

加权网络上 Sznajd 舆论模型研究*

Application of the Sznajd Consense Model to Weighted Networks

苏俊燕¹, 孔令江², 刘慕仁², 张海民¹

SU Jun-yan¹, KONG Ling-jiang², LIU Mu-ren², ZHANG Hai-min¹

(1. 兰州理工大学理学院, 甘肃兰州 730050; 2. 广西师范大学物理与电子工程学院, 广西桂林 541004)

(1. School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu, 730050, China; 2. College of Physics and Information Engineering, Guangxi Normal University, Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要: 在异步更新的方式下, 将 Sznajd 舆论模型应用到加权网络上, 用网络的节点代表一个人, 用节点之间的连接权重来描述人际之间的亲疏关系, 研究加权网络的磁化率和权重对舆论演化的影响情况, 并进行计算机模拟. 结果表明, 加权网络上的 Sznajd 舆论模型不存在僵持态, 以相等的概率 0.5 达到全体向上或全体向下的垄断态; 初始磁化率大于 0, 终态磁化率也肯定大于 0; 权重更新系数越大越不利于系统一致意见终态形成.

关键词: 舆论演化 加权网络 Sznajd 模型

中图分类号: O 550 文献标识码: A 文章编号: 1005-9164(2008)01-0044-03

Abstract Because the interpersonal relationship exists close or distance friends, with the asynchronous renewing way, this paper applies Sznajd model to the weighted network, whose nodes mean one person, and the weight of the link between one node and another node means the intimate or distance degree among interpersonal relationship, and makes a research on the change of the magnetization on weighted network and the effects of the weight. The result shows the weighted network doesn't exist stalemate, achieve the same opinion with the equal probability, and the renewing coefficient is not in favour of achieving an agreement.

Key words public opinion, weighted network, Sznajd model

自 2000 年一维 Sznajd 模型^[1]被提出来用于研究舆论的形成和演化过程以来, 该模型就引起了人们的广泛关注^[2-5], 并被推广到四方格子^[2]、三角形格子^[6]和复杂网络上, 如小世界网^[7], Barabási-Albert 网^[8,9]. 网络上的 Sznajd 模型从随机初始状态开始演化将不会演化到僵持状态 (一半人赞同一半人反对的状态), 总是以相等的概率演化到垄断状态 (全体人反对或全体人赞同), 而且如果初始状态的赞同意见比超过 50% 时, 则终态赞同意见比也会大于 50%^[7,10]. 网络上的 Sznajd 模型的状态演化虽然消除了僵持状态, 但是最后演化到的垄断状态却跟现实生活不符.

因为现实生活中很少会出现全体人员意见都一致的情况. 文献 [7] 加入 Leader 可以避免垄断状态出现.

目前, 关于网络上的 Sznajd 模型都是采用无权重网络, 即节点之间的连接权重都是一样的. 舆论演化过程实质上是意见在人际关系网络上的演化过程. 由于人际间相互影响的程度不一样, 有的人亲密一些, 有的人疏远一些, 因此人际之间的网络是一个加权网络. 为此, 本文采用汪秉宏^[11]研究小组提出的加权网络来研究 Sznajd 模型在此网络上的演化.

1 加权网络

加权网络的具体构建方法^[11]如下: 从一个包含有 N_0 个节点的初始全连接无向网络开始, 并假设每一条连接的初始权重值为 w_0 , 然后, 网络按如下两个联合机制进行拓扑构造.

收稿日期: 2007-07-18

作者简介: 苏俊燕 (1980-), 女, 讲师, 主要从事计算物理研究.

* 国家自然科学基金项目 (70371067, 10562001) 资助.

(I) 在每一个时步加入一个新节点 j , 并一定让其与已经存在的节点建立 $m (\leq N_0)$ 条新的连接; 该节点连接到某个已经存在节点 i 的偏向性概率为 $I_{j \rightarrow i} = s_i \sum_j s_j$, 其中求和遍及所有的节点, s_i 称为节点权重, 它是与节点 i 相连接的所有连接的权重之和, 即 $s_i = \sum_j w_{ij}$, w_{ij} 是节点 i 与节点 j 之间的连接权重, 如果节点 i, j 没有连接, 则 $w_{ij} = 0$; m 条新连接的初始权重值为 w_0 .

