DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2008.04.036
广西科学 Guangxi Sciences 2008, 15(4): 399～403

两个有限自动机之间试验序列的关系*

The Relations of Experimental Sequences Between Two Finite Automatas

张 勇,邓培民,易 忠
ZHANG Yong, DENG Pei-min, YI Zhong

(广西师范大学数学科学学院,广西桂林 541004)
(College of Mathematics Science, Guangxi Nomal University, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要: 给出两个有限自动机分别具有等价、弱同构、同构、强于关系时,它们相应的试验序列所具有的关系.

关键词: 有限自动机 等价 弱同构 同构 强于关系 初(末)态试验序列 同步序列 UIO序列
中图法分类号: TP301.1 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2008)04-0399-05

Abstract Two finite automatas testing sequence relations are given for the equal relation, the weak isomorphism, the isomorphism, and the strong relation respectly.

Key words finite automata, equal relation, weak isomorphism, isomorphism, strongrelation, initial (final) state experimental sequence, synchronized sequence, UIO sequence

有限自动机的研究由来已久,而且非线性有限自动机理论在数字系统和通信等时序领域的建模过程中有着非常广泛的应用.在有限自动机初始状态等价类识别,数字电路中的"置0",以及对有限自动机模型的一致性测试中,试验序列有着非常重要的作用,而且具有某种关系的两个有限自动机必然具有一些相应的性质.

本文主要讨论两个有限自动机当它们分别具有等价关系、弱同构、同构、强于关系时,相应的试验序列所具有的关系.

1 基本概念

定义1 一个有限自动机是一个五元组 $M=\langle X,Y,S,W,\lambda\rangle$,其中非空有限集 X、Y 和 S 分别为输入、输出和状态字母表,W是一个从 $S\times X$ 到 S 的单值映射,λ 是一个从 $S\times X$ 到 Y 的单值映射.W和 λ 分别称为下一状态函数和输出函数.称 X,Y 和 S 中的元素分别为 M 的输入字母、输出字母和状态,称 $X^*\cup X^k$ 和 $Y^*\cup Y^k$ 中的元素分别为 M 的输入序列和输出序列.

W可以唯一扩充为 $S\times X^*$ 到 S 的单值映射:

$W(s,\wedge)=s, W(s,Tx)=W(W(s,T),x), s\in S, T\in X^*, x\in X.$

同样,λ 可以唯一扩充为 $S\times(X^*\cup X^k)$ 到 $Y^*\cup Y^k$ 的单值映射,并且满足条件:

$\lambda(s,\wedge)=\wedge, \lambda(s,xT)=\lambda(s,x)\lambda(W(s,x),T), s\in S, T\in X^*\cup X^k, x\in X.$

分别对 T和 U的长度进行归纳,有 $W(s,TU)=W(W(s,T),U)$,$\lambda(s,TV)=\lambda(s,T)\lambda(W(s,T),V)$,$s\in S$, $TU\in X^*$, $V\in X^*\cup X^k$.

定义2 设 $M=\langle X,Y,S,W,\lambda\rangle$ 和 $M'=\langle X',Y',S',W',\lambda'\rangle$ 都是有限自动机.$\forall s\in S, s'\in S'$,有 $X=X'$ 并且对任何 $T\in X^*$ 使得 $\lambda(s,T)=\lambda'(s',T)$,则称 s 与 s' 等价,记 $s\sim s'$,否则称 s 与 s' 不等价或可分;对 $\forall s,s'\in S$,若由 $s\sim s'$ 可以推出 $s=s'$,则称 M 是极小有限自动机;若对任何 $s\in S$ 都存在 $s'\in S'$,使得 s 与 s' 等价,则称 M' 强于 M,记 $M\prec M'$.若 $M\prec M'$ 且 $M'\prec M$,则称 M 与 M' 等价,记作 $M\sim M'$.

定义3 设 $M=\langle X,Y,S,W,\lambda\rangle$ 是一个有限自动机,$T\in X^*$,若对任何 M 的不等价状态 s_1 和 s_2 都有 $\lambda(s_1,T)\neq\lambda(s_2,T)$,则称 T为 M 的一个初态试验序列.当 M 极小时,T是 M 的一个初态试验序列,则对

收稿日期: 2008-01-27
作者简介: 张 勇(1975-),男,硕士研究生,主要从事代数自动机理论研究.
* 广西自然科学基金项目(0832103)资助.

$\forall s_1 \neq s_2$都有 $\lambda(s_1, T) \neq \lambda(s_2, T)$.

