

不可逆热机的热机效率与循环方向的关系

Relationship Between the Efficiency of Heat Engine and Cyclic Direction of the Irreversible Heat Engine

胡云楚

Hu Yunchu

(中南林学院应用化学研究所 湖南株洲 412006)

(Institute of Applied Chemistry, Central South Forestry College, Zhuzhou, Hunan, 412006, China)

摘要 根据热力学第二定律的克劳修斯说法和熵判据论证不可逆热机的 $Z = -W/Q_1$ 与循环方向有关。不可逆热机作正向循环时,可用热机效率来描述其功热转换关系,结论是 $Z_{\text{正向,可逆}} > Z_{\text{正向,不可逆}}$ 。这表明:在正向循环中,可逆循环热机的热转换为功的比率大于不可逆循环热机。不可逆热机作逆向循环时,应当采用制冷系数来描述其功热转换关系,所得结论是 $U_{\text{可逆}} > U_{\text{不可逆}}$ 。这表明:可逆循环制冷机单位功提取的热大于不可逆循环制冷机;如果仍然采用热机效率来描述其功热转换关系,则所得的结论应当是 $Z_{\text{逆向,可逆}} < Z_{\text{逆向,不可逆}}$ 。这表明:在逆向循环中向高温热源输送相同的热 Q_1 的前提下,可逆热机消耗的功 $W_{\text{可逆}}$ 少于不可逆热机消耗的功 $W_{\text{不可逆}}$ 。在证明卡诺定理时,不可逆热机只能作正向循环,不能令其作逆向循环。

关键词 热机效率 不可逆热机循环方向 热力学第二定律 熵判据

中图法分类号 O642.11

Abstract The relationship between $Z = -W/Q_1$ of the irreversible heat engine and its cyclic direction is proved according to Claiius statement of second law of thermodynamics and entropy criterion. When the irreversible heat engine runs on forward circulation, the conversion of work into heat (and vice versa) can be indicated by the efficiency of the heat engine, and the conclusion is $Z_{r,r} > Z_{i,r}$. It shows that the ratio of heat transformed into work by a reversible heat engine is larger than the ratio by irreversible heat engine in forward circulation. While the irreversible heat engine runs on backward circulation, the conversion relationship of the work and heat should be indicated by refrigerator coefficient of $U > U$. It enunciats that a reversible refrigerator takes out more heat than an irreversible refrigerator in each work cycle. If the conversion relationship at backward circulation should also be indicated by the efficiency of the heat engine, the result is $Z_{b,r} < Z_{b,i}$. The physical meaning is that a reversible heat engine needs less work than an irreversible heat engine does when they pump the same heat to the hot reservoir on backward circulation. While proving Carnot theorem, the irreversible heat engine can only run on forward circulation, but not on the opposite.

Key words efficiency of the heat engine, cyclic direction of irreversible heat engine, second law of thermodynamics, entropy criterion

卡诺定理指出:“所有工作于两个确定温度的热源之间的热机,以可逆热机的效率为最大。”^[1]现行热力学及物理化学教材中绝大部分都利用不可逆热机的正向循环证明了 $Z_{\text{可逆}} > Z_{\text{不可逆}}$ ^[1~5]。对于不可逆热机作逆向循环的情况未加证明。显然,这样的证明是一种不完全证明。然而,教材并未对不可逆热机能

否作逆向循环,如果作逆向循环又会出现什么情况加以说明。段泰嵘等^[6~8]讨论以往卡诺定理证明过程中的不足,郭忠逵^[9]推导出逆向循环中制冷系数 $U_{\text{任意}} > U_{\text{卡诺}}$,但对其原因和合理性未加说明。本文试图就这一问题进行探讨。

