

基于 AWGN 信道下 Turbo 码的性能仿真及分析*

Performance Analysis of Turbo Codes Over AWGN Channels

覃团发 黄旭方 陈跃波
Qin Tuanfa Huang Xufang Chen Yuebo

(广西大学计算机与信息工程学院 南宁市大学路 100号 530004)

(College of Comp. and Info. Engi., Guangxi Univ., 100 Daxuelu, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要 给出 Turbo 码在 AWGN 信道下的仿真系统结构。仿真系统的 Turbo 编码器由 2 个相同的分量编码器通过交织器并行级联而成, 编、译码器中所用的交织器为随机交织器, SISO 译码算法采用 Log-MAP 算法。通过计算机仿真, 对 RSC 结构、交织器长度、凿孔和循环迭代次数等主要因素进行分析。结果表明: 由于 Turbo 码很好利用迭代译码方法以及香农信道编码定理中的随机性编码译码条件, 在 AWGN 信道的低信噪比条件下 Turbo 码能发挥良好性能。

关键词 Turbo 码 AWGN 信道 Log-MAP 算法

中图分类号 TN911.22

Abstract The simulation block diagram of turbo codes over the AWGN channels is given. The encoder of a turbo code consists of two identical systematic component encoders are joined together by means of an interleaver, the interleaver of the coder is pseudo-random interleaver, the SISO (soft-input soft-output) algorithm is Log-MAP (maximum a posteriori) algorithm. Recursive systematic convolutional (RSC) structure, interleaver sizes, puncturing and the number of iterations are investigated by the computer simulation. The simulation results show that turbo codes have good performance in low SNR over AWGN channels because iterative decoding and random code of Shannon's channel coding theorem are used very well for turbo codes.

Key words Turbo codes, AWGN channel, Log-MAP algorithm

1948年, Shannon首次提出著名的信道编码定理^[1],指出只要实际传输速率 $R < C$ (信道容量), 就可以实现信道中的无差错传输。信道编码定理虽然没有给出构造好码的具体方法,但却对好码的存在予以证明,为后人下一步的研究指明了方向。自此之后,人们就一直不断的在寻找接近香农极限的好码。1966年, Fomey 提出了串行级连码。串行级连码在远离信道容量时,很逼近香农极限,然而一旦 $R/C \rightarrow 1$, 处于渐近状态时,其优异性能很快丢失。1993年, C. Berrou 等学者提出的 Turbo 码^[2]是编码史上的又一里程碑,其优异的性能在通信领域掀起了研究 Turbo 码的热潮。Turbo 码的优异性能与其系统结构密切相关,受到多种参数的影响。本文首先确立了

Turbo 码在 AWGN 信道下的仿真系统结构框架,在此基础上对迭代次数、交织器长度、编码效率、分量编码器结构等一些主要参数进行分析。

1 Turbo 码仿真系统结构

Turbo 码的仿真系统框图如图 1 所示,信息源采用随机信息序列,用 u_k 来表示在时刻 k 输入编码器的信息位。编码器的组成方框图如图 2,考虑由 2 个相同的分量编码器通过交织器并行级联而成,分量码采用码率为 1/2 的递归系统卷积码 (RSC),经编码后输出系统信息位和 d_k 校验位 $Y_k = (Y_{k,1}, Y_{k,2})$, 编码器中所用的交织器为伪随机交织器。从编码器输出的编码序列经 BPSK 调制后,经过 AWGN 信道,在接收端接收到的序列为 $R_k^N = (R_1, R_2, \dots, R_k, \dots, R_N)$, $R_k = (x_k, y_k)$ 表示在时刻 k 接收到的符号, $x_k = (2d_k - 1) + p_k$, $y_k = (2Y_k - 1) + q_k$, p_k 和 q_k 是叠加在信号上的 2 个相互独立的高斯白噪声。 R_k^N 经过相关解调之后送入译码器,译码算法采用 Log-MAP 算

2002-08-29 收稿, 2003-01-14 修回。

* 广西自然科学基金资助项目 (桂科自 9912005)、广西教育厅科研项目 (桂教科研 [2000] 392号) 和广西高校百中青年学科带头人资助计划项目 (桂教人 [2002] 467号)。

法^[3], 对数似然比为 $L(d_k) =$

$$\log \frac{P(d_k = 1 | R_k^N)}{P(d_k = 0 | R_k^N)}, \text{当 } L(d_k) \geq 0 \text{ 时, } \hat{d}_k = 1, \text{当 } L(d_k) \leq 0 \text{ 时, } \hat{d}_k = 0, \text{这相当于硬判决结果. } P(d_k = i | R_k^N), i = 0, 1, \text{是信息位 } d_k \text{ 的后验概率}$$