定义 4 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 是一个有限自动机, $T \in X^*$,若对任何状态 s_1, s_2 都有 $\lambda(s_1, T) = \lambda(s_2, T)$,并且能够推出 $W(s_1, T) \sim W(s_2, T)$,则称 T 为 M 的一个末态试验序列.

定义 5 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 是一个有限自动机, $T \in X^*$,若 $s_i \in S$,对 $\forall s_j \neq s_i$ 都有 $\lambda(s_i, T) \neq \lambda(s_j, T)$,则称 $T/\lambda(s_i, T)$ 是 M 的 UIO 序列,记作 $\mathrm{UIO}(s_i) = T/\lambda(s_i, T)$. UIO 序列可以唯一识别一个状态,但是一个状态的 UIO 序列不一定是唯一的.

定义 6 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 是一个有限自动机, $T \in X^*$,若对任何状态 s_1, s_2 都有 $\lambda(s_1, T) = \lambda(s_2, T)$,则称 T 为 M 的一个同步序列.

定义 7 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 是一个有限自动机, $T \in X^*$,对 $\forall s_i, s_j \in S$, $s_i \neq s_j$ 都有 $\lambda(s_i, T) \neq \lambda(s_j, T)$,则称 T 为 M 的一个 Preset distinguishing sequence,简记为 D 序列. D 序列可以唯一识别 M 的每一个状态.

定义 8 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 和 $M' = \langle X', Y', S', W', \lambda' \rangle$ 都是有限自动机,若 $X = X'$ 且存在 S 到 S' 上的一一映射 h_S ,使得任何 $s \in S$ 和 $x \in X$ 都有 $h_S(W(s, x)) = W'(h_S(s), x)$ 和 $\lambda(s, x) = \lambda'(h_S(s), x)$,则称 M 与 M' 同构,并且称满足上述条件的 h_S 为 M 到 M' 同构映射. 容易知道,同构关系是反身、对称和传递的.

定义 9 设 $M_i = \langle X_i, Y_i, S_i, W_i, \lambda_i \rangle (i = 1, 2)$ 是有限自动机, $Y_i' = \{y \mid$ 存在 $x \in X_i, s \in S_i$ 使得 $y = \lambda_i(s, x), i = 1, 2\}$. 若存在 X_1 到 X_2 上的一一映射 h_X , S_1 到 S_2 上的一一映射 h_S 和 Y_1' 到 Y_2' 上的一一映射 h_Y ,使得对任何 $s \in S_1$ 和 $x \in X_1$ 都有 $h_S(W_1(s, x)) = W_2((h_S(s), h_X(x))$ 和 $h_Y(\lambda_1(s, x)) = \lambda_2(h_S(s), h_X(x))$,则称 M_1 与 M_2 弱同构. 显然,弱同构关系是反身、对称和传递的.

命题 1[1] 若 M_1 和 M_2 同构,则 M_1 与 M_2 弱同构 $M_1 \sim M_2$.

命题 2[2] 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 和 $M' = \langle X', Y', S', W', \lambda' \rangle$ 都是有限自动机,且 $X = X'$,则下列性质成立.

(1)任意 $s \in S, s' \in S'$,那么 $s \sim s'$ 的充要条件为 $\lambda_s = \lambda'_{s'}$;

(2)任意 $s \in S, s' \in S'$,那么 $s \sim s'$ 的充要条件为 $\lambda(s, T) = \lambda'(s', T)$,并且对任何 $T \in X^k$ 都成立;

(3)任意 $s \in S, s' \in S'$,若 $s \sim s'$,则对任意 $T \in X^k$ 都有 $W(s, T) \sim W'(s', T)$.

2 主要结果

定理 1 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 和 $M' = \langle X', Y', S', W', \lambda' \rangle$ 是两个有限自动机,若 $M \sim M'$,则下列结论成立.

(1) $T \in X^*$ 是 M 的初态试验序列,当且仅当 T 是 M' 的初态试验序列;

(2) $T \in X^*$ 是 M 的末态试验序列,当且仅当 T 是 M' 的末态试验序列.

证明 (1)"⇒". 设 s_1', s_2' 是 S' 中任意两个不等价状态. 由于 $M \sim M'$,故 $\exists s, s' \in S$, 使得 $s \sim s_1'$, $s' \sim s_2'$. 又由于 s_1' 与 s_2' 不等价,从而 s 与 s' 不等价. 再因为 $T \in X^*$ 是 M 的初态试验序列,所以 $\lambda(s, T) \neq \lambda(s', T)$. 而又由于 $\lambda(s, T) = \lambda'(s_1', T)$, $\lambda(s', T) = \lambda'(s_2', T)$,从而 $\lambda'(s_1', T) \neq \lambda'(s_2', T)$. 所以 T 是 M' 的初态试验序列.