(II) 各条连接的权重值按照下面的规则来更新, 其中, W 假定为一个常数, 称为权重更新系数, $p_{ij} = s_i s_j \sum_{a < b, S_i S_b}$, 求和遍及所有相连接的节点对, 并保证求和不重复进行. 当初始节点 N_0 较小时, $W p_{ij}$ 很可能大于 1, 这时我们假定这个值为 1.

$$w_{ij} \rightarrow \begin{cases} w_{ij} + 1, & \text{概率 } W p_{ij}, \\ w_{ij}, & \text{概率 } 1 - W p_{ij}. \end{cases}$$

在 $N_0 = 3, m = 3, w_0 = 1$ 条件下, 文献 [10] 发现, 度分布函数 $P(k)$ 和强度分布函数 $P(s)$ 是具有胖拖尾的幂率函数, 权重分布函数 $P(w)$ 是一个具有重拖尾的幂率函数, 而且幂指数和 W 有关, 与实证研究符合得较好.

2 Sznajd模型的演化规则

网络上的每个节点代表一个人, 假设每个人对待事物有两种态度, 或赞成或反对, 分别用 $S_i = +1$ 和 $S_i = -1$ 表示. 节点状态的改变按 Sznajd 模型采用异步方式更新: 随机地选择网络上的一个节点 i , 然后将节点 i 和相邻的节点 $i+1$ 配成一个节点对, 如果节点 i 和节点 $i+1$ 的态度保持一致, 则节点 i 和 $i+1$ 可以劝说与它们相连的所有节点以一定概率采取它们的态度, 否则与它们相连节点的态度不受影响. 当按照网络节点的数目 N 对节点进行了 N 次这样的态度更新, 我们就说对模型进行了一个时步的演化. 劝说别人采取自己态度的概率显然与人际之间的亲密程度有关. 在本文中, 节点 i 劝说与其相连节点采取它的态度的概率正比于这两个节点的连接权重. 即如果 $S_i(i) \times S(i+1) = 1$, 则

$$\begin{cases} S_{i+1}(j) = S_i(i), N = w_{j,i} \sum_l w_{l,i}, \\ S_{i+1}(k) = S(i+1), N = w_{k,i+1} \sum_m w_{m,i+1}, \end{cases} \quad (1)$$

其中, j, k 分别是与节点 i 和节点 $i+1$ 相连的节点; l, m 分别遍及与节点 i 和 $i+1$ 相连接的所有节点. 该规则表明: 如果节点 i 和节点 $i+1$ 的态度一致, 则与它们相连的所有节点都以概率 Θ 采用相同的态度, 否则

保持不变.

3 计算机模拟

为了刻画系统的特征, 定义系统磁化率为:

$$m(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i. \quad (2)$$

在 $N_0 = 3, m = 3, w_0 = 1, W = 5$ 条件下, 建立 $N = 6000$ 的加权网络, 然后采用异步更新方式按 (1) 式更新人员的态度.

3.1 初始磁化率为 0 的磁化率变化

从随机初始态开始 (6000 节点, 初始磁化率为 0), 模拟磁化率随着时步的变化结果如图 1 所示.

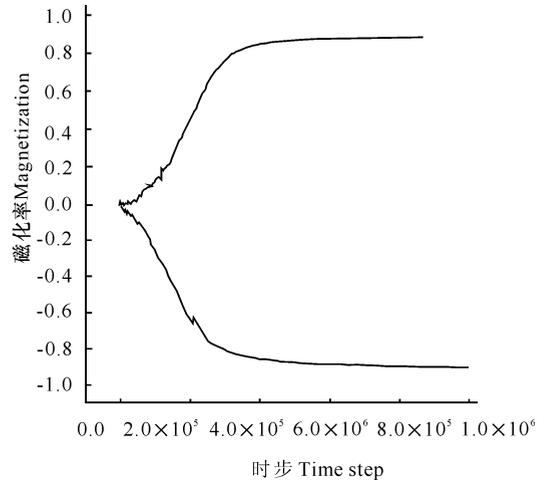


图 1 磁化率随着时步的变化关系

Fig. 1 The relational pattern of step and magnetization

从图 1 结果可以看出, 当初始磁化率为 0 时, 磁化率随着时步有时呈现上升的趋势, 有时呈现下降的趋势, 磁化率在前 4.0×10^5 时步的变化比较陡, 之后就变得比较平缓, 这样的过程将会保持相当长的时步, 但是, 如果演化足够长时步的话, 磁化率将会达到 +1 或者 -1, 即系统将会达到垄断态, 而且不存在僵持的状态. 由于达到垄断态所需要的时步过于漫长, 我们近似认为只要磁化率超过 0.9 (此时向上的赞同率为 0.95) 或者低于 -0.9 (此时向下的赞同率为 0.95) 时, 系统即达到垄断态, 所以基于 10000 个不同随机初始态开始 (初始磁化率为 0) 演化后的结果统计, 两种状态出现的机率分别是: 一致赞同为 0.4975, 一致反对为 0.5025. 这两种状态几乎是以相等的机率出现.

