DOI:10.13656/j.cnki.gxkx.2005.03.008
广西科学 Guangxi Sciences 2005, 12(3):184~186,190

带有方案偏好关系的区间型多属性决策方法

Interval Multiple Attribute Decision Making Method with Preference Relation on Alternatives

曾三云,曾 玲

Zeng Sanyun, Zeng Ling

(桂林电子工业学院计算科学与数学系,广西桂林 541004)

(Dept. of Comp. Sci. &Math., Guilin Univ. of Elec. Tech., Guilin, Guangxi, 541004, China)

摘要:给出属性值为区间数、属性权重完全未知但已知方案偏好关系的多属性决策问题的决策方法. 该方法首先通过求解一个二次规划模型来确定属性的权重,然后基于简单加权法则来计算方案的模糊综合评价值,再根据区间数的排序方法来对方案进行排序,从而得到最优方案.

关键词:多属性决策 方案偏好关系 区间数

中图法分类号:C934;O221.1 文献标识码:A 文章编号:1005-9164(2005)03-0184-03

Abstract: A method was presented to deal with the interval multiple attribute decision making problem with preference values on alternatives, in which the attribute weights were completely unknown and the attribute values were given in the foms of interval numbers. A quadratic programming model was constructed to determine the attribute weights. On the basis of addifive weighting and ranking the alternatives by using the method of ranking interval numbers, the fuzzy utility values of alternative is obtained.

Key words: multiple attribute decision making, preference relation on alternatives, interval number

多属性决策(Multiple Attribute Decision Making, 简称 MADM)是指从有限个待选方案中经过综合权衡各个属性后,对方案集进行排序并选出最满意方案的过程[1]. 它广泛存在于社会、经济、管理等多个领域,如投资决策、项目评估、质量评估、方案优选、人才考核、经济效益综合评价等领域. 如今,关于属性值为实数的MADM 的理论与方法已较为完善[2~4]. 由于客观事物的复杂性和不确定性以及人类认识的模糊性,使得属性值及偏好信息为模糊数的模糊 MADM 问题普遍存在. 目前关于属性值为区间数[5]的区间型多属性决策问题的研究已有许多成果[6~14],其中,文献[6~13]研究无偏好信息的区间型MADM,文献[14]给出方案偏好值的区间型 MADM. 但对于带有方案偏好关系[1,15~18]的区间型 MADM 问题的研究还未见报道. 为此,本文主要针对属性值为区间数、属性权重完全未知但已知方案偏好关系的多属性决策问题给出了决策方法. 该方法首先通过求解一个二次规划模型来确定属性的权重,然后基于简单加权法则[3]来计算方案的模糊综合评价值,再根据区间数的排序方法[19]来对方案进行排序,从而得到最优方案. 该方法为解决带有方案偏好关系的模糊 MADM 问题提供了新途径,给出的实例也充分说明了该方法的有效性和实用性.

1 问题的描述

讨论中要用到区间数的基本运算以及区间数的排序,为此先给出下面的定义.

定义 1[5] 设 $\tilde{a}=[a^L,a^U]=\{x\mid a^L\leqslant x\leqslant a^U\}$,称 $\tilde{a}$ 为区间数. 若 $a^L\geqslant 0$,则 $\tilde{a}$ 非负,记为 $\tilde{a}\geqslant 0$. 若 $a^L=a^U$,则区间数 $\tilde{a}$ 为普通的实数.

定义 2[5] 设 $\tilde{a}=[a^L,a^U]$, $\tilde{b}=[b^L,b^U]$ 为2个区间数, λ 为正实数,则其线性运算法则如下:

$\tilde{a}+\tilde{b}=[a^L+b^L,a^U+b^U]$,

$\tilde{a}-\tilde{b}=[a^L-b^U,a^U-b^L]$,

$\lambda\circ\tilde{a}=[\lambda a^L,\lambda a^U]$.

定义 3[19] 设 $\tilde{a}=[a^L,a^U]$ 为区间数,则称 $E[\tilde{a}]=\dfrac{a^L+a^U}{2}$ 为 $\tilde{a}$ 的期望值.