"⇐". 设 s_1, s_2 是 S 中任意两个状态. 由于 $M \sim M'$,故 $\exists s', s'' \in S'$, 使得 $s' \sim s_1$, $s'' \sim s_2$. 由于 s_1 与 s_2 不等价,从而 s' 与 s'' 不等价. 因为 $T \in X^*$ 是 M' 的初态试验序列,所以 $\lambda'(s', T) \neq \lambda'(s'', T)$. 而又由于 $\lambda(s_1, T) = \lambda'(s', T)$, $\lambda(s_2, T) = \lambda'(s'', T)$,从而 $\lambda(s_1, T) \neq \lambda(s_2, T)$. 所以 T 是 M 的初态试验序列.

(2)"⇒". 设 s_1', s_2' 是 S' 中任意两个状态. 由于 $M \sim M'$,故 $\exists s, s' \in S$, 使得 $s \sim s_1'$, $s' \sim s_2'$, 从而 $\lambda'(s_1', T) = \lambda(s, T)$, $\lambda'(s_2', T) = \lambda(s', T)$. 若 $\lambda'(s_1', T) = \lambda'(s_2', T)$ 则 $\lambda(s, T) = \lambda(s', T)$. 由于 T 是 M 的末态试验序列,则有 $W(s, T) \sim W'(s', T)$. 因为 $s \sim s_1'$, $s' \sim s_2'$,所以由命题 2 有 $W(s, T) \sim W'(s_1', T)$, $W'(s', T) \sim W'(s_2', T)$. 再由状态等价的传递性有 $W'(s_1', T) \sim W(s_2', T)$,即 T 是 M' 的末态试验序列.

"⇐". 设 s_1, s_2 是 S 中任意两个状态. 由于 $M \sim M'$,故 $\exists s', s'' \in S'$, 使得 $s' \sim s_1$, $s'' \sim s_2$, 从而 $\lambda'(s', T) = \lambda(s_1, T)$, $\lambda'(s'', T) = \lambda(s_2, T)$. 若 $\lambda(s_1, T) = \lambda(s_2, T)$,则 $\lambda'(s', T) = \lambda'(s'', T)$. 由于 T 是 M' 的末态试验序列,则有 $W'(s', T) \sim W'(s'', T)$. 因为 $s' \sim s_1$, $s'' \sim s_2$,所以由命题 2 有 $W'(s', T) \sim W(s_1, T)$, $W'(s'', T) \sim W(s_2, T)$. 再由状态等价的传递性有 $W(s_1, T) \sim W(s_2, T)$,所以 T 是 M 的末态试验序列.

定理 2 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 和 $M' = \langle X', Y', S', W', \lambda' \rangle$ 是两个有限自动机,其中 M' 为极小有限自动机,且 $M \sim M'$,则下列结论成立:

(1)若 $T \in X^*$ 是 M 的同步序列,则 T 是 M' 的同步序列.

(2)若 $T \in X^*$ 是 M 的 D 序列,则 T 是 M' 的 D

序列；

(3) $T/\lambda(s,T)$ 是 M 的一个 UIO 序列，则 $T/\lambda'(s',T)$ 是 M' 的一个 UIO 序列．这里 $s\in S, s'\in S'$，且 $s\sim s'$．

证明 (1)对 $\forall s_1',s_2'\in S'$，由于 $M\sim M'$，故 $s_1,s_2\in S$，使得 $s\sim s_1'$，$s_2\sim s_2'$，从而 $W(s_1,T)\sim W'(s_1',T)$，$W(s_2,T)\sim W'(s_2',T)$．又由于 T 是 M 的同步序列，则 $W(s_1,T)=W(s_2,T)$，从而 $W'(s_1',T)\sim W'(s_2',T)$，又因为 M' 极小，故 $W'(s_1',T)\sim W'(s',T)$，所以 T 是 M' 的同步序列．

(2) 设 s_1',s_2' 是 M' 中任意两个状态且 $s_1'\neq s_2'$．由于 $M\sim M'$，故分别存在 $s_1,s_2\in S$ 使得 $s_1\sim s_1'$，$s_2\sim s_2'$，从而 $\lambda(s_1,T)=\lambda'(s_1',T)$，$\lambda(s_2,T)=\lambda'(s_2',T)$．因为 $s_1'\neq s_2'$，M' 是极小有限自动机，所以 s_1' 与 s_2' 不等价，从而 s_1 与 s_2 不等价，即 $s_1\neq s_2$．由于 T 是 M 的 D 序列，所以 $\lambda(s_1,T)\neq\lambda(s_2,T)$．从而 $\lambda'(s_1',T)\neq\lambda'(s_2',T)$，所以 T 是 M' 的 D 序列．

