广西科学 Guangxi Sciences 2007,14(3):247～249

基于主客观加权属性值一致化的组合赋权法*

An Synthetic Approach to Determine Weights Based on the Identity of Subjective and Objective Weighted Attribute Value

王中兴，张绍林，刘　雁
WANG Zhong-xing，ZHANG Shao-lin，LIU Yan

（广西大学数学与信息科学学院，广西南宁　530004）
（College of Mathematics and Information Science，Guangxi University，Nanning，Guangxi，530004，China）

摘要：针对多属性决策中属性权重确定的问题，提出基于主客观信息一致的主客观赋权方法．该方法将主观权重与客观权重加权综合，其加权系数由数学规划模型求出．该方法得出的结果较好地反映了主观程度和客观程度，实例证明有效可行．

关键词：多属性决策　权重　赋权法

中图法分类号：O224　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1005-9164(2007)03-0247-03

Abstract：To solve the problem of weight determination in the decision making with multiple attributes，a subjective and objective synthetic approach is given by integrating subjective and objective weights. In this approach，the subjective and objective weights are integrated by weight. The weighting coefficients of objective and subjective weight are obtained through a kind of mathematic programming model. This approach can reflect the subjective and objective extent and is proved to be effective in an example.

Key words：multiple attribute decision making，weights，determination of weights

多属性决策也称为有限方案多目标决策，由于其在各个领域有着广泛的实际应用，近年来在国内外，多属性决策都是一个非常活跃的研究领域．对于多属性决策问题，无论采取什么分析方法，大多需要事先确定各属性的权重．关于属性权重的确定方法，主要有主观赋权法和客观赋权法．主观赋权法是由决策者根据自己的经验及对属性的主观重视程度而赋权的一类方法；而客观赋权法是基于各方案相应各属性的数据而确定的方法．由于两类赋权方法各有优缺点，二者具有一定的互补性，一种合理的做法就是综合主客观权重，于是又有了权重确定的组合赋权法．文献[1～7]给出直接建立模型求得最终组合权重的方法，这些方法在建立数学模型过程中，均由决策者事先给出了主观偏好信息，这无疑带有浓厚的主观色彩，所确定的组合权重易受人为因素影响；文献[8～11]则给出先求得主客观权重的组合系数进而得到组合权重的方法，其中文献[8,9]是基于理想点的方法，文献[10]是基于综合属性值最大化的方法，文献[11]是基于方案离差最大化的方法，这些方法在求解主客观权重组合系数时，均采用了求解客观权重的方法，从而又不可避免地加重了对客观权重的偏好．本文通过以主客观信息的一致化为目标建立数学模型，求出主客观权重的组合系数，得到可以反映主客观程度的属性权重．

收稿日期：2006-12-12
修回日期：2007-03-26
作者简介：王中兴(1962-)，男，副教授，主要从事优化与管理研究。
*广西大学科研基金项目(X03205)资助。

1　原理与方法

设多属性决策问题有 m 个决策方案 $a_1,a_2,\cdots,a_m$ 和 n 个属性 $u_1,u_2,\cdots,u_n$．方案 $a_i(i=1,2,\cdots,m)$ 在属性 $u_j(j=1,2,\cdots,n)$ 下的属性值为 a_{ij}，则决策矩阵为

$A=(a_{ij})_{m\times n}$，记 $M=(1,2,\cdots,m)$，$N=(1,2,\cdots,n)$. 通常，属性类型一般有效益型和成本型，由于不同属性的量纲可能不同，为消除不同量纲对决策结果的影响，在决策之前，首先应将属性指标作无量纲化处理.

对于效益型属性，一般可令：

$$r_{ij}=\frac{a_{ij}-\min\limits_i a_{ij}}{\max\limits_i a_{ij}-\min\limits_i a_{ij}},\tag{1}$$

对于成本型属性，一般令：

$$r_{ij}=\frac{\max\limits_i a_{ij}-a_{ij}}{\max\limits_i a_{ij}-\min\limits_i a_{ij}},\tag{2}$$

显然 $r_{ij}\in[0,1]$，$i=1,2,\cdots,m$，$j=1,2,\cdots,n$.

经上述无量纲化处理所得到的矩阵 $R=(r_{ij})_{m\times n}$ 称为规范化的决策矩阵.