1 根据热力学第二定律证明的结论

设在热源 T_1 、 T_2 之间有任何 2 个热机 A 、 B ,且 A

正向循环所做之功恰好推动 B 逆向循环 . 此时

$$Q_{1,A} > 0, W_A < 0, Q_{2,A} < 0,$$

$$Q_{1,B} < 0, W_B > 0, Q_{2,B} > 0,$$

且

$$W_A + W_B = 0,$$

即

$$-W_A = W_B. \quad (1)$$

根据热力学第一定律可得

$$Q_{1,A} + Q_{1,B} + Q_{2,A} + Q_{2,B} = 0. \quad (2)$$

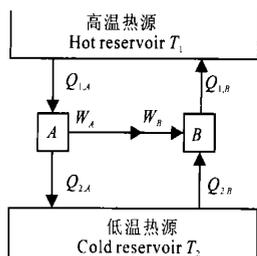


图 1 组合热机示意图

Fig. 1 Sketch of the combined heat engine

根据热力学第二定律的克劳修斯说法:“热不能自动从低温物体传到高温物体”. 在 $-W_A = W_B$ 的前提下,对于由 A 和 B 所构成的系统,从总的效果来说,热机 A 和 B 只能从高温热源 T_1 吸热

$$Q_{1,A} + Q_{1,B} \geq 0, \quad (3)$$

并向低温热源 T_2 放热

$$Q_{2,A} + Q_{2,B} = -(Q_{1,A} + Q_{1,B}) \leq 0. \quad (4)$$

由 (3) 式可得 $Q_{1,A} \geq -Q_{1,B}$, 由 (4) 式可得

$$Q_{2,A} \leq -Q_{2,B},$$

因此,正向循环的热机 A 的

$$Z_A = -W_A / Q_{1,A} \leq W_B / -Q_{1,B} = Z_B. \quad (5)$$

逆向循环的热机 B 的

$$Z_B = -W_B / Q_{1,B} \geq W_A / -Q_{1,A} = Z_A. \quad (6)$$

这表明:在遵守热力学第二定律的前提下,正向循环热机 A 的 Z_A 只能小于或在极限情况下等于逆向循环热机 B 的 Z_B . 即 $Z_{A,正向} \leq Z_{B,逆向}$.

由于热力学第二定律的克劳修斯说法的正确性是无容质疑的,因此,在确定热源 T_1, T_2 之间工作的组合热机的效率关系 $Z_{A,正向} \leq Z_{B,逆向}$ 也是唯一正确的,不可能出现相反的结论.

到此,我们在对热机 A、B 的可逆性没有作任何规定的条件下,证明了 $Z_{A,正向} \leq Z_{B,逆向}$. 下面就以下 3 种可能的情况分别进行讨论.

(I) 可逆循环是以热力学可逆过程为基础的循环过程. 对于热力学可逆过程来说,始态和终态相同的正、逆过程其功和热的数值分别相同,符号相反. 因此,在热源 T_1, T_2 确定的前提下,以可逆过程为基础的可逆热机的 $Z = -W / Q_1 = (T_1 - T_2) / T_1$ 与循

环方向无关.

如果 A、B 都是可逆热机,则 $Z_A = Z_B$. 由 (1) 式和 (5) 式可得

$$Q_{1,A} = -Q_{1,B},$$

所以 $Q_{1,A} + Q_{1,B} = 0, Q_{2,A} + Q_{2,B} = 0$. 这相当于两热源 T_1, T_2 之间无热交换. 即,对于可逆热机而言, Z 与循环方向无关,

$$Z_{A,正向,可逆} = Z_{B,逆向,可逆} = (T_1 - T_2) / T_1. \quad (7)$$

(II) 如果正向循环的 A 为不可逆热机,逆向循环的 B 为可逆热机,则由 (5) 式或 (6) 式可得

$$Z_{A,正向,不可逆} < Z_{B,逆向,可逆}$$

或 $Z_{B,逆向,可逆} > Z_{A,正向,不可逆}$,

结合 (7) 式可得

$$Z_{逆向,可逆} = Z_{正向,可逆} > Z_{正向,不可逆}. \quad (8)$$

这表明:在正向循环中,可逆循环热机的热转换为功的比率大于不可逆循环热机.