(3)对任意 $s_i'\in S'$ 且 $s_i'\neq s'$，由于 $M\sim M'$，故 $s_i\in S$ 使得 $s_i\sim s_i'$．因为 $s_i'\neq s'$ 且 M' 极小，所以 s_i' 与 s' 不等价．又因为 $s\sim s'$，所以 s 与 s_i' 不等价．再由于 $s_i\sim s_i'$，从而 s 与 s_i 不等价，即 $s\neq s_i$．又由于 $T/\lambda(s,T)$ 是 M 的一个 UIO 序列，故 $\lambda(s,T)\neq\lambda(s_i,T)$，而 $\lambda(s_i,T)=\lambda'(s_i',T)$，$\lambda(s,T)=\lambda'(s',T)$，所以 $\lambda'(s_i',T)\neq\lambda'(s',T)$．由 s_i' 的任意性可以知道 $T/\lambda'(s',T)$ 是 M' 的一个 UIO 序列．

推论 1 设 $M=\langle X,Y,S,W,\lambda\rangle$ 和 $M'=\langle X',Y',S',W',\lambda'\rangle$ 都是极小有限自动机且 $M\sim M'$，则下列结论成立．

(1) $T\in X^*$ 是 M 的同步序列，当且仅当 T 是 M' 的同步序列；

(2) $T/\lambda(s,T)$ 是 M 的一个 UIO 序列，当且仅当 $T/\lambda'(s',T)$ 是 M' 的一个 *UIO* 序列．这里 $s\in S, s'\in S'$，且 $s\sim s'$；

(3) $T\in X^*$ 是 M 的 D 序列，当且仅当 T 是 M' 的 D 序列．

定理 3 设 $M_1=\langle X_1,Y_1,S_1,W_1,\lambda_1\rangle$ 和 $M_2=\langle X_2,Y_2,S_2,W_2,\lambda_2\rangle$ 都是有限自动机，且 M_1 与 M_2 弱同构，则下列结论成立．

(1) $T\in X_1^*$ 是 M_1 的初态试验序列，当且仅当 $h_X(T)$ 是 M_2 的初态试验序列；

(2) $T\in X_1^*$ 是 M_1 的末态试验序列，当且仅当 $h_X(T)$ 是 M_2 的末态试验序列；

(3) $T\in X_1^*$ 是 M_1 的同步序列，当且仅当 $h_X(T)$ 是 M_2 的同步序列；

(4) $T\in X_1^*$ 是 M_1 的 D 序列，当且仅当 $h_X(T)$ 是 M_2 的 D 序列；

(5) $T/\lambda_1(s,T)$ 是 M_1 的一个 UIO 序列，当且仅当 $h_X(T)/\lambda_2(s',h_X(T))$ 是 M_2 的一个 UIO 序列．这里 $s'=h_S(s)$．

证明 由于 M_1 与 M_2 弱同构，则存在 3 个一一映射：(i) $h_X: X_1\to X_2$; (ii) $h_Y: Y_1'\to Y_2'$，这里 $Y_i'=\{y\mid \exists x\in X_i, s\in S_i$ 使得 $y=\lambda_i(s,x), i=1,2\}$; (iii) $h_S(W_1(s,x))=W_2(h_S(s),h_X(x))$ 和 $h_Y(\lambda_1(s,x))=\lambda_2(h_S(s),h_X(x))$．自然地可以把 h_X 扩充为 $h_X: X_1^*\to X_2^*$．其定义为

$$\begin{cases} h_X(\Lambda)=\Lambda, \\ h_X(x_1x_2\cdots x_n)=h_X(x_1)h_X(x_2)\cdots h_X(x_n), \\ x_i\in X_1, i=1,2,\cdots,n. \end{cases}$$

把 h_Y 扩充为 $h_Y: (Y_1')^*\to(Y_2')^*$，其定义为

$$\begin{cases} h_Y(\Lambda)=\Lambda, \\ h_Y(y_1y_2\cdots y_n)=h_Y(y_1)h_Y(y_2)\cdots h_Y(y_n), \\ y_i\in Y', i=1,2,\cdots,n. \end{cases}$$

