隶属函数,利用 Lee和 Li的方法[5]对总费用排序,得到关于 r_1,r_2,d_1,d_2 和总生产量 q 的多元函数,再采用单纯型替换法(Nelder-mead

收稿日期: 2008-11-17
作者简介: 兰继斌(1962-),男,教授,博士,主要从事决策分析研究。
* 广西大学科研基金项目(项目编号: X071106)资助。

方法)求极小值来确定最优生产量.文献[6]用梯形模糊数对各生产参数进行模糊化,近似认为得到的最终生产总费用也是梯形模糊数,再利用积分均值法对模糊生产总费用去模糊化,通过广义的拉格朗日法求得最优生产量.文献[7]对文献[6]的模型进行改进,通过求解模糊生产总费用在 $\forall \lambda \in [0,1]$ 截集下左右端点最小值的双目标问题,得到最优生产量.

本文针对日生产量和日需求量都是模糊的无缺货生产模型,采用三角模糊数[8]来替代日生产量和日需求量,运用扩张原理得到模糊无缺货生产总费用模型后,分别采用积分均值法[9]和符号距离法[10]对模型求解,得到最小总费用和相应的最优生产量,然后通过对比两种方法求解得到的最小总费用和相应的最优生产量,判别模糊无缺货生产模型的最优求解方法。单一模型的求解方法存在相应的缺陷,生产决策时采用两种或多种模型求解方法,可以获得比较理想的结果.

1 模糊无缺货生产模型

为了叙述方便,定义以下变量及各参数: T 为总的生产周期, q 为一个生产周期内的生产量, a 为每天的存储费用, b 为一次生产的费用, d 为每天生产量, R 为一个周期内的总的需求量, r 为每天需求量, s 为最大存储量, t_s 为一个生产周期, t_q 为一个循环期.

在实际的生产销售中由于受到各种生产因素和社会需求因素的影响,日需求量和日生产量会在一定的范围内发生波动.假设日需求量和日生产量分别为三角模糊数 $\tilde{R}=(r_0-\Delta_1, r_0, r_0+\Delta_2)$ 和 $\tilde{D}=(d_0-\Delta_3, d_0, d_0+\Delta_4)$,其余参数 a,b,T 和 R 是确定的正数.

假设模糊日需求量 $\tilde{R}$ 和模糊日生产量 $\tilde{D}$ 的隶属函数为

$$\mu_{\tilde{R}}(r)=\begin{cases}\dfrac{r-r_0+\Delta_1}{\Delta_1}, & r_0-\Delta_1\leqslant r\leqslant r_0,\\ \dfrac{r_0+\Delta_2-r}{\Delta_2}, & r_0\leqslant r\leqslant r_0+\Delta_2,\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

其中 $\Delta_1,\Delta_2>0$, $0<r_0-\Delta_1<r_0<r_0+\Delta_2$;

$$\mu_{\tilde{D}}(d)=\begin{cases}\dfrac{d-d_0+\Delta_3}{\Delta_3}, & d_0-\Delta_3\leqslant d\leqslant d_0,\\ \dfrac{d_0+\Delta_4-d}{\Delta_4}, & d_0\leqslant d\leqslant d_0+\Delta_4,\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

其中 $\Delta_3,\Delta_4>0$, $0<d_0-\Delta_3<d_0<d_0+\Delta_4$.

则在无缺货的模糊情形下的生产模型的约束条件为: $\Delta_1,\Delta_2,\Delta_3,\Delta_4>0$, $0<r_0-\Delta_1<r_0<r_0+\Delta_2<d_0-\Delta_3<d_0<d_0+\Delta_4<q$.因此模糊无缺货生产总费用模型为

$$G_q(\tilde{R},\tilde{D})=\frac{1}{2}aTq\Big(1-\frac{\tilde{R}}{\tilde{D}}\Big)+\frac{bR}{q}. \tag{1}$$