3.2 初始磁化率不为 0 的磁化率变化

当初始磁化率不为 0 时, 模拟磁化率随着时步的变化结果如图 2 所示.

从图 2 结果可以看出, 当初始磁化率大于 0 时, 磁化率随着时步呈现上升的趋势, 而且初始磁化率越大, 磁化率变化的越快. 同样, 当初始磁化率小于 0 时,

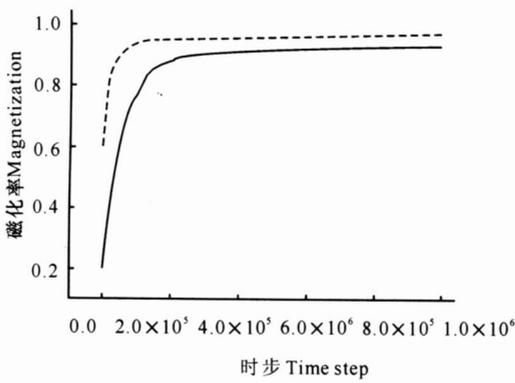


图2 初始磁化率不为0,磁化率随着时步的变化

Fig. 2 The relational pattern of step and magnetization when the beginning magnetization isn't zero

—: 初始磁化率为0.2; ----: 初始磁化率为0.6.

—: Beginning magnetization 0.2; ----: Beginning magnetization 0.6.

磁化率也呈现下降的趋势.这样的演化结果和实际生活中的“少数服从多数原则”完全相符.

由图1结果已经知道,当演化到 4×10^5 时步时,磁化率的变化就平缓了很多,所以模拟终态磁化率随着初始磁化率的变化情况,只演化到这个时步即可.

从图2结果可以看出,初始磁化率在一定区间内,终态磁化率有一个变化的过程.实际上,终态磁化率随着初始磁化率理论上应该有一个突变,因为在模拟过程中要达到垄断态需要太长的时步,所以模拟中的演化时步都没有达到最终的垄断态,因此有一个变化过程.

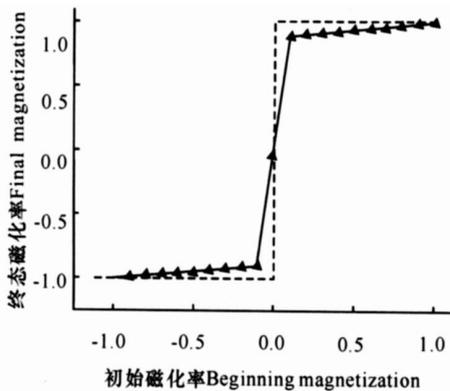


图3 终态磁化率随着初始磁化率的变化关系

Fig. 3 The relational pattern of final and beginning magnetization

—▲—: 模拟值; ----: 理论值.

—▲—: Simulative value; ----: Theoretic value.

3.3 磁化率随网络权重更新系数的变化

从图4结果可以看出,权重更新系数越大越不利于系统一致意见终态的形成.当 $W = 0$ 时,加权网络

就变成了无权网络,对于无权网络而言,不考虑人际之间的亲密程度,每个人受到的所有邻居的影响是一样的,从而很容易分辨出是赞成意见处于优势还是反对意见处于优势,能很快做出自己的决定,这样就有利于一致意见的形成.当 W 不为0,由加权网络的构建过程可以知道, W 值越大意味着每条连接的权重增加的机率就越大,人与人之间亲密程度的差距也越大,这样由于不同邻居对人员的影响程度不一样,使得人员不容易明确自己态度,所以权重更新系数越大越不利于系统一致意见的形成.

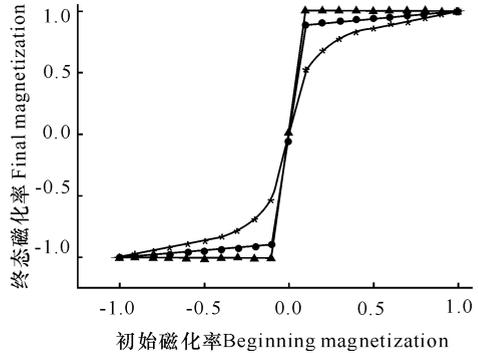


图4 磁化率随着权重更新系数的变化情况

Fig. 4 The relational pattern of magnetization and renewing coefficient of the weight of network

▲: $W = 0$; ●: $W = 5$; —*—: $W = 15$.