(III) 相反,如果正向循环的 A 为可逆热机,逆向循环的 B 为不可逆热机. 则由 (5) 式可得

$$Z_{A,正向,可逆} < Z_{B,逆向,不可逆},$$

结合 (7) 式可得

$$Z_{正向,可逆} = Z_{逆向,可逆} < Z_{逆向,不可逆}. \quad (9)$$

这表明:在逆向循环中,消耗相同的功 W 的前提下,可逆循环热机向高温热源输送的热 $Q_{1,可逆}$ 多于不可逆循环热机向高温热源输送的热 $Q_{1,不可逆}$. 或者在向高温热源输送相同的热 Q_1 的前提下,可逆热机消耗的功 $W_{可逆}$ 少于不可逆热机消耗的功 $W_{不可逆}$.

所以说,不可逆热机的 $Z = -W / Q_1$ 不仅与热机的不可逆程度有关,更与其循环方向有关.

2 根据熵判据的证明

由熵判据 $\Delta S \geq \frac{Q}{T}$ 不可逆, $\frac{Q}{T}$ 可逆,

可得 $Q \leq T \Delta S$ 不可逆, $\frac{Q}{T}$ 可逆.

可逆热机的热机效率^[7]

$$Z_{可逆} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{T_2 \Delta S_2}{T_1 \Delta S_1}.$$

不可逆热机在正向循环中

$\because Q_2 \leq T_2 \Delta S_2 < 0, 0 < Q_1 \leq T_1 \Delta S_1$, (在此需要特别注意正负号)

$$\therefore \frac{Q_2}{Q_1} < 0, \frac{T_2 \Delta S_2}{T_1 \Delta S_1} < 0,$$

$$\text{且 } |Q_2| \geq |T_2 \Delta S_2|, |Q_1| \leq |T_1 \Delta S_1|.$$

$$\therefore Z_{正向,不可逆} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \leq 1 + \frac{T_2 \Delta S_2}{T_1 \Delta S_1} = Z_{正向,可逆},$$

不可逆热机在逆向循环中

$$\because 0 < Q_2 \leq T_2 \Delta S_2, Q_1 \leq T_1 \Delta S_1 < 0,$$

$$\therefore \frac{Q_2}{Q_1} < 0, \frac{T_2 \Delta S_2}{T_1 \Delta S_1} < 0,$$

$$\text{且 } |Q_2| \leq |T_2 \Delta S_2|, |Q_1| \geq |T_1 \Delta S_1|,$$

$$\therefore Z_{\text{逆向,不可逆}} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \geq 1 + \frac{T_2 \Delta S_2}{T_1 \Delta S_1} = Z_{\text{逆向,可逆}}.$$

3 1个例证

例 1 设有 1 mol 理想气体 ($C_V = 20.8 \text{ J mol}^{-1} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1}$), 在 $T_1 = 1000\text{K}$, $T_2 = 500 \text{ K}$ 之间进行下列循环过程.

A (1mol 1000 K	1000 k Pa	8.314 dm ³)
B (1mol 1000 K	900 k Pa	9.238 dm ³)
C (1mol 500 K	79.55 k Pa	52.26 dm ³)
D (1mol 500 K	88.39 k Pa	47.03 dm ³)

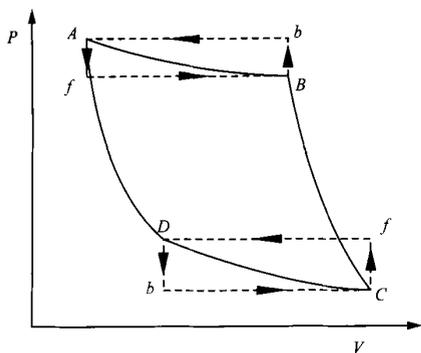


图 2 卡诺热循环示意图

Fig. 2 Sketch of Carnot cycle

$ABCA$ 可逆卡诺循环 the reversible Carnot cycle;
 $AfBCfDA$ 正向不可逆循环 the forward irreversible cycle;
 $ADbCBbA$ 逆向不可逆循环 the backward irreversible cycle.