2 模型求解

2.1 基于积分均值法[9]的模型求解

由 $\tilde{R}$ 和 $\tilde{D}$ 都是三角模糊数,则对任意的 $\lambda\in[0,1]$,有 $(\tilde{R})_\lambda=[\tilde{R}_\lambda^L,\tilde{R}_\lambda^R]$, $(\tilde{D})_\lambda=[\tilde{D}_\lambda^L,\tilde{D}_\lambda^R]$,其中: $\tilde{R}_\lambda^L=r_0-\Delta_1+\lambda\Delta_1$, $\tilde{R}_\lambda^R=r_0+\Delta_2-\lambda\Delta_2$, $\tilde{D}_\lambda^L=d_0-\Delta_3+\lambda\Delta_3$, $\tilde{D}_\lambda^R=d_0+\Delta_4-\lambda\Delta_4$, $R_\lambda^L>0$, $D_\lambda^L>0$.根据扩展原理,有

$$\Big(\frac{\tilde{R}}{\tilde{D}}\Big)_\lambda=\Big[\frac{R_\lambda^L}{D_\lambda^R},\frac{R_\lambda^R}{D_\lambda^L}\Big]=\Big[\frac{r_0-\Delta_1+\lambda\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\lambda\Delta_4},\frac{r_0+\Delta_2-\lambda\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\lambda\Delta_3}\Big]. \tag{2}$$

则 $G_q(\tilde{R},\tilde{D})$ 的 λ 截集为

$$(G_q(\tilde{R},\tilde{D}))_\lambda=\Big[\frac{1}{2}aTq\Big(1-\frac{r_0+\Delta_2-\lambda\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\lambda\Delta_3}\Big)+\frac{bR}{q},\ \frac{1}{2}aTq\Big(1-\frac{r_0-\Delta_1+\lambda\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\lambda\Delta_4}\Big)+\frac{bR}{q}\Big]. \tag{3}$$

其中点为

$$M((G_q(\tilde{R},\tilde{D}))_\lambda)=\frac{1}{4}aTq\Big(2-\frac{r_0+\Delta_2-\lambda\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\lambda\Delta_3}-\frac{r_0-\Delta_1+\lambda\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\lambda\Delta_4}\Big)+\frac{bR}{q}. \tag{4}$$

且由 $r_0+\Delta_2<d_0-\Delta_3$, $r_0+\Delta_1<d_0+\Delta_4$,可知 $2-\dfrac{r_0+\Delta_2-\lambda\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\lambda\Delta_3}-\dfrac{r_0-\Delta_1+\lambda\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\lambda\Delta_4}>0$.

则对于任意给定 $q>0$,利用积分均值法对模糊总费用(1)式去模糊化:

$$P(G_q(\tilde{R},\tilde{D}))=\int_0^1\lambda\cdot\frac{\tilde{A}_\lambda^L+\tilde{A}_\lambda^R}{2}\mathrm{d}\lambda\Big/\int_0^1\lambda\mathrm{d}\lambda=\int_0^1\lambda\cdot M((G_q(\tilde{R},\tilde{D}))_\lambda)\mathrm{d}\lambda\Big/\int_0^1\lambda\mathrm{d}\lambda=\int_0^1\lambda\Big[\frac{1}{4}aTq\Big(2-\frac{r_0+\Delta_2-\lambda\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\lambda\Delta_3}-\frac{r_0-\Delta_1+\lambda\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\lambda\Delta_4}\Big)+\frac{bR}{q}\Big]\mathrm{d}\lambda\Big/\int_0^1\lambda\mathrm{d}\lambda. \tag{5}$$

令

$$m_1=1+\frac{(r_0\Delta_3+\Delta_2d_0)(d_0-\Delta_3)}{\Delta_3^3}\ln\frac{d_0}{d_0-\Delta_3}+\frac{(r_0\Delta_4+\Delta_1d_0)(d_0+\Delta_4)}{\Delta_4^3}\ln\frac{d_0}{d_0+\Delta_4}-\frac{2r_0\Delta_3+2\Delta_2d_0+\Delta_2\Delta_3}{\Delta_3^2}+\frac{2r_0\Delta_4+\Delta_1d_0+\Delta_1\Delta_4}{2\Delta_4^2}. \tag{6}$$

