基于距离测度的折衷型区间数多属性决策方法

A Compromise Method Based on the Distance Measure Between Interval Numbers in Multiple Attribute Decision Making

李　霞,张金政,陶　飞
LI Xia,ZHANG Jin-zheng,TAO Fei

(青岛农业大学信息科学与工程学院,山东青岛　266109)
(College of Information Science and Engineering, Qingdao Agricultural University, Qingdao, Shandong,266109,China)

摘要:针对服从均匀分布的区间数情况,通过区间数之间的距离并考虑决策者的偏好,给出一种基于距离测度的折衷型区间数多属性决策方法,并以实例说明方法的有效性和可行性.该方法首先将区间数属性值转化为排序指标值,以方案排序指标值离差最大化为目标建立数学模型求得属性权重,然后按方案综合排序指标值的大小对方案进行排序.该方法充分利用已有的客观信息,结果准确可信,具有简洁、直观、便于上机实现等优点.

关键词:多属性决策　权重　距离测度　排序指标值　区间数

中图法分类号:O223　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1005-9164(2007)03-0250-03

Abstract: With the instance of interval numbers obeying even distribution, a compromise method based on the distance measure is developed by the distance between interval numbers with considering the preference of decision maker. The feasibility and effectiveness of the method is showed in a numerical example. In the method, the interval numbers attribute values are transferred into the index values of ranking. The attribute weights are gained by creating the mathematical model aimed at the most deviation between the index values of ranking of all the schemes. Finally, all the schemes are ranked by the compositive index values of ranking.

Key words: multiple attribute decision making, weights, distance measure, index value of ranking, interval numbers

在社会生活中,存在着大量的多属性决策问题,如投资方案选优、企业效益评估等.目前,对于权重信息已知属性值以区间数形式给出的不确定型多属性决策问题的研究已经取得了一些成果,如文献[1,2]研究了属性权重及属性值均以区间数形式给出的情况,文献[3]研究了属性权重为确数且属性值以区间数形式给出的情况.针对属性权重信息完全未知且属性值以区间数形式给出的不确定多属性决策的研究,目前还很少[4,5].解决此类问题的两个关键环节是确定属性权重和对备选方案进行排序.本文针对服从均匀分布的区间数情况,通过区间数之间的距离并考虑决策者的偏好,给出了解决不确定多属性决策问题的一种新方法.

收稿日期:2007-04-18
修回日期:2007-06-05
作者简介:李　霞(1981-),女,助教,主要从事计算机应用及模糊决策研究。

1　预备知识

令 $M=\{1,2,\cdots,m\}$,$N=\{1,2,\cdots,n\}$,对于多属性决策问题,设 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$ 为方案集,$U=\{u_1,u_2,\cdots,u_m\}$,假设属性权重向量为 $W=\{w_1,w_2,\cdots,w_m\}^T$,$w_j\geqslant 0$,$j\in M$,并满足单位化约束条件

$$\sum_{j=1}^{m} w_j^2=1. \tag{1}$$

对于方案 a_i 按属性 u_j 进行测度,得到 a_i 关于属性 u_j 的属性值为区间数 $\tilde{a}_{ij}$($\tilde{a}_{ij}=[a_{ij}^L,a_{ij}^U]$),从而构成决策矩阵 $A=(\tilde{a}_{ij})_{n\times m}$.最常见的属性类型有效益型和

成本型两种，所以在决策之前，须对决策矩阵 A 进行规范化处理，一般对于 A 可采用如下方法进行规范化处理[6]：

对于收益型指标 u_j 下的属性值 $\tilde{a}_{ij}=[a_{ij}^L,a_{ij}^U]$，其规范化公式为

$$r_{ij}^L=\frac{a_{ij}^L}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}^U)^2}},r_{ij}^U=\frac{a_{ij}^U}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}^L)^2}},i\in N,\quad(2)$$

对于成本型指标 u_k 下的属性值 $\tilde{a}_{ik}=[a_{ik}^L,a_{ik}^U]$，其规范化公式为

$$r_{ik}^L=\frac{\frac{1}{a_{ik}^U}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{a_{ik}^L})^2}},r_{ik}^U=\frac{\frac{1}{a_{ik}^L}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(\frac{1}{a_{ik}^U})^2}},i\in N,\quad(3)$$

得规范化决策矩阵 $R=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$，其中 $\tilde{r}_{ij}=[r_{ij}^L,r_{ij}^U]$.