3.1 可逆循环

$$Z_{\text{可逆}} = -W/Q_1 = (Q_1 + Q_2)/Q_1 = (T_1 - T_2)/T_1 = (1000 - 500)/1000 = 50\%.$$

3.2 正向不可逆循环

$$A \rightarrow f \rightarrow B \text{ 恒温一次膨胀: } Q_1 = -W_1 = P_B(V_B - V_D) = 900(9.238 - 8.314) = 831.6 \text{ J}$$

$$B \rightarrow C \text{ 绝热可逆膨胀: } W_2 = \Delta U = nC_V(T_2 - T_1) = 1 \times 20.8(500 - 1000) = -10400 \text{ J};$$

$$C \rightarrow f \rightarrow D \text{ 恒温一次压缩: } Q_2 = -W_3 = P_D(V_D - V_C) = 88.39(47.03 - 52.26) = -462.3 \text{ J}$$

$$D \rightarrow A \text{ 绝温可逆压缩: } W_4 = \Delta U = nC_V(T_1 - T_2) = 1 \times 20.8(1000 - 500) = 10400 \text{ J}$$

$$Z_{\text{不可逆}} = -W/Q_1 = (Q_1 + Q_2)/Q_1 = (831.6 - 462.3)/831.6 = 44.4\%.$$

计算表明: 在正向循环中 $Z_{\text{正向,可逆}} > Z_{\text{正向,不可逆}}$. 而且, 不可逆程度越大, $Z_{\text{正向,不可逆}}$ 越小, 它与 $Z_{\text{可逆}}$ 的差值越大.

3.3 逆向不可逆循环

$$A \rightarrow D \text{ 绝热可逆膨胀: } W_4 = \Delta U = nC_V(T_2 -$$

$$T_1) = 1 \times 20.8(500 - 1000) = -10400 \text{ J}$$

$$D \rightarrow b \rightarrow C \text{ 恒温一次膨胀: } Q_2 = -W_3 = P_C(V_C - V_D) = 79.55(52.26 - 47.03) = 416.0 \text{ J}$$

$$C \rightarrow B \text{ 绝热可逆压缩: } W_2 = \Delta U = nC_V(T_1 - T_2) = 1 \times 20.8(1000 - 500) = 10400 \text{ J}$$

$$B \rightarrow b \rightarrow A \text{ 恒温一次压缩: } Q_1 = -W_1 = P_A(V_A - V_B) = 1000(8.314 - 9.238) = -924.0 \text{ J}$$

$$Z_{\text{不可逆}} = -W/Q_1 = (Q_1 + Q_2)/Q_1 = (-924.0 + 416.0)/-924.0 = 55.0\%.$$

计算表明: 在逆向循环中 $Z_{\text{逆向,可逆}} < Z_{\text{逆向,不可逆}}$. 而且, 不可逆程度越大, $Z_{\text{逆向,不可逆}}$ 越大, 它与 $Z_{\text{可逆}}$ 的差值越大.

4 逆向循环时 $Z_{\text{逆向,可逆}} < Z_{\text{逆向,不可逆}}$ 的原因分析

4.1 可逆热机是利用可循环工作的, 它具有热力学可逆性

可逆热机在正向循环和逆向循环中, 只要 T_1 , T_2 不变, 则过程的功和热的数值不变, 且符号都相反^[3], 所以可逆热机在正向循环和逆向循环中 $Z = -W/Q_1$ 的数值和符号 (Z 只有正号) 都相同. 即

$$[Z_{\text{可逆}} = -W/Q_1 = (T_1 - T_2)/T_1]_{\text{正向}} = [Z_{\text{可逆}} = -W/Q_1 = (T_1 - T_2)/T_1]_{\text{逆向}}.$$

也就是说, 对于可逆热机, 无论循环方向如何, Z 不变. 所以在证明卡诺定理时, 可逆热机既可作正向循环, 也可作逆向循环, 而且不会引起 Z 的数值的改变.