则生产总费用为

$$P(G_q(\tilde{R},\tilde{D}))=\frac{1}{2}aTqm_1+\frac{bR}{q}. \tag{7}$$

因为 $2-\dfrac{r_0+\Delta_2-\lambda\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\lambda\Delta_3}-\dfrac{r_0-\Delta_1+\lambda\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\lambda\Delta_4}>0$,所以有 $\dfrac{1}{2}aTqm_1>0$,可知

$$P(G_q(\tilde{R},\tilde{D})) \geqslant \sqrt{2abTRm_1}. \quad (8)$$

最小生产总费用为

$$P_{\min}(G_q(\tilde{R},\tilde{D})) = \sqrt{2abTRm_1}. \quad (9)$$

令 $\frac{1}{2}aTqm_1 = \frac{bR}{q}$,可求得最优生产量为

$$q_P^* = \sqrt{\frac{2bR}{aTm_1}}. \quad (10)$$

2.2 基于符号距离法[10]的模型求解

对于任意给定 $q > 0$,利用符号距离法对模糊无缺货生产总费用(1)式去模糊化:

$$D(G_q(\tilde{R},\tilde{D})) = \int_0^1 d([\tilde{R}_\alpha^L, \tilde{R}_\alpha^R], \tilde{0})\mathrm{d}\alpha.$$

即

$$D(G_q(\tilde{R},\tilde{D})) = \int_0^1 [\frac{1}{4}aTq(2 - \frac{r_0+\Delta_2-\alpha\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\alpha\Delta_3} - \frac{r_0-\Delta_1+\alpha\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\alpha\Delta_4}) + \frac{bR}{q}]\mathrm{d}\alpha. \quad (11)$$

令

$$m_2 = 2 - \frac{r_0\Delta_3+d_0\Delta_2}{\Delta_3^2}\ln\frac{d_0}{d_0-\Delta_3} + \frac{\Delta_4 r_0+\Delta_1 d_0}{\Delta_4^2}\ln\frac{d_0}{d_0+\Delta_4} + \frac{\Delta_2}{\Delta_3} + \frac{\Delta_1}{\Delta_4}, \quad (12)$$

则有生产总费用为

$$D(G_q(\tilde{R},\tilde{D})) = \frac{1}{4}aTqm_2 + \frac{bR}{q}. \quad (13)$$

因为 $2 - \frac{r_0+\Delta_2-\alpha\Delta_2}{d_0-\Delta_3+\alpha\Delta_3} - \frac{r_0+\Delta_1+\alpha\Delta_1}{d_0+\Delta_4-\alpha\Delta_4} > 0$,所以有 $\frac{1}{2}aTqm_2 > 0$,可知最小生产总费用为

$$D_{\min}(G_q(\tilde{R},\tilde{D})) = \sqrt{abRTm_2}. \quad (14)$$

令 $\frac{1}{2}aTqm_2 = \frac{bR}{q}$ 时,可以求得最优生产量

$$q_D^* = \sqrt{\frac{2bR}{aTm_2}}. \quad (15)$$

2.3 两种求解方法比较

由于生产量是否到达最优取决于在此生产规模下生产总费用是否达到最小.基于2.1和2.2两种不同的模糊数排序方法,需要比较 $P_{\min}(G_q(\tilde{R},\tilde{D}))$ 和 $D_{\min}(G_q(\tilde{R},\tilde{D}))$ 从而确定最优生产量.由(9)式和(14)式知,只需要比较 $2m_1$ 和 m_2 的大小即可,其中