不妨设由主观赋权法得出的属性权重向量为 $w'=(w'_1,w'_2,\cdots,w'_n)^T$，且满足 $0\leqslant w'_j\leqslant 1$，$\sum\limits_{j=1}^{n}w'_j=1$；由客观赋权法得出的属性权重向量为 $w''=(w''_1,w''_2,\cdots,w''_n)^T$，且满足 $0\leqslant w''_j\leqslant 1$，$\sum\limits_{j=1}^{n}w''_j=1$. 为了既体现主观权重，又体现客观权重，一般最终权重向量为

$$w=\alpha w'+\beta w'',\tag{3}$$

其中 α,β 满足：

$$\alpha,\beta\geqslant 0 \text{ 且 } \alpha+\beta=1.\tag{4}$$

在多属性决策中，对方案的排序主要是依据方案的加权属性值，为了使主观信息和客观信息在对方案排序中得到充分体现，我们从加权属性值出发，考虑由主观权重确定的加权属性值与客观权重确定的加权属性值趋于一致，建立确定组合权重中的系数 α 和 β 的最优化模型.

由(3)式可知方案 a_i 在属性 u_j 下的主观加权属性值为 $r_{ij}\alpha w'_j$，而客观加权属性值为 $r_{ij}\beta w''_j$，它们的差异为 $\alpha r_{ij}w'_j-\beta r_{ij}w''_j$. 因此，我们定义方案 a_i 的主客观决策信息的偏离程度为：

$$d_i=\sum_{j=1}^{n}(\alpha r_{ij}w'_j-\beta r_{ij}w''_j)^2,i\in M.\tag{5}$$

显然 d_i 越小，方案 a_i 的主客观决策信息越趋于一致. 为此，构造如下最优化模型：

$$\min D=(d_1,d_2,\cdots,d_m).$$

显然，这是一个多目标决策规划问题. 由于各个方案之间是公平竞争，不存在任何偏好关系，因此，上述多目标规划模型可用等权的线性权和法化成如下等价的单目标规划模型：

$$\min Z=\sum_{i=1}^{m}d_i=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\alpha r_{ij}w'_j-\beta r_{ij}w''_j)^2\tag{6}$$

$$s.t.\ \alpha+\beta=1,\alpha,\beta\geqslant 0.\tag{7}$$

解此模型，得：

$$\alpha=\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n}r_{ij}^2w''_j(w'_j+w''_j)}{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n}r_{ij}^2(w'_j+w''_j)^2},\tag{8}$$

$$\beta=\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n}r_{ij}^2w'_j(w'_j+w''_j)}{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n}r_{ij}^2(w'_j+w''_j)^2}.\tag{9}$$

将(8)式、(9)式代入(3)式，即可确定组合权重 w.

2 应用算例

我们以文献[10]中的算例来说明本文方法的有效性.

为开发新产品，拟定了5个投资方案 A_1,A_2,A_3,A_4,A_5. U_1 为投资额(万元)，U_2 为期望净现值(万元)，U_3 为风险盈利值(万元)，U_4 为风险损失值(万元). 方案的属性值所确定决策矩阵为：

$$A=\begin{pmatrix}5.20 & 5.20 & 4.73 & 0.473\\ 10.08 & 6.70 & 5.71 & 1.599\\ 5.25 & 4.20 & 3.82 & 0.473\\ 9.72 & 5.25 & 5.54 & 1.313\\ 6.60 & 3.75 & 3.30 & 0.803\end{pmatrix}.$$

在各项指标中，期望净现值、风险盈利值为效益型属性；投资额、风险损失值为成本型属性. 将决策矩阵 A 利用(1)和(2)式规范化为：

$$B=\begin{pmatrix}1 & 0.492 & 0.5934 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 0\\ 0.9898 & 0.153 & 0.2158 & 1\\ 0.0738 & 0.508 & 0.9295 & 0.2540\\ 0.7131 & 0 & 0 & 0.7069\end{pmatrix}.$$

假设属性主观权重向量为 $w'=(0.20,0.40,0.30,0.10)^T$；属性的客观权重向量为 $w''=(0.2414,0.2112,0.2623,0.2851)^T$.

根据式(8)、(9)式计算可得到 $\alpha=0.5011$，$\beta=0.4989$.