容易证明扩充后的 h_X 和 h_Y 都是一一映射．

(1)"⇒"．对任意的 $s_1',s_2'\in S_2$ 且 s_1' 与 s_2' 不等价，由于 h_S 是一一映射，故存在 $s_1,s_2\in S_1$ 使得 $h_S(s_1)=s_1'$，$h_S(s_2)=s_2'$．假若 $\lambda_2(s_1',h_X(T))=\lambda_2(s_2',h_X(T))$，则有 $\lambda_2(h_S(s_1),h_X(T))=\lambda_2(h_S(s_2),h_X(T))$，即 $h_Y(\lambda_1(s_1,T))=h_Y(\lambda_1(s_2,T))$．由于扩充后的 h_Y 是一一映射，故 $\lambda_1(s_1,T)=\lambda_1(s_2,T)$．又由于 T 是 M_1 的初态试验序列，所以 $s_1\sim s_2$．从而对 $\forall U\in X_1^*$ 都有 $\lambda_1(s_1,U)=\lambda_1(s_2,U)$，从而 $h_Y(\lambda_1(s_1,U))=h_Y(\lambda_1(s_2,U))$ 即 $\lambda_2(h_S(s_1),h_X(U))=\lambda_2(h_S(s_2),h_X(U))$，从而 $h_S(s_1)\sim h_S(s_2)$，由状态等价的传递性有 $s_1'\sim s_2'$，与所设矛盾．所以 $\lambda_2(s_1',h_X(T))\neq\lambda_2(s_2',h_X(T))$，即 $h_X(T)$ 是 M_2 的初态试验序列．

"⇐"．设任意的 $s_1,s_2\in S_1$ 且 s_1 与 s_2 不等价，由于 h_S 是一一映射，则 $h_S(s_1),h_S(s_2)\in S_2$．假设 $h_S(s_1)$ 与 $h_S(s_2)$ 等价，则 $\forall U\in X_2^*$ 都有 $\lambda_2(h_S(s_1),U)\neq\lambda_2(h_S(s_2),U)$．由于 h_X 是一一映射，故存在唯一的 $V\in X_1^*$ 使得 $h_X(V)=U$，从而 $h_Y(\lambda_1(s_1,V))=h_Y(\lambda_1(s_2,V))$．又因为 h_Y 是一一映射，所以 $\lambda_1(s_1,V)=\lambda_1(s_2,V)$．由 U 的任意性可以知道 V 也是 X_1^* 中的任意输入序列，从而 $s_1\sim s_2$，与题设矛盾，所以 $h_S(s_1)$ 与 $h_S(s_2)$ 不等价．又假设 $\lambda_1(s_1,T)=\lambda_1(s_2,T)$，则有 $h_Y(\lambda_1(s_1,T))=h_Y(\lambda_1(s_2,T))$．即 $\lambda_2(h_S(s_1),h_X(T))\neq\lambda_2(h_S(s_2),h_X(T))$．这与 $h_X(T)$ 是 M_2 的初态试验序列矛盾．

(2)"⇒".对任意的 $s_1', s_2' \in S_2$,若 $\lambda_2(s_1', h_X(T)) = \lambda_2(s_2', h_X(T))$.因为 M_1 与 M_2 弱同构,故分别存在唯一的 $s_1, s_2 \in S_1$,使得 $h_S(s_1) = s_1'$, $h_S(s_2) = s_2'$. 由于

$$h_Y(\lambda_1(s_1,T)) = \lambda_2(h_S(s_1), h_X(T)) = \lambda_2(s_1', h_X(T)),$$

$$h_Y(\lambda_1(s_2,T)) = \lambda_2(h_S(s_2), h_X(T)) = \lambda_2(s_2', h_X(T)),$$

从而 $h_Y(\lambda_1(s_1,T)) = h_Y(\lambda_1(s_2,T))$.又因为 h_Y 是一一映射,所以 $\lambda_1(s_1,T) = \lambda_1(s_2,T)$.又因为 T是 M_1 的末态试验序列,从而 $W_1(s_1,T) \sim W_1(s_2,T)$. 再由

$$h_S(W_1(s_1,T)) = W_2(h_S(s_1), h_X(T)) = W_2(s_1', h_X(T)).$$

$$h_S(W_1(s_2,T)) = W_2(h_S(s_2), h_X(T)) = W_2(s_2', h_X(T)).$$

则 $W_2(s_1', h_X(T)) \sim W_2(s_2', h_X(T))$,所以 $h_X(T)$是 M_2的末态试验序列.