4 结论

加权网络上的 Sznajd模型不存在僵持态,以相等的概率0.5达到全体向上或全体向下的垄断态;初始磁化率大于0,终态磁化率也肯定大于0,这一点和一维的 Sznajd模型不同;权重更新系数越大越不利于系统一致意见终态形成.

参考文献:

- [1] K Sznajd Weron, Sznajd J. Opinion evolution in closed community [J]. International Journal of Modern Physics C, 2000, 11(6): 1157-1165.
- [2] Stauffer D, Sousa A O, S M De Oliveira. Generalization to square lattice of sznajd sociophysics model [J]. International Journal of Modern Physics C, 2000, 11(6): 1239-1245.
- [3] 吴青峰,孔令江,刘慕仁.元胞自动机舆论传播模型中人员个性的影响 [J]. 广西师范大学学报: 自然科学版, 2004, 22(4): 5-9.

(下转第5页 Continue on page 51)

当前我国正值高速公路建设高峰,国家对公路投入逐年增大.在进行道路基础设施建设时,考虑影响通行的各种瓶颈效应,可以有效地提高道路利用率,增强道路交通的运行能力.

参考文献:

- [1] Nagel K, Schreckenberg M. A cellular automaton model for freeway traffic [J]. *J Phys I France*, 1992, 2: 2221-2229.
- [2] Fukui M, Ishibashi Y. Traffic flow in 1D cellular automation on model including cars moving with high speed [J]. *J Phys Soc(Japan)*, 1993, 65: 1868-1870.
- [3] Feng Li, Zhang Xiuyuan, Gao Ziyu. The effect of restricted velocity in the two-lane on-ramp system [J]. *Physica A*, 2007, 374: 827-834.
- [4] Chow Dhury D, Santen L, Schadschneider A. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems [J]. *Phys Rep*, 2000, 329: 199.

- [5] 何云,陈若航,吕晓阳.一维 DCA 交通流模型分析 [J]. *广西师范大学学报:自然科学版*, 1997, 15(1): 49.
- [6] 谭惠丽,刘慕仁,孔令江.单速及多速车道元胞自动机交通流模型的研究 [J]. *广西师范大学学报:自然科学版*, 2001, 19(2): 8-12.
- [7] 吕晓阳,刘慕仁,孔令江.一维元胞自动机交通流模型的理论分析与计算机实验 [J]. *物理学报*, 1998, 47(11): 1761-1768.
- [8] 郑容森,谭惠丽,孔令江,等.开放边界双车道混合车辆交通流的研究 [J]. *广西师范大学学报:自然科学版*, 2005, 23(2): 1-4.
- [9] 刘海英,谭惠丽,孔令江,等.十字交叉路口交通流的控制和管理研究 [J]. *广西科学*, 2006, 13(4): 338-341.
- [10] 李启朗,邝华,谭惠丽,等.驾驶员的驾驶特性对交通流的影响 [J]. *广西科学*, 2006, 13(1): 27-30.

(责任编辑:韦廷宗)

(上接第 46 页 Continue from page 46)

- [4] 涂玉松,李晓,邓敏芝,等.一维 Sznajd 舆论模型相变的研究 [J]. *广西师范大学学报:自然科学版*, 2005, 23(3): 5-8.
- [5] Santo Fortunato. The sznajd consensus model with continuous opinion [J/OL]. [2007-06-25]. http://arxiv.org/ps_cachelcondmat/pdf/0407/0704353v1.pdf.
- [6] Iksoo Chang. Sznajd sociophysics model on a triangular lattice ferro and antiferromagnetic opinion [J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2001, 12(10): 1509-1512.
- [7] Elgazzar A S. Application of the sznajd sociophysics model to small-world networks [J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2001, 12(10): 1537-1544.
- [8] Bernardes A T, Stauffer D, Kerécs J. Election results and the sznajd model on barabási network [J]. *Eur Phys J B*,

2002, 25: 123-127.

- [9] Sousa A O. Consensus formation on a triad scale-free network [J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2004, 12(10): 1537-1544.
- [10] González M C, Sousa A O, Herrmann H J. Renormalizing sznajd model on complex networks taking into account the effects of growth mechanisms [J]. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 2006, 49: 253-257.
- [11] Wang Wenxu, Wang Binghong, Hu Bo, et al. General dynamics of topology and traffic on weighted technological networks [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94: 188702.

(责任编辑:尹 闯 邓大玉)