$$2m_1 - m_2 = \frac{(2d_0-\Delta_3)(r_0\Delta_3+\Delta_2 d_0)}{\Delta_3^3} \cdot \ln\frac{d_0}{d_0-\Delta_3} + \frac{(2d_0+\Delta_4)(r_0\Delta_4+\Delta_1 d_0)}{\Delta_4^3}\ln\frac{d_0}{d_0+\Delta_4} + \frac{2r_0\Delta_4+2\Delta_1 d_0}{\Delta_4^2} - \frac{2r_0\Delta_3+2\Delta_2 d_0}{\Delta_3^2} = \frac{(2d_0-\Delta_3)(r_0\Delta_3+\Delta_2 d_0)}{\Delta_3^3}\ln\frac{d_0}{d_0-\Delta_3} - \frac{(2d_0+\Delta_4)(r_0\Delta_4+\Delta_1 d_0)}{\Delta_4^3}\ln\frac{d_0+\Delta_4}{d_0} + \frac{2r_0\Delta_4+2\Delta_1 d_0}{\Delta_4^2} - \frac{2r_0\Delta_3+2\Delta_2 d_0}{\Delta_3^2},$$

且 $\Delta_1,\Delta_2,\Delta_3,\Delta_4 > 0$, $0 < r_0-\Delta_1 < r_0 < r_0+\Delta_2 < d_0-\Delta_3 < d_0 < d_0+\Delta_4 < q$.

记 $W = 2m_1 - m_2$ 作为比较 $P_{\min}(G_q(R,\tilde{D}))$ 和 $D_{\min}(G_q(\tilde{R},\tilde{D}))$ 大小的判别式.由于 $\Delta_1,\Delta_2,\Delta_3,\Delta_4,r_0,d_0$ 都是确定的数,容易求得 W 值.

(i) 当 $W > 0$ 时,说明针对此模型采用符号距离法优于积分均值法.可得最优生产量为 $q_D^* = \sqrt{\frac{2bR}{aTm_2}}$.

(ii) 当 $W < 0$ 时,说明针对此模型采用积分均值法优于符号距离法,可得最优生产量为 $q_P^* = \sqrt{\frac{2bR}{aTm_1}}$.

(iii) 当 $W = 0$ 时,即生产总费用相同,此时有 $q_D^* = \sqrt{\frac{2bR}{aTm_2}} = \sqrt{\frac{2bR}{aT2m_1}} = \sqrt{\frac{bR}{aTm_1}} < \sqrt{\frac{2bR}{aTm_1}} = q_P^*$,说明对于此模型采用积分均值法优于符号距离法,可得最优生产量为 $q_P^* = \sqrt{\frac{2bR}{aTm_1}}$.

3 结束语

本文针对日生产量和日需求量都是模糊的无缺货生产模型,采用三角模糊数来替代日生产量和日需求量,运用扩张原理得到模糊无缺货生产总费用模型后,分别采用积分均值法和符号距离法对模型求解,然后通过对比两种方法求解得到的最小总费用和相应的最优生产量,判别模糊无缺货生产总费用模型的最优求解方法.在实际的生产实践中,单一的模型求解方法总是存在其相应的优缺点.在进行生产决策时只采用一种模型求解方法,将不可避免存在相应的缺陷,采用两种或者多种模型求解方法,则可以得出比较理想的结果.

参考文献:

[1] Chiang Kao, Wen-Kai Hsu. Lot size-reorder point inventory model with fuzzy demands[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2002, 43(10-11): 1291-1302.

[2] Dutta P, Chakraborty D, Roy A R. A single-period inventory model with fuzzy random variable demand[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2005, 41(8-9): 915-922.

[3] Yao Jingshing, Chiang Jershan. Inventory without backorder with fuzzy total cost and fuzzy storing cost defuzzified by centroid and signed distance[J]. European Journal of Operational Research, 2003, 148(2): 401-409.