定义 1[7] 称 $r^+=\{\tilde{r}_1^+,\tilde{r}_2^+,\cdots,\tilde{r}_m^+\}^{\mathrm{T}}$ 为区间型正理想点，其中

$$\tilde{r}_j^+=[r_j^{+L},r_j^{+U}]=[\max_i r_{ij}^L,\max_i r_{ij}^U],j\in M.\quad(4)$$

定义 2[7] 称 $r^-=\{\tilde{r}_1^-,\tilde{r}_2^-,\cdots,\tilde{r}_m^-\}^{\mathrm{T}}$ 为区间型负理想点，其中

$$\tilde{r}_j^-=[r_j^{-L},r_j^{-U}]=[\min_i r_{ij}^L,\min_i r_{ij}^U],j\in M.\quad(5)$$

定义 3[8] 设 $\tilde{a}=[a^L,a^U],\tilde{b}=[b^L,b^U]$ 为两区间数，令

$$d(\tilde{a},\tilde{b})=\sqrt{(\frac{a^L+a^U}{2}-\frac{b^L+b^U}{2})^2+\frac{1}{12}[(a^U-a^L)-(b^U-b^L)]^2}\quad(6)$$

称 $d(\tilde{a},\tilde{b})$ 为区间数 $\tilde{a},\tilde{b}$ 的相离度.

区间数问题与数值型问题不同，方案与正理想点距离较大的同时与负理想点的距离不一定就小，因此在决策过程中必须考虑决策者的偏好，根据决策者的偏好不同，可分为冒险型、保守型和折衷型决策，本文从折衷的角度考虑，以

$$c_{ij}=\frac{d(\tilde{r}_{ij},\tilde{r}_j^-)}{d(\tilde{r}_{ij},\tilde{r}_j^-)+d(\tilde{r}_{ij},\tilde{r}_j^+)},i\in N,j\in M,\quad(7)$$

作为方案 a_i 在属性 u_j 下的排序指标值. 方案 a_i 在属性 u_j 下的排序指标值越大，则方案 a_i 在属性 u_j 下就越优.

2 主要结果

通常认为，若所有决策方案在属性 u_j 下的属性值差异越小，则该属性对方案决策与排序所起的作用越小；反之，若属性 u_j 能使所有决策方案的属性值有较大偏差，则其对方案决策与排序所起作用越大. 对于区间数来说，可能会出现尽管两个区间数之间有较大偏差，但二者的序并无差别这种情况，因此，从对区间数进行排序的角度考虑，真正起重要作用的是能使方案的排序指标值有较大偏差的属性，这样，方案的排序指标值偏差越大的属性(无论其本身的重要程度如何)应该赋予越大的权重.

要考虑方案排序指标值的差异情况，需将规范化决策矩阵 $R=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$ 通过(3)、(4)式转化为排序指标值矩阵 $C=(c_{ij})_{n\times m}$.

在属性 u_j 下各方案排序指标值的偏差为

$$D_j(w)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|c_{ij}-c_{kj}|w_j;\quad(8)$$

在所有属性下各方案排序指标值的偏差为

$$D(w)=\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|c_{ij}-c_{kj}|w_j.\quad(9)$$

从而可以建立如下的单目标最优化模型

$$\max D(w)=\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|c_{ij}-c_{kj}|w_j-\frac{\lambda}{2}(\sum_{j=1}^{m}w_j^2-1),\quad(10)$$

$$s.t.\ \sum_{j=1}^{m}w_j^2=1.\quad(11)$$

解此模型并归一化可得

$$w_j=\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|c_{ij}-c_{kj}|}{\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|c_{ij}-c_{kj}|},j\in M,\quad(12)$$

然后求得各方案的综合排序指标值

$$C_i=\sum_{j=1}^{m}c_{ij}w_j,i\in N.\quad(13)$$

按照方案综合排序指标值 C_i 的大小对方案进行排序，综合排序指标值越大的方案越优.

基于上述讨论，给出如下算法：

1) 将决策矩阵 $A=(\tilde{a}_{ij})_{n\times m}$ 按(2)、(3)式转化为规范化矩阵 $R=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$；

2) 将规范化决策矩阵 $R=(\tilde{r}_{ij})_{n\times m}$ 通过(6)、(7)式转化为排序指标值矩阵 $C=(c_{ij})_{n\times m}$；

3) 由(12)式求得最优权重向量 W；

4) 由(13)式求得各方案的综合排序指标值 $C_i(i\in N)$，并按其大小对方案进行排序，即得到最优的方案.

3 算例分析

应用文献[4]中的例子来说明本文方法的应用. 为开发新产品，拟定了 5 个投资方案 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5，各方案的属性值列于表 1，试将投资方案进行排序.