"⇐".对 ∀ $s_1, s_2 \in S_1$,若 $\lambda_1(s_1,T) = \lambda_1(s_2,T)$.因为 M_1与 M_2弱同构,则 $h_S(s_1), h_S(s_2) \in S_2$.因为 $\lambda_1(s_1,T) = \lambda_1(s_2,T)$,所以 $h_Y(\lambda_1(s_1,T)) = h_Y(\lambda_1(s_2,T))$,即 $\lambda_2(h_S(s_1), h_X(T)) = \lambda_2(h_S(s_2), h_X(T))$.因为 $h_X(T)$ 是 M_2的末态试验序列,故 $W_2(h_S(s_1), h_X(T)) \sim W_2(h_S(s_2), h_X(T))$.假若 $W_1(s_1,T)$与 $W_1(s_2,T)$不等价,则至少存在一个 $U \in X_1^*$ 使得 $\lambda_1(W_1(s_1,T),U) \neq \lambda_1(W_1(s_2,T),U)$,即 $\lambda_2(h_S(W_1(s_1,T)), h_X(U)) \neq \lambda_2(h_S(W_1(s_2,T)), h_X(U))$,也即 $\lambda_2(W_2(h_S(s_1)), h_X(U)) \neq \lambda_2(W_2(h_S(s_2)), h_X(U))$.

这与 $W_2(h_S(s_1)), h_X(T)) \sim W_2(h_S(s_2)), h_X(T))$矛盾.所以 $W_1(s_1,T) \sim W_1(s_2,T)$,从而 T是 M_1的末态试验序列.

(3)"⇒".对任意的 $s_1', s_2' \in S_2$,分别存在唯一的 $s_1, s_2 \in S_2$使得 $s_1' = h_S(s_1)$, $s_2' = h_S(s_2)$.由于 T是 M_1 同步序列,因此 $W_1(s_1,T) = W_1(s_2,T)$.而 $W_2(s_i', h_X(T)) = W_2(h_S(s_i), h_X(T)) = h_S(W_1(s_i,T))$, $i = 1, 2$, 所以 $W_2(s_1', h_X(T)) = W_2(s_2', h_X(T))$,从而 $h_X(T)$ 是 M_2的同步序列.

"⇐".对 ∀ $s_1, s_2 \in S_1$,有 $h_S(s_1), h_S(s_2) \in S_2$.由于 $h_X(T)$是 M_2的同步序列,因此 $W_2(h_S(s_1), h_X(T)) = W_2(h_S(s_2), h_X(T))$.而 $h_S(W_1(s_i,T)) = W_2(h_S(s_i), h_X(T))$, $i = 1, 2$,又因为 h_S是一一映射,所以 $W_1(s_1,T) = W_1(s_2,T)$,从而 T是 M_1的同步序列.

(4)"⇒".设任意的两个状态 $s_1', s_2' \in S_2$ 且 $s_1' \neq s_2'$.由于 M_1与 M_2弱同构,从而分别存在唯一的 $s_1, s_2 \in S_2$使得 $h_S(s_1) = s_1'$, $h_S(s_2) = s_2'$.由于 $s_1' \neq s_2'$,故 $s_1 \neq s_2$.又由于 T是 M_1的 D序列,从而 $\lambda_1(s_1,T) \neq \lambda_1(s_2,T)$.再因为 $h_Y(\lambda_1(s_i,T)) = \lambda_2(h_S(s_i), h_X(T)) = \lambda_2(s_i', h_X(T))$, $i = 1, 2$,所以 $\lambda_2(s_1', h_X(T)) \neq \lambda_2(s_2', h_X(T))$,因此 $h_X(T)$ 是 M_2 的 D序列.

"⇐".对 ∀ $s_1, s_2 \in S_1$,且 $s_1 \neq s_2$.因为 h_S是一一映射,则 $h_S(s_1), h_S(s_2) \in S_2$且 $h_S(s_1) \neq h_S(s_2)$.又由于 $h_X(T)$是 M_2的 D序列,从而 $\lambda_2(h_S(s_1), h_X(T)) \neq \lambda_2(h_S(s_2), h_X(T))$.而 $\lambda_2(h_S(s_i), h_X(T)) = h_Y(\lambda_1(s_i,T))$, $i = 1, 2$,由于 h_Y是一一映射,所以 $\lambda_1(s_1,T) \neq \lambda_1(s_2,T)$,从而 T是 M_1的 D序列.

(5)"⇒".设 $T\lambda_1(s,T)$是 M_1的一个 UIO序列且 $s' = h_S(s)$.对 ∀ $s_j' \in S_2$且 $s_j' \neq s'$,因为 M_1与 M_2弱同构,故存在唯一的 $s_j \in S_1$使得 $h_S(s_j) = s_j'$,且 $s_j \neq s$.由于 $T\lambda_1(s,T)$是 M_1的一个 UIO序列,所以 $\lambda_1(s_j,T) \neq \lambda_1(s,T)$.而 $h_Y(\lambda_1(s,T)) = \lambda_2(h_S(s), h_X(T)) = \lambda_2(s', h_X(T))$, $h_Y(\lambda_1(s_j,T)) = \lambda_2(h_S(s_j), h_X(T)) = \lambda_2(s_j', h_X(T))$,所以 $\lambda_2(s', h_X(T)) \neq \lambda_2(s_j', h_X(T))$.由 s_j'的任意性可以知道 $h_X(T)\lambda_2(s', h_X(T))$是 M_2的一个 UIO序列.