从而反映主客观信息的组合权重向量为：

$$w=\alpha w'+\beta w''=(0.2207,0.3058,0.2812,0.1923)^T,$$

然后根据线性加权法，求出各方案综合属性值，按照综合属性值的大小进行排序，得到基于主客观赋权法的方案排序为：$A_1>A_2>A_3>A_4>A_5$.

3 结束语

本文针对多属性决策中属性权重确定的问题，提出了基于主客观信息一致的主客观赋权方法，该方法

将主观权重与客观权重加权综合，其加权系数由数学规划模型求出.该方法得出的结果较好地反映了主观程度和客观程度，并通过算例说明该方法是有效可行的.

参考文献：

[1] 樊治平，潘德惠.多属性决策的一种主客观综合法[J].系统工程，1995，13(5)：28-31.

[2] MA JIAN，FAN ZHIPING，HUANG LIHUA. A subjective and objective integrated approach to determine attribute weights[J]. European Journal of Operational Research，1999，112：397-404.

[3] 徐泽水，达庆利.多属性决策的组合赋权方法研究[J].中国管理科学，2002，10(2)：84-87.

[4] 张海涛，刘超英，田水.权重确定的主客观综合法[J].江汉大学学报：自然科学版，2004，32(4)：63-65.

[5] 任全，李为民，张文.客观赋权法指导下的部分权重信息多属性决策方法研究[J].数学的实践与认识，2004，34(7)：86-90.

[6] 谭旭，陈英武，高妍方.一种新的基于组合赋权的区间型多属性决策方法[J].系统工程，2006，24(4)：111-114.

[7] 王中兴，李桥兴.依据主、客观权重集成最终权重的一种方法[J].应用数学与计算数学学报，2006，20(1)：87-92.

[8] 赵萱，张全，樊治平.多属性决策中权重确定的主客观赋权法[J].沈阳工业大学学报，1997，19(4)：95-98.

[9] 许叶军，达庆利.基于理想点的多属性决策主客观赋权法[J].工业工程与管理，2005，10(4)：45-47.

[10] 魏巍贤，冯佳.多目标权系数的组合赋值方法研究[J].系统工程与电子技术，1998，20(2)：14-16.

[11] 陈华友.多属性决策中的一种最优组合赋权方法研究[J].运筹与管理，2003，12(2)：6-10.

[12] 徐泽水.权重信息完全未知且对方案有偏好的多属性决策方法[J].系统工程理论与实践，2003，12：100-103.

（责任编辑：尹　闯　邓大玉）

(上接第 246 页 Continue from page 246)

表 1 中数据显示，对测试问题集中的 53 个目标函数，在试验参数为 $\delta = 0.01, \sigma = 0.1, \varepsilon = 10^{-5}$ 的情况下，LSSWP、PRPSWP、MLSSWP 方法求解失败的个数分别为 12、9、6 个.

致谢：

本文系作者在广西大学访学期间完成，得到韦增欣教授的关怀指导，对本文的完成提出宝贵的意见，我们在此对韦增欣教授深表感谢！

参考文献：

[1] LIU Y，STORY C. Efficient generalized conjugate gradient algorithms Part 1：Theory[J]. JOTA，1991，69(1)：129-137.

[2] POLAK E，RIBIRE G. Note sur la convergence de directions conjugees [J]. Rev Francaise Informat Recherche Operatinelle 3e Annee，1969，16：35-43.

[3] POLAK B T. The conjugate gradient method in extreme problems [J]. USSR Comput Math and Math Phys，1969，9：94-112.

[4] LIU Y，STORY C. Efficient generalized conjugate gradient algorithms Part 2：Implementation[J]. JOTA，1991，69(1)：139-152.

[5] WEI Z X，YAO S W，LIU L Y. The convergence properties of some new conjugate gradient methods[J]. Applied Mathematics and Computation，2006，183(2)：1341-1350.

[6] POWELL M J D. Nonconver minimization calculations and the conjugate gradient method[J]. Lecture Notes in Mathematics，1984，1066：122-141.

[7] HUANG H，WEI Z X，YAO S W. The proof of the sufficient descent condition of the Wei-Yao-Liu conjugate gradient method under the strong Wolfe-Powell line search[J]. Applied Mathematics and Computation，2007，(189)：1241-1245.

[8] 戴彧虹，袁亚湘.非线性共轭梯度法[M].上海：上海科学技术出版社，2001：38-43.

（责任编辑：邓大玉）