参见文献[19]得到区间数的一种排序方法:

收稿日期:2005-01-16
修回日期:2005-03-07
作者简介:曾三云(1980-),女,湖南邵阳人,硕士研究生,主要从事运筹学及不确定理论的应用研究。

设 $\tilde{a}=[a^L, a^U]$，$\tilde{b}=[b^L, b^U]$ 为2个区间数，则 $\tilde{a}>\tilde{b}$ 当且仅当 $E[\tilde{a}]>E[\tilde{b}]$。

带有方案偏好关系的区间型多属性决策问题可描述为：

$X=\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$：待选方案集，$n\geqslant 2$.

$S=\{S_1, S_2, \cdots, S_m\}$：属性集，$m\geqslant 2$. 假设这些属性是加性独立的.

$\tilde{\boldsymbol{A}}=[\tilde{a}_{ij}]_{n\times m}$：决策矩阵，$\tilde{a}_{ij}=[a_{ij}^L, a_{ij}^U]$ 为非负区间数，表示方案 X_i 关于属性 S_j 的属性值.

$\boldsymbol{P}=(p_{ik})_{n\times n}$：方案偏好关系矩阵[1,15~18]，$p_{ik}\in[0,1]$ 表示方案 X_i 优于或劣于方案 X_k 的程度，具体规定：当 $p_{ik}>0.5$ 时，决策者认为 $X_i\succ X_k$，而且 p_{ik} 越大，方案 X_i 优于方案 X_k 的程度越大；当 $p_{ik}=0.5$ 时，认为方案 X_i 与方案 X_k 无差别（即 $X_i\sim X_k$）；当 $p_{ik}<0.5$ 时，认为 $X_i\prec X_k$，即方案 X_i 劣于方案 X_k. 矩阵 $\boldsymbol{P}$ 是互补的，即满足 $p_{ik}+p_{ki}=1$，$p_{ii}=-$（表示不定义），$i, k=1, 2, \cdots, n$.

本文要解决的问题是：如何根据决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ 和偏好关系矩阵 $\boldsymbol{P}$ 来对待选方案进行排序，并从中找出最优方案.

2 决策方法

最常见的属性有收益型属性和成本型属性，收益型属性为越大越好的属性，而成本型属性则为越小越好的属性. 为了消除不同物理量纲对决策结果的影响，需要对决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}$ 进行规范化. 用 $I_j(j=1,2)$ 分别表示收益型属性的下标集和成本型属性的下标集. 并记 $N=\{1, 2, \cdots, n\}$，$M=\{1, 2, \cdots, m\}$. 得到决策矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}=[\tilde{a}_{ij}]_{n\times m}$ 转化为规范化矩阵 $\boldsymbol{B}=[\tilde{b}_{ij}]_{n\times m}$ 的规范化公式为：

$$\tilde{b}_{ij}=\frac{\tilde{a}_{ij}}{\max\limits_{i\in N} a_{ij}^U}, \ i\in N, j\in I_1, \tag{1}$$

$$\tilde{b}_{ij}=\frac{\max\limits_{i\in N} a_{ij}^U-\tilde{a}_{ij}}{\max\limits_{i\in N}(\max\limits_{i\in N} a_{ij}^U-a_{ij}^L)}, \ i\in N, j\in I_2. \tag{2}$$

由区间数线性运算法则知，$\tilde{b}_{ij}$ 为区间数，记 $\tilde{b}_{ij}=[b_{ij}^L, b_{ij}^U]$.

设属性权重向量为 $\omega=\{\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_m\}$，其中 ω_j 表示属性 S_j 的未知权重，即是属性 S_j 在所有属性中的重要程度，满足 $\sum\limits_{j=1}^{m}\omega_j=1$，$\omega_j\geqslant 0$，根据决策分析[3]中最常用的简单加权法则对规范化的决策矩阵 $\boldsymbol{B}=[\tilde{b}_{ij}]_{n\times m}$ 及权重向量 ω 进行集结，得到方案 X_i 的综合评价函数为

$$\tilde{v}_i=\sum_{j=1}^{m}\tilde{b}_{ij}\circ\omega_j=(\sum_{j=1}^{m}b_{ij}^L\circ\omega_j, \sum_{j=1}^{m}b_{ij}^U\circ\omega_j), \ i\in N. \tag{3}$$

易见，$\tilde{v}_i$ 为 ω_j，$j\in M$ 的函数，且是非负区间数. 若 ω_j，$j\in M$ 已知，则对 $\tilde{v}_i$，$i\in N$ 进行大小排序即可得到方案的优劣排序. 因此，可用实值函数 $E[\tilde{v}_i]$，$i\in N$ 作为方案 X_i 的综合评价函数.