表 1　各方案的属性值

Table 1　The attribute values of all the schemes

方案 Schemes	投资额 Investment (万元)	期望净现值 Expectations NPV(万元)	风险盈利值 Profit risk value(万元)	风险损失值 Loss risk value(万元)
a_1	[5,7]	[4,5]	[4,6]	[0.4,0.6]
a_2	[10,11]	[6,7]	[5,6]	[1.5,2]
a_3	[5,6]	[4,5]	[3,4]	[0.4,0.7]
a_4	[9,11]	[5,6]	[5,7]	[1.3,1.5]
a_5	[6,8]	[3,5]	[3,4]	[0.8,1]

在目标集中，期望净现值、风险盈利值为效益型目标；投资额、风险损失值为成本型目标；权重向量未知. 利用本文方法求出 4 个属性的权重并对方案进行排序，具体步骤为：

首先根据表 1 中的数据建立决策矩阵

$$A=\begin{bmatrix}[5,7] & [4,5] & [4,6] & [0.4,0.6]\\ [10,11] & [6,7] & [5,6] & [1.5,2]\\ [5,6] & [4,5] & [3,4] & [0.4,0.7]\\ [9,11] & [5,6] & [5,7] & [1.3,1.5]\\ [6,8] & [3,5] & [3,4] & [0.8,1]\end{bmatrix}.$$

再由(2)、(3)式将决策矩阵 A 转化为规范化决策矩阵

$$R=\begin{bmatrix}[0.40,0.71] & [0.32,0.50] & [0.32,0.65] & [0.43,0.98]\\ [0.25,0.35] & [0.47,0.69] & [0.40,0.65] & [0.13,0.26]\\ [0.46,0.71] & [0.32,0.50] & [0.24,0.44] & [0.37,0.98]\\ [0.25,0.39] & [0.40,0.59] & [0.40,0.76] & [0.17,0.30]\\ [0.35,0.59] & [0.24,0.50] & [0.24,0.44] & [0.26,0.49]\end{bmatrix}.$$

由(4)、(5)式可得到正理想点 $r^{+}=([0.46,0.71],[0.47,0.69],[0.40,0.76],[0.43,0.98])$，负理想点 $r^{-}=([0.25,0.35],[0.24,0.50],[0.24,0.44],[0.13,0.26])$，通过(6)、(7)式将规范化决策矩阵 R 转化为排序指标值矩阵

$$C=\begin{bmatrix}0.8834 & 0.2133 & 0.6109 & 1\\ 0 & 1 & 0.7451 & 0\\ 1 & 0.2133 & 0 & 0.9352\\ 0.0797 & 0.5972 & 1 & 0.0761\\ 0.6030 & 0 & 0 & 0.3472\end{bmatrix}.$$

通过(12)式求出属性权重向量

$$W=(0.260,0.221,0.254,0.265)^{T}.$$

由公式(13)求出各方案的综合排序指标值

$C_1=0.697, C_2=0.410, C_3=0.555, C_4=0.427, C_5=0.249$,

因此，方案的排序为 $x_1>x_3>x_4>x_2>x_5$.

4　结束语

针对属性权重信息完全未知且属性值以区间数形式给出的不确定多属性决策问题，本文给出了一种基于距离测度来求属性权重和对方案进行排序的新方法. 该方法针对区间数问题的特点，考虑了决策者的主观偏好，又充分利用了已有的客观信息，使所得结果较为准确可信，具有简洁、直观、便于上机实现等优点.

参考文献：

[1] BRYSON N, MOBOLURIU A. An action learning evaluation procedure for multiple criteria decision making problems[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 96(3): 379-386.

[2] 张全，樊治平，潘德惠. 不确定性多属性决策中区间数的一种排序方法[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 19(5): 129-133.

[3] 徐泽水，乐振军. 模糊综合评价的两种新算法[J]. 解放军理工大学学报：自然科学版, 2001, 2(4): 5-8.

[4] 徐泽水，孙在东. 一类不确定型多属性决策问题的排序方法[J]. 管理科学学报, 2002, 5(3): 35-39.

[5] 朱芳霞，陈华友. 确定区间数决策矩阵属性权重的方法——熵值法[J]. 安徽大学学报：自然科学版, 2005, 30(5): 4-6.

[6] 徐泽水，达庆利. 区间型多属性决策的一种新方法[J]. 东南大学学报：自然科学版, 2003, 33(4): 498-501.

[7] 尤天慧，樊治平. 区间数多指标决策的一种 TOPSIS 方法[J]. 东北大学学报：自然科学版, 2002, 23(9): 840-843.

[8] 刘华文. 基于距离测度的模糊数排序[J]. 山东大学学报：理学版, 2004, 39(2): 30-36.

(责任编辑：尹　闯　邓大玉)