但是, 不可逆热机是利用不可逆循环工作的, 它具有热力学不可逆性. 因此, 不可逆热机在相同的 T_1 , T_2 条件下作正向循环和逆向循环时, 不仅功和热的符号同时发生变化, 而且功和热的数值也会发生变化. 所以, $Z = -W/Q_1$ 的数值在正向循环和逆向循环中并不相同. 即

$$[Z_{\text{不可逆}} = -W/Q_1]_{\text{正向}} \neq [Z_{\text{不可逆}} = -W/Q_1]_{\text{逆向}}.$$

4.2 因为体系对环境做功时, 可逆过程的功最大^[2,5]

体系对环境做功时

$$|W_{\text{正向,可逆}}| > |W_{\text{正向,不可逆}}|$$

或

$$-W_{\text{正向,可逆}} > -W_{\text{正向,不可逆}};$$

正向循环中, 体系吸热对环境做功, $W < 0, Q_1 > 0$,

$[Z_{\text{可逆}} = -W/Q_1]_{\text{正向}} > [Z_{\text{不可逆}} = -W/Q_1]_{\text{正向}}$, 此式表明, 正向循环时可逆热机将热转化为功的比率大于不可逆热机.

而环境对体系做功时, 可逆过程所需要的功最小, 即

$$|W_{\text{逆向,可逆}}| < |W_{\text{逆向,不可逆}}|,$$

在逆向循环中,体系消耗功向高温热源送热, $W > 0$, $Q_1 < 0$,

$$[Z_{\text{可逆}} = -W/Q_1]_{\text{逆向}} < [Z_{\text{不可逆}} = -W/Q_1]_{\text{逆向}},$$

此式表明,逆向循环时不可逆热机消耗功的比率大于可逆热机.而且,不可逆程度越大,这种差异越大.

之所以出现这种情况,一方面是因为在不可逆过程中存在功的耗散效应,另一方面是因为不可逆过程是有方向性的过程^[10].因此,当不可逆过程的方向不同时,功的耗散程度也不一样.实际上,电化学中的极化作用对原电池电动势和电解池分解电压的影响也类似于这种情况.极化作用使原电池的电动势减小(做功的本领减小),使电解池的分解电压增大(消耗更多的有用功).

4.3 逆向循环时 $\eta_{\text{逆向,可逆}} < \eta_{\text{逆向,不可逆}}$ 的结论与克劳修斯不等式的一致性

$$\text{逆向循环时, } Z_{\text{逆向,可逆}} < Z_{\text{逆向,不可逆}},$$

$$\text{即 } (T_1 - T_2)/T_1 < (Q_1 + Q_2)/Q_1$$

可转化为 $1 - T_2/T_1 < 1 + Q_2/Q_1$,

$$\text{即 } -T_2/T_1 < Q_2/Q_1,$$

\therefore 在逆向循环时 $Q_1 < 0$, $Q_2 > 0$,

\therefore 上式两边同乘 Q_1 ,同除 T_2 时,不等号将会改变方向

$$\text{即 } -Q_1/T_1 > Q_2/T_2.$$

\therefore 逆向循环时 $0 > Q_1/T_1 + Q_2/T_2$.

这一结论与克劳修斯不等式

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq \begin{matrix} \text{不可逆} \\ \text{可逆} \end{matrix}$$

$$\text{或 } \Delta S \geq \int_1^2 \left(\frac{\delta Q}{T} \right)_{\begin{matrix} \text{不可逆} \\ \text{可逆} \end{matrix}} \text{ 是一致的.}$$

显然,逆向循环时 $Z_{\text{逆向,可逆}} < Z_{\text{逆向,不可逆}}$ 的结论与熵增加原理

$$\Delta S(\text{隔离}) = \Delta S(\text{物系}) + \Delta S(\text{环境}) \geq$$

0 $\begin{matrix} \text{不可逆} \\ \text{可逆} \end{matrix}$ 也是一致的.