由于当 $\frac{E[\tilde{v}_i]}{E[\tilde{v}_i]+E[\tilde{v}_k]}\to 1$ 时，$E[\tilde{v}_k]\to 0$；$\frac{E[\tilde{v}_i]}{E[\tilde{v}_i]+E[\tilde{v}_k]}\to 0$ 时，$E[\tilde{v}_k]\to 1$. 因此，根据 p_{ik} 的定义可以通过使 $\frac{E[\tilde{v}_i]}{E[\tilde{v}_i]+E[\tilde{v}_k]}$ 逼近于 p_{ik} 来确定 $\tilde{v}_i$，即要求 $\tilde{v}_i$ 满足

$$p_{ik}\approx\frac{E[\tilde{v}_i]}{E[\tilde{v}_i]+E[\tilde{v}_k]}, \ i, k\in N, i\neq k. \tag{4}$$

基于(4)式，引入偏差函数：

$$d_{ik}=[p_{ik}(E[\tilde{v}_i]+E[\tilde{v}_k])-E[\tilde{v}_i])]^2, \ i, k\in N, i\neq k. \tag{5}$$

由(3)式，根据区间数的期望值定义有

$$E[\tilde{v}_i]=\sum_{j=1}^{m}\frac{b_{ij}^L+b_{ij}^U}{2}\omega_j=\sum_{j=1}^{m}E[\tilde{b}_{ij}]\omega_j, \ i\in N,$$

记 $c_{ij}=E[\tilde{b}_{ij}]=\frac{b_{ij}^L+b_{ij}^U}{2}$，

则可得到期望值矩阵 $\boldsymbol{C}=(c_{ij})_{n\times m}$，从而有 $E[\tilde{v}_i]=\sum\limits_{j=1}^{m}c_{ij}\omega_j$，$i\in N$，将其代入(5)式，则偏差函数可进一步写为

$$d_{ik}(\omega)=(p_{ik}[\sum_{j=1}^{m}c_{ij}\omega_j+\sum_{j=1}^{m}c_{kj}\omega_j]-\sum_{j=1}^{m}c_{ij}\omega_j)^2=(\sum_{j=1}^{m}[p_{ik}(c_{ij}+c_{kj})-c_{ij}]\omega_j)^2=(\sum_{j=1}^{m}(p_{ik}c_{kj}-p_{ki}c_{ij})\omega_j)^2, \ i, k\in N, i\neq k. \tag{6}$$

为了使方案的选择尽可能地与决策者的主观偏好(即方案偏好关系)一致，各属性权重的选择应能使每个偏差尽可能小，为此，建立如下多目标规划模型

$$\min\ d_{ik}(\omega)=(\sum_{j=1}^{m}(p_{ik}c_{kj}-p_{ki}c_{ij})\omega_j)^2, \ i, k\in N, i\neq k,$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{j=1}^{m}\omega_j=1, \tag{7}$$

$$\omega_j\geqslant 0, j\in M.$$

由于 $i\neq k$ 时 $p_{ik}+p_{ki}=1$，因此为了减少计算量，可将(7)式中的 $i\neq k$ 改写为 $i<k$. 又因为所有的目标函数没有任何偏好关系，因此，可将模型(7)转化为下列二次规划模型

$$\min\ f(\omega)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=i+1}^{n}(\sum_{j=1}^{m}(p_{ik}c_{kj}-p_{ki}c_{ij})\omega_j)^2,$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{j=1}^{m}\omega_j=1,$$

$$\omega_j \geqslant 0, j \in M. \quad (8)$$

利用求解非线性规划的 Lingo 软件求解上述二次规划模型即可得到各个属性的权重. 将求出的权重 $\omega_j, j \in M$ 代入(3)式, 便得到各个方案的模糊综合评价值 $\tilde{v}_i, i \in N$, 计算 $E[\tilde{v}_i], i \in N$, 并对它们进行大小排序, 就可得到相应方案的优劣排序, 从而得到最优方案.