"⇐".设 $h_X(T)\lambda_2(s', h_X(T))$是 M_2的一个 UIO序列,且 $s' = h_S(s)$.对 ∀ $s_i \in S_1$且 $s_i \neq s$,由于 h_S是一一映射,从而 $h_S(s_i) \neq h_S(s) = s'$.因为 $h_X(T)\lambda_2(s', h_X(T))$是 M_2的一个 UIO序列,所以 $\lambda_2(h_S(s_i), h_X(T)) \neq \lambda_2(h_S(s), h_X(T))$.而 $\lambda_2(h_S(s_i), h_X(T)) = h_Y(\lambda_1(s_i,T))$, $\lambda_2(h_S(s), h_X(T)) = h_Y(\lambda_1(s,T))$,又因为 h_Y是一一映射,故 $\lambda_1(s_i,T) \neq \lambda_1(s,T)$.由 s_i的任意性可以知道 $T\lambda_1(s,T)$是 M_1的一个 UIO序列.

推论 2 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda\rangle$和 $M' = \langle X', Y', S', W', \lambda'\rangle$是两个有限自动机,且 M 与 M'同构,则下列结论成立.

(1) $T \in X^*$ 是 M 的初态试验序列,当且仅当 T 是 M'的初态试验序列;

(2) $T \in X^*$ 是 M 的末态试验序列,当且仅当 T 是 M'的末态试验序列;

(3) $T \in X^*$ 是 M 的同步序列,当且仅当 T是 M'的同步序列;

(4) $T \in X^*$ 是 M 的 D序列,当且仅当 T是 M'的 D序列;

(5) $T\lambda(s,T)$是 M 的一个 UIO序列,当且仅当是 $T\lambda'(s',T)$的 M'一个 UIO序列.这里 $s' = h_S(s)$, h_S为 M与 M'同构映射.

定理 4 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda\rangle$和 $M' = \langle X', Y', S', W', \lambda'\rangle$都是有限自动机,且 $M \prec M'$,则下列结论成立.

(1)若 $T \in X^*$ 是 M'的初态试验序列,则 T是 M 的初态试验序列;

(2)若 $T \in X^*$ 是 M'的末态试验序列,则 T是 M

的末态试验序列.

证明 (1)对 $\forall s_1, s_2 \in S$ 且 s_1 与 s_2 不等价,由于 $M \prec M'$,则 $\exists s_1', s_2' \in S'$ 使得 $s_1 \sim s_1', s_2 \sim s_2'$,因为 s_1 与 s_2 不等价,由状态等价的传递性可以知道 s_1' 与 s_2' 不等价.又因为 T是 M' 的初态试验序列,故 $\lambda'(s_1', T) \neq \lambda'(s_2', T)$.而 $\lambda(s_1, T) = \lambda'(s_1', T)$, $\lambda(s_2, T) = \lambda'(s_2', T)$,所以 $\lambda(s_1, T) \neq \lambda(s_2, T)$.由 s_1, s_2 的任意性可以知道 T是 M 的初态试验序列.

(2)对 $\forall s_1, s_2 \in S$ 且 $\lambda(s_1, T) = \lambda(s_2, T)$,由于 $M \prec M'$,则 $\exists s_1', s_2' \in S'$ 使得 $s_1 \sim s_1', s_2 \sim s_2'$,则有 $\lambda(s_1, T) = \lambda'(s_1', T)$, $\lambda(s_2, T) = \lambda'(s_2', T)$.因为 $\lambda(s_1, T) = \lambda(s_2, T)$,所以 $\lambda'(s_1', T) = \lambda'(s_2', T)$.因为 T是 M' 的末态试验序列,故 $W'(s_1', T) \sim W'(s_2', T)$.而 $s_1 \sim s_1', s_2 \sim s_2'$,因此 $W(s_1, T) \sim W'(s_1', T)$, $W(s_2, T) \sim W'(s_2', T)$.由状态等价的传递性可以得到 $W(s_1, T) \sim W(s_2, T)$,所以 T是 M 的末态试验序列.

定理 5 设 $M = \langle X, Y, S, W, \lambda \rangle$ 和 $M' = \langle X', Y', S', W', \lambda' \rangle$ 是两个有限自动机,其中 M 极小且 $M \prec M'$,则下列结论成立.