4.4 若把逆向循环的情况看作制冷机,则由 $\eta_{\text{逆向,可逆}} < \eta_{\text{逆向,不可逆}}$ 可推导出 $\beta_{\text{可逆}} > \beta_{\text{不可逆}}$

在可逆循环的条件下,正向运转时作为热机的效率 Z 与逆向运转时作为制冷机的制冷系数 U 之间的关系为^[9-11]:

$$U_{\text{可逆}} = Q_2/W = Q_2 / -(Q_1 + Q_2) =$$

$$T_2 / (T_1 - T_2) = 1/Z_{\text{可逆}} - 1 \quad (10)$$

对于正向循环,实际上构成热机,其 $Z_{\text{正向,可逆}} > Z_{\text{正向,不可逆}}$.如果把它看成逆制冷机,则由(10)式和(8)式可得 $U_{\text{可逆}} < U_{\text{不可逆}}$.

对于逆向循环,实际上构成制冷机,其 $U_{\text{可逆}} >$

$U_{\text{不可逆}}$.这表明,可逆循环制冷机单位功提取的热大于不可逆循环制冷机.如果把它看成逆热机,则由(10)式和(9)式可得 $Z_{\text{逆向,可逆}} < Z_{\text{逆向,不可逆}}$.

由此可以认为:卡诺定理中的热机这一概念并不包括逆向循环的逆热机(即制冷机),因而也不能用热机效率 $Z = -W/Q_1$ 来描述逆向循环的逆热机之功热关系.也就是说,热机效率这一概念对逆向循环没有意义.

5 结论

(I) 可逆热机是利用可逆循环工作的,具有热力学可逆性.因此,可逆热机的功热转换关系与循环方向无关,无论正向循环还是逆向循环,其功热转换关系既可用热机效率 Z 也可用制冷系数 U 来描述,其数值与循环方向没有关系.

(II) 正因为可逆热机的 Z 与循环方向无关,因此,在证明卡诺定理时,可逆热机既可作正向循环,也可以作逆向循环.

(III) 不可逆热机的 $Z = -W/Q_1$ 与循环方向有关.正向循环时 $Z_{\text{正向,可逆}} > Z_{\text{正向,不可逆}}$,其物理意义是:在正向循环中,可逆循环热机的热转换为功的比率大于不可逆循环热机.逆向循环时 $Z_{\text{逆向,可逆}} < Z_{\text{逆向,不可逆}}$,其物理意义是:在逆向循环中,消耗相同的功 W 的前提下,可逆循环热机向高温热源输送的热 $Q_{1,\text{可逆}}$ 多于不可逆循环热机向高温热源输送的热 $Q_{1,\text{不可逆}}$.或者在向高温热源输送相同的热 Q_1 的前提下,可逆热机消耗的功 $W_{\text{可逆}}$ 少于不可逆热机消耗的功 $W_{\text{不可逆}}$.

(IV) 由于不可逆热机的 Z 与循环方向有关.因此在证明卡诺定理时,不可逆热机只能作正向循环,如果将不可逆热机作逆向循环,则会推出 $Z_{\text{可逆}} < Z_{\text{不可逆}}$ 这一形式上一违背卡诺定理的结论.因此,可以认为卡诺定理中的热机这一概念或许并不包括逆向循环的逆热机(制冷机).

(V) 不可逆热机作正向循环时,可以用热机效率 ($Z = -W/Q_1$) 来描述其功热转换关系,其结论是 $Z_{\text{正向,可逆}} > Z_{\text{正向,不可逆}}$.而不可逆热机作逆向循环时,它实际上构成制冷机,应当采用制冷系数 ($U = Q_2/W$) 来描述其功热转换关系,所得结论是 $U_{\text{可逆}} > U_{\text{不可逆}}$.