基于上述讨论, 给出如下决策方法:

(Ⅰ)将决策矩阵 $\tilde{A} = [\tilde{a}_{ij}]_{n\times m}$ 按(1)式和(2)式转化为规范化矩阵 $\boldsymbol{B} = [b_{ij}]_{n\times m}$;

(Ⅱ)计算 $E[b_{ij}], i \in N, j \in M$, 得到规范化矩阵 B 相对应的期望值矩阵 $\boldsymbol{C} = (c_{ij})_{n\times m}$;

(Ⅲ)将方案偏好关系矩阵 $\boldsymbol{P}$ 及期望值矩阵 $\boldsymbol{C}$ 代入模型(8)求出各个属性的权重;

(Ⅳ)将求出的属性权重代入(3)式, 计算各个方案的模糊综合评价值 $\tilde{v}_i, i \in N$.

(Ⅴ)计算各个方案的实值综合评价值 $E[\tilde{v}_i], i \in N$, 并对它们进行大小排序, 从而得到相应方案的排序结果及最优方案.

3 实例分析

下面用实例说明本文给出的决策方法. 本文采用文献[12]中算例的一些基础数据.

例 1 某部队在采购火炮武器时, 考虑下列 5 项指标(属性): 火力突击能力指数(u_1), 反应能力指数(u_2), 机动能力指数(u_3), 生存能力指数(u_4), 成本(u_5), 有 4 种系列的火炮 $X_i(i = 1, 2, 3, 4)$(方案)可供采购时选择, 其所对应的各能力指数如表 1 所示.

表 1 决策矩阵 $\tilde{A}$

Table 1 Matrix $\tilde{A}$ of decision-making

方案 Project	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
X_1	[26000, 27000]	[2, 4]	[18000, 19000]	[0.7, 0.8]	[15000, 16000]
X_2	[60000, 70000]	[3, 4]	[16000, 17000]	[0.3, 0.4]	[27000, 28000]
X_3	[50000, 60000]	[2, 3]	[15000, 16000]	[0.7, 0.8]	[24000, 26000]
X_4	[40000, 50000]	[1, 2]	[28000, 29000]	[0.4, 0.5]	[15000, 17000]

假设决策者对各方案的偏好关系矩阵 $\boldsymbol{P}$ 为

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} - & 0.7 & 0.8 & 0.9 \\ 0.3 & - & 0.65 & 0.8 \\ 0.2 & 0.35 & - & 0.6 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & - \end{bmatrix},$$

问采购部门应如何选择火炮.

解 下面采用本文方法来对 4 个方案进行排序及择优.

(Ⅰ)在各属性中, 除第 5 项为成本型外, 其他均为效益型, 故可用(1)式和(2)式将决策矩阵 $\tilde{A}$ 规范化为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} \end{bmatrix},$$

其中, $\alpha_{11} = [0.3714, 0.3857]$; $\alpha_{12} = [0.5000, 1.0000]$;
$\alpha_{13} = [0.6207, 0.6552]$; $\alpha_{14} = [0.8750, 1.0000]$;
$\alpha_{15} = [0.9231, 1.0000]$; $\alpha_{21} = [0.8571, 1.0000]$;
$\alpha_{22} = [0.7500, 1.0000]$; $\alpha_{23} = [0.5517, 0.5862]$;
$\alpha_{24} = [0.3750, 0.5000]$; $\alpha_{25} = [0.0000, 0.0769]$;
$\alpha_{31} = [0.7143, 0.8571]$; $\alpha_{32} = [0.5000, 0.7500]$;
$\alpha_{33} = [0.5172, 0.5517]$; $\alpha_{34} = [0.8750, 1.0000]$;
$\alpha_{35} = [0.1538, 0.3077]$; $\alpha_{41} = [0.5714, 0.7143]$;
$\alpha_{42} = [0.2500, 0.5000]$; $\alpha_{43} = [0.9655, 1.0000]$;
$\alpha_{44} = [0.5000, 0.6250]$; $\alpha_{45} = [0.8462, 1.0000]$.