(1) 若 $T \in X^*$ 是 M' 的同步序列,则 T是 M 的同步序列;

(2) 若 $T \in X^*$ 是 M' 的 D序列,则 T是 M 的 D序列;

(3) 若 $T\lambda'(s', T)$ 是 M' 的一个 UIO序列且 $\exists s \in S$ 使得 $s \sim s'$,则 $T\lambda(s, T)$ 是 M 的一个 UIO序列.

证明 (1)对 $\forall s_1, s_2 \in S$,由于 $M \prec M'$,则 $\exists s_1', s_2' \in S'$ 使得 $s_1 \sim s_1', s_2 \sim s_2'$,从而 $W(s_1, T) \sim W'(s_1', T)$, $W(s_2, T) \sim W'(s_2', T)$.因为 T是 M' 的同步序列,故 $W'(s_1', T) = W'(s_2', T)$,此时 $W(s_1, T) \sim W(s_2, T)$.又因为 M 极小,所以 $W(s_1, T) = W(s_2, T)$,即 T是 M 的同步序列.

(2)对 $\forall s_1, s_2 \in S$ 且 $s_1 \neq s_2$,由于 $M \prec M'$,则 $\exists s_1', s_2' \in S'$ 使得 $s_1 \sim s_1', s_2 \sim s_2'$,从而 $\lambda(s_1, T) \sim \lambda'(s_1', T)$, $\lambda(s_2, T) \sim \lambda'(s_2', T)$.因为 M 极小,所以 s_1 与 s_2 不等价,由状态等价的传递性可以得出 s_1' 与 s_2' 不等价,此时 $s_1' \neq s_2'$.又因为 T是 M' 的 D序列,所以 $\lambda'(s_1', T) \neq \lambda'(s_2', T)$,从而 $\lambda(s_1, T) \neq \lambda(s_2, T)$,即 T是 M 的 D序列.

(3)设 $s \in S, s' \in S'$ 且 $s \sim s'$,对 $\forall s_i \in S$ 且 $s_i \neq s$,由于 $M \prec M'$,则 $\exists s_i' \in S'$ 且 $s_i' \sim s_i$.因为 $s_i \neq s$ 而 M 极小,所以 s_i 与 s 不等价,由状态等价的传递性可以得出 s' 与 s_i' 不等价,此时 $s' \neq s_i'$.因为 $T\lambda'(s', T)$ 是 M' 的一个 UIO序列,所以 $\lambda'(s', T) \neq \lambda'(s_i', T)$.然而 $\lambda(s, T) = \lambda'(s', T)$,故 $\lambda(s, T) \neq \lambda'(s_i', T)$.又因为 $s_i' \sim s_i$ 所以 $\lambda'(s_i', T) = \lambda(s_i, T)$,因此 $\lambda(s, T) \neq \lambda(s_i, T)$.由 s_i 的任意性可以知道 $\lambda(s, T)$ 是 M 的一个 UIO序列.

参考文献:

[1] 陶仁骥.自动机引论[M].北京:科学出版社,1986.

[2] 谢正卫,邓培民,易忠.有限自动机积的初(末)态试验序列、UIO序列和同步序列[J].广西师范大学学报:自然科学版,2006,24(2):28-31.

[3] 谢正卫,邓培民,易忠.线性有限自动机的同步序列及其生成算法[J].计算机工程与应用,2006,24 34-38.

[4] 谢正卫,邓培民,易忠.线性有限自动机的UIO序列及其生成算法[J].计算机工程与应用,2007,43(2):49-52.

[5] 陶仁骥.有限自动机的可逆性[M].北京:科学出版社,1979.

[6] 鲍丰.弱可逆有限自动机的化合与分解[J].中国科学:A辑,1993,23(7):759-765.

(责任编辑:尹 闯)

美国科学家发现杀伤性T细胞新受体

美国科学家研究发现了人体免疫系统杀伤性T细胞外部的多个受体,这些受体可能控制T细胞应答的不同方面,多个抑制受体的共同表达造成了失效的T细胞上发生的负调节,最终的效果是使特定T细胞群失效。

科学家研究发现这些T细胞新受体,不仅有可能极大增强抗病毒或抗肿瘤的T细胞应答,而且可能逆转T细胞失效这一过程,使T细胞继续对抗感染或疾病。这给了我们一个极大的临床机遇,T细胞有很多武器可以控制病毒感染,不过当T细胞失效后这些武器都无效了。有了这些T细胞新受体,现在就有可能使失效T细胞复苏,从而有选择地重新使用这些武器。科学家下一步的研究目标是理解受体控制的通路,之后弄清如何通过标靶特定的路径来微调失效的逆转,这些路径选择性地控制期望的T细胞反应类型。

(据科学网)