参考文献

- 1 马本毅等编.热力学与统计物理学.北京:高等教育出版社,1980.114~116.
- 2 傅献彩,沈文霞,姚天扬编.物理化学(上册).第4版.北京:高等教育出版社,1990.100~109.
- 3 克洛兹 I M,罗森伯格 RM [美].化学热力学.鲍银堂等译.北京:人民教育出版社,1981.107~112.

4 Levine I. Physical Chemistry. Second edition. New York McGraw-Hill Book CO, 1983. 74~ 92.

5 夏江学编. 力学与热学 (下册). 北京: 清华大学出版社, 1985. 158~ 165.

6 段泰崴. 卡诺定理论证方法的不足和完善. 重庆交通学院学报, 1995, 14(4): 109~ 111.

7 刘凤鳌. 卡诺定理及其推广的简捷证明. 工科物理. 1994, (3): 18~ 19.

8 张小溪, 吴建中. 不可逆性对热机功率效率的影响. 昆明理

工大学学报, 1996, 21(3): 77~ 82

9 郭忠远. 关于任意逆循环制冷系数的讨论. 吉林师范学院学报, 1998, 19(1): 47~ 48.

10 刘士荣, 杨爱云编著. 物理化学概念辨析. 长沙: 湖南科技出版社, 1986. 23~ 25, 76~ 77.

11 伏义路, 许澍谦, 邱联雄编. 化学热力学与统计热力学基础. 上海: 上海科学技术出版社, 1984. 82.

(责任编辑: 黎贞崇)

(上接第 199页 Continue from page 199)

参考文献

1 Friedman E, Gal A, Batty C J. The density dependent potentials and the strong interactions. Phys Lett, 1993, B (208): 6~ 12.

2 Brown G E, Kubodera K, Rho M et al. The scattering length from the evaluation on the low-energy scattering angle. Nucl Phys, 1994, A(567): 837~ 852.

3 Batty C J. Strange exotic atoms. Nucl Phys, 1995, A (585): 229~ 238.

4 曾谨言. 量子力学 (卷II). 北京: 科学出版社, 2000. 585~ 586.

5 喀兴林. 高等量子力学. 北京: 高等教育出版社, 1999. 295~ 306.

6 Cheng S C et al. The theoretically calculating of K^- atomic mass. Nucl Phys, 1975, A(254): 383~ 393.

7 Gall K P, Austin E, Miller J P et al. Precision Measurements of the K^- and Σ^- masses. Phys Rev Lett, 1988, 3 (60): 186~ 189.

8 Powers R J et al. Strong-interaction effect measurements in sigma hyperonic atoms of W and Pb. Phys Rev, 1993, 3

(47): 1263~ 1273.

9 Friedman E et al. Density-dependent K^- nuclear optical potentials from kaonic atoms. Nucl Phys, 1994, A(579): 518~ 538.

10 Batty C J, Friedman E, Gal A. Density dependence of the Σ^- nucleus optical potential derived from Σ^- atom data. Phys Lett, 1994, B(335): 273~ 278.

11 Friedman E. Strange exotic atoms. Nucl Phys, 1998, A (639): 511c~ 519c.

12 Wayne F L, Rinker G A et al. Accurate and efficient methods for the evaluation of vacuum-polarization-potentials of order $Z\alpha$ and $Z\alpha^2$. Phys Rev A, 1976, 13(3): 1283~ 1299.

13 Masaru A. Boson exchange potentials and three-parameter Gaussian model. Prog Theor Phys, 1978, 30(2): 209~ 219.

14 Vries H et al. Nuclear charge density distribution parameters. Atomic Data and Nuclear Tables, 1987, 36(3): 501~ 509.

(责任编辑: 黎贞崇 邓大玉)