(Ⅱ)规范化矩阵 $\boldsymbol{B}$ 相对应的期望值矩阵

$$\begin{bmatrix} 0.3786 & 0.7500 & 0.6380 & 0.9375 & 0.9616 \\ 0.9285 & 0.8750 & 0.5690 & 0.4375 & 0.0384 \\ 0.7857 & 0.6250 & 0.5344 & 0.9375 & 0.2307 \\ 0.6429 & 0.3750 & 0.9828 & 0.5625 & 0.9231 \end{bmatrix}.$$

(Ⅲ)将方案偏好关系矩阵 $\boldsymbol{P}$ 及期望值矩阵 $\boldsymbol{C}$ 代入模型(8), 得到下列二次规划模型:

$$\min\ 1.0333\omega_1^2 + 0.3678\omega_2^2 + 1.4218\omega_3^2 + 0.8282\omega_4^2 + 1.3739\omega_5^2 + 1.2023\omega_1\omega_2 + 1.9919\omega_1\omega_3 + 1.4973\omega_1\omega_4 + 1.1023\omega_1\omega_5 + 0.9801\omega_2\omega_3 + 0.8134\omega_2\omega_4 + 0.3644\omega_2\omega_5 + 1.6194\omega_3\omega_4 + 2.4633\omega_3\omega_5 + 1.2040\omega_4\omega_5,$$

$$\text{s.t. } \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 = 1,$$
$$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5 \geqslant 0.$$

利用 Lingo 软件求出各个属性的权重分别为

$$\omega_1 = 0, \omega_2 = 0.8652, \omega_3 = 0, \omega_4 = 0, \omega_5 = 0.1348.$$

(Ⅳ)根据区间数的运算法则, 由(3)式计算各个方案的模糊综合评价值 $\tilde{v}_i, i = 1, 2, 3, 4$, 得到

$v_1 = [0.5570, 1.0000]$, $v_2 = [0.6489, 0.8756]$, $v_3 = [0.4533, 0.6904]$, $v_4 = [0.3304, 0.5674]$.

(Ⅴ)计算各个方案的实值综合评价值 $E[\tilde{v}_i], i = 1, 2, 3, 4$ 分别为

$E[\tilde{v}_1] = 0.7785$, $E[\tilde{v}_2] = 0.7622$, $E[\tilde{v}_3] = 0.5719$, $E[\tilde{v}_4] = 0.4489$.

根据 $E[\tilde{v}_i]$, 1, 2, 3, 4 的大小排序得到方案的排序:

$$X_1 \succ X_2 \succ X_3 \succ X_4,$$

因而最优方案为 X_1.

参考文献:

[1] 樊治平, 肖四汉. 带有 Fuzzy 偏好关系的多属性决策方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2000, 21(3): 324-327.

[2] Hwang C L, Yoon K S. Multiple attribute decision making: methods and applications[M]. Berlin: Springer, 1981. 1-50.

(下转第 190 页 Continue on page 190)

(3.9) 式中，令 $r_1 \to 0$，得

$$\langle S, F\rangle \leqslant \alpha, \ \forall F \in D, \tag{3.11}$$

在(3.8)式中，取 $r = \langle C(F^*), F - F^*\rangle$ 得：

$$\langle S, F\rangle + \langle C(F^*), F - F^*\rangle \geqslant \alpha, \ \forall F \in K, \tag{3.12}$$

取 $F = F^*$，得 $\langle S, F^*\rangle = \alpha$. 将 α 代入(3.11)和(3.12)式得到(3.5)和(3.6)式.

定理3.2 在定理3.1中将集 K 换为集 K_1，结论仍然成立.

证明仿定理3.1的证明即可.

定理3.1和定理3.2刻画了流量附加约束对网络的影响：设路段 a 有流量附加约束，这约束可以等同地看成道路的使用者在时刻 t 经过路段 a 额外增加的阻抗为 $s_a(t)$，例如：$s_a(t)$ 可以理解为为了防止路段 a 出现过度拥挤情况道路管理者额外附加的单位费用，这样，路段 a 的阻抗不再是 c_a 而是 $c_a + s_a$. 从而，在平衡状态下，路径阻抗函数不再是 $C(F^*)$ 而是变成了 $C(F^*) = C(F^*) + S(F^*)$，其中 $S = (S_1, \cdots, S_m)^T \in L^q([0, T], R_+^m)$，$S_j$ 为由于路径 j 上的路段有附加约束而引起的对路径的附加约束，它满足(3.5)式.