(下转第157页 Continue on page 157)

比较图4和图5两种模拟结果可知,模型1仿真出的 I-V 曲线找不到一个确切的维持电压,即 LNPN 开启后电压开始迅速下降,随着电流增大则电压下降变慢,在高电流下电压几乎不变,这与实际情况有所差别,说明模型1不够精确;而模型2仿真出的曲线上有维持电压点 V_{sp},即 LNPN 开启后电压最初迅速下降至维持电压 V_{sp},之后随着电流的上升,电压几乎不变但会有些许的增加,这与理论及实际结果完全相符合。因此,虽然模型1比模型2更简单而且需提取的参数少,但是模型2比模型1更为精确,更与实际情况相吻合。

由表2结果可知,样品2的开启电压比样品1的要小,这是因为根据式(9)衬底掺杂浓度和开启电压的关系可知,衬底掺杂浓度 N_{BC} 越低,则开启电压越高;样品2开启后电压下降的程度比样品1的要少,这是因为结合(11)式、(13)式栅长和维持电压的关系可知,栅长越小,则开启后电压下降程度越少。因此模型2更能反映出工艺参数对样品开启后特性的影响。

表2 样品1和样品2基于模型2的模拟结果比较

Table 2 The comparison of the simulated results of sample one and sample two based on the second model

样品 Sample	V_{t1} (V)	V_{sp} (V)	V_{sp}/V_{t1} (%)
1	8.000	5.986	0.748
2	6.866	3.888	0.566

基于模型2的模拟结果比模型1的更能精确地反映器件的工作特性,而且对于不同工艺参数的 GGNMOS,基于模型2的模拟能够更好地分析工艺参数对开启后器件特性(如关键值 V_{t1} 和 V_{sp})的影响程度。

参考文献:

[1] 潭志良.静电放电对电子装置的危害机理分析与模型研究[J].军械工程学院学报,1994,6(4):265-269.

[2] Mohan N, Kumar A. Modeling ESD protection[J]. Potentials IEEE, 2005, 24(1): 21-24.

[3] Amerasekera A, Duvvury C. ESD in Silicon Integrated Circuits[M]. 2nd Edition. New York: John Wiley & Sons Ltd, 2002: 88-89.

[4] 刘瑶,姚若河,罗宏伟,等. ESD保护器件 GGNMOS的理论建模[C].中国电子学会可靠性分会第十三届学术年会论文选,2006: 285-291.

[5] Sze S. Physics of semiconductor devices[M]. 2nd Ed. New York: John Wiley, 1991: 253.

[6] Amerasekera A, Gupta V, Vasanth K, et al. Analysis of snapback behavior on the ESD capability of sub-0.20μm nMOS[C]. San Diego, CA, USA: Proc 37th IRPS, 1999: 159-166.

[7] Miller S L. Avalanche breakdown in germanium[J]. Phys Rev, 1955, 99(4): 1234.

[8] 李金平.模拟集成电路基础[M].北京:北方交通大学出版社,2003: 14-16.

(责任编辑:邓大玉)

(上接第153页 Continue from page 153)

[4] Lee Hueyming, Yao Jingshing. Economic production quantity for fuzzy demand quantity and fuzzy production quantity[J]. European Journal of Operational Research, 1998, 109(1): 203-211.

[5] Lee E S, Li R L. Comparison of fuzzy numbers based on the probability measure of fuzzy events[J]. Computer and Mathematics with Applications, 1988, 15(10): 887-896.

[6] Chih Hsun Hsieh. Optimization of fuzzy production inventpry models[J]. Information Sciences, 2002, 146(1-4): 29-40.

[7] 刘志国.一个新的最优模糊存储模型[J].数学的实践与认识,2006,36(12): 1-5.

[8] 胡宝清.模糊理论基础[M].武汉:武汉大学出版社,2004: 52-80.

[9] Chen S H, Hsieh C H. Graded mean integration representation of generalized fuzzy number[J]. Journal of Chinese Fuzzy Systems, 1999, 5(2): 1-7.

[10] Yao J S, Wu K K. Ranking fuzzy numbers based on decomposition principle and signed distance[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 116(2): 275-288.

(责任编辑:韦廷宗 邓大玉)