相应于 all-or-nothing 的配流算法，对应于定理2.2，有附加流量约束情形为：

定理3.3 $F^* \in K$ 是有流量附加约束的 Wardrop 用户平衡配流，则对任意 $w \in W$，存在函数 $\hat{h}_w: [0, T] \to R$，对任意 $r \in w$，在 $[0, T]$ 上几乎处处有

$$C_r(F^*)(t) \leqslant \hat{h}_w(t) \Rightarrow F_r^*(t) = \mu_r(t), \tag{3.13}$$

$$C_r(F^*)(t) > \hat{h}_w(t) \Rightarrow F_r^*(t) = \lambda_r(t). \tag{3.14}$$

参考文献：

[1] Friesz T L, Bernstein D, et al. A variational inequality formulation of the dynamic network user equilibrium problem [J]. Operations Research, 1993, 41(1): 179-191.

[2] Wu J H. Dynamic network equilibrium problem formulated as an infinite dimensional variaional inequality problem [A]. Second EURO Working Group Meating on Urban Traffic and Transportation[C], Paris, France, 1993.

[3] Dafermos S. Traffic equilibria and variational inequalities[J]. Transportation Science, 1980, 14: 42-54.

[4] Zhang D, Nagurney A, Wu J H. On the equivalence between stationary link flow patterns and traffic network equilibrium[J]. Transportation Research (B), 2001, 135: 731-748.

[5] Ran B, Rouphail N M, et al. Toward a class of link travel time functions for dynamic assignment models on signalized networks[J]. Transportation Research (B), 1997, 31(4): 277-290.

[6] Ran B, Boyce D E. Modeling Dynamic Transportation Networks(second edition)[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995.

[7] Noor M A, Rassias T M. Projection methods for monotone variational inequalities[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1999, 237: 405-412.

[8] Noor M A. A modified projection method for monotone variational inequalities[J]. Applied Mathematics Letters, 1999, 12: 83-87.

(责任编辑：黎贞崇)

(上接第186页 Continue from page 186)

[3] 陈 挺. 决策分析[M]. 北京：科学出版社，1987.

[4] 徐南荣，仲伟俊. 科学决策理论与方法[M]. 南京：东南大学出版社，1996. 2-10.

[5] 吴 江，黄登仕. 多属性决策中区间数偏好信息的一致化方法[J]. 系统工程理论方法应用，2003，12(4)：359-362.

[6] Yook K. The propagation of errors in multiple-attribute decision analysis: a practical approac[J]. Journal of the Operational Research Society, 1989, 40: 681-686.

[7] Bryson N, Mobolurin A. An action learning evaluation procedure for multiple criteria decision making problems[J]. European Journal of Operational Research, 1996, 96: 379-386.

[8] Kyung S L, Kyung S P, Yun S E, et al. Extended methods for identifying dominance and potential optimality in multi-criteria analysis with imprecise information[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 134: 379-386.

[9] 樊治平，张 权. 一种不确定性多属性决策模型的改进[J]. 系统工程理论与实践，1999，19(12)：42-47.

[10] 徐泽水. 基于相离度和可能度的偏差最大化多属性决策方法[J]. 控制与决策，2001，16(增刊)：818-821.

[11] 达庆利，徐泽水. 不确定多属性决策的单目标最优化模型[J]. 系统工程学报，2002，17(1)：50-55.

[12] 徐泽水，达庆利. 区间型多属性决策的一种新方法[J]. 东南大学学报(自然科学版)，2003，33(4)：498-501.

[13] 徐泽水，孙在东. 一类不确定型多属性决策问题的排序方法[J]. 管理科学学报，2002，5(3)：35-39.

[14] 徐泽水. 求解不确定多属性决策问题的一种新方法[J]. 系统工程学报，2002，17(2)：177-181.

[15] Orlovsky S A. Decision-making with a fuzzy preference relation [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1: 155-167.

[16] Kacprzyk J. Group decision making with a fuzzy linguistic majority [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 18: 105-118.

[17] Tanino T. Fuzzy preference orderings in group decision making [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1984, 12: 117-131.

[18] 樊治平，李洪燕. 基于Fuzzy偏好关系的一种排序方法[J]. 东北大学学报(自然科学版)，1999，20(6)：651-653.

[19] 刘宝碇，赵瑞清，王 纲. 不确定规划及应用[M]. 北京：清华大学出版社，2003.

(责任编辑：黎贞崇)