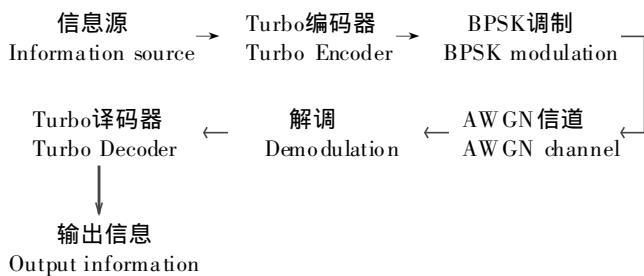


图 1 Turbo码仿真系统框图

Fig. 1 Block diagram of Turbo codes simulation system

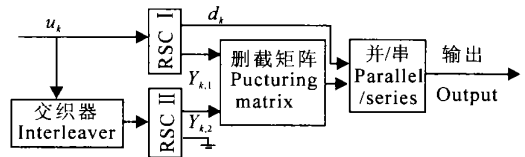


图 2 Turbo码的编码方框图

Fig. 2 Block diagram of Turbo codes encoder

2 RSC结构对 Turbo码性能的影响

本文取 RSC码的生成多项式为 $g = (7, 5)$ 和 $g = (31, 27)$, 在帧长 $N = 500$ 时对 Turbo码的性能进行仿真, 仿真结果如图 3 所示。当信噪比 $E_b/N_0 = 0.5\text{dB}$ 时, $g = (31, 27)$ 的 Turbo码, 其误比特率 $BER = 10^{-1}$, 比 $g = (7, 5)$ 的 Turbo码的误比特率略高; 当信噪比大于 1dB , $g = (31, 27)$ 的 Turbo码的误比特率迅速下降, 当 $E_b/N_0 = 2\text{dB}$, 其误比特率比 $g = (7, 5)$ 的 Turbo码的误比特率下降了一个数量级。RSC码的特点是, 当前码元的生成与当前时刻之前的所有码元有关系, 所以约束长度越长, 信息关联程度越大, 译码性能就越好。 $g = (31, 27)$ 的 RSC码的约束长度为 5, $g = (7, 5)$ 的 RSC码的约束长

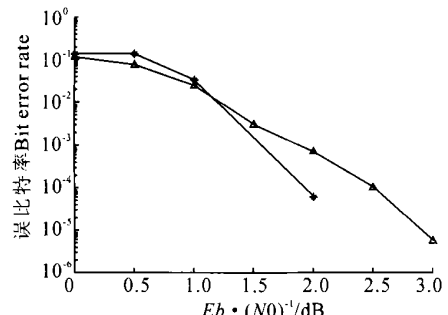


图 3 不同 RSC结构时 Turbo码的性能曲线

Fig. 3 Performance curves of Turbo codes in different RSC structures

$N = 500$; \triangle : $g = (7, 5)$; $-*$: $g = (31, 27)$;

度为 3, 因此前者的性能比后者好。但随着约束长度的增加, 译码的计算量将随之成指数增加。如果要减少运算量, 约束长度就不能太大, 一般取 3 4和 5

3 交织器长度对 Turbo码性能的影响

交织器在 Turbo码中起着极其重要的作用, 在发送端, 伪随机性是通过编码中的交织器以及并行级联方式来实现的, 交织器使 2 个 RSC编码器的编码过程趋于独立, 起着对码重量谱整形的作用; 在接收端, Turbo码利用了外部信息在子译码器间进行多次迭代译码来增强纠错能力, 而这些由各级子译码器产生并反映相应信息位译码判决可信度的外部信息之所以能被相互利用, 归功于插在它们之间的交织与解交织器, 即它们的“置乱”作用使在同一时刻送入各子译码器的信息序列码元几乎不相关。 Turbo码中交织器的交织方式, 交织长度 (帧长) 对码的性能都有一定的影响, 特别是交织长度, 文献 [4] 指出 Turbo码性能随着交织长度的增加而提高, 但每个信息比特的译码复杂性 (MAP算法) 却不随交织长度的改变而改变。正是这个原因使得 Turbo码, 特别是在大的帧长条件下, 是一种强有力的编码方式。

本文对帧长为 320 3840 1440 和 5114 的信息序列进行了仿真, 其结果如图 4 所示。当信噪比小于 0.5dB 时, 交织长度对 Turbo码的性能几乎没有影响; 随着信噪比的增大, 交织长度对 Turbo码性能的影响越来越显著, 交织长度越长, 译码的误码率越低。 $E_b/N_0 = 3\text{dB}$ 时, 它们之间的误比特率相差接近 1 个数量级; $E_b/N_0 = 4\text{dB}$ 时, 帧长 320 和帧长 1440 的 Turbo码间的误比特率相差大于 1 个数量级。 交织长度为 5114, $E_b/N_0 = 3\text{dB}$ 时, Turbo码的误比特率可达 10^{-7} , 比交织长度为 1440 时节约 1dB 的信噪比, 因此可以通过增大交织长度来达到节省功率的目的。但由于交织器的存在, 使得译码器必须接收完整个信息序列后才开始译码, 于是随着交织长度的增大, 译码延时将随之线性增加, 译码所需的存储量也

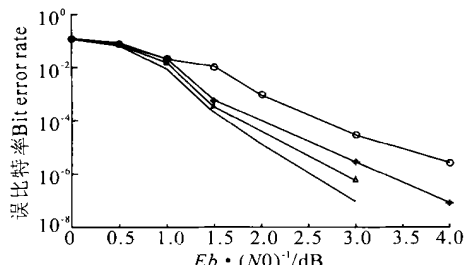


图 4 不同交织长度时 Turbo码的性能曲线

Fig. 4 Performance curves of Turbo codes in different block lengths

\circ : 320; $-*$: 1440; \triangle : 3840; $-$: 5114

增加。因此，交织长度不能选得太长，应视不同的业务需求做出折衷选择。在一些低速业务的场合，可以将几帧组成 1 个数据块，加大交织深度；在一些高速业务的场合，可以将 1 帧分成几个数据块。

4 凿孔对 Turbo 码性能的影响

凿孔起着调整码率的作用，以适应不同码率需求的场合。对于太空应用，适用低码率的码；而在其它环境下，如在卫星通信中，优先选择 1/2 或码率更高的码。本文在 $N = 1440, g = (7, 5)$ 的情况下，对分量编码器产生的监督位进行了打孔（Turbo 码的码率 $R = 1/2$ ）和不打孔（Turbo 码的码率 $R = 1/3$ ）仿真，仿真结果如图 5 所示。当信噪比为 0 时，两者的误比特率很相近；但随着信噪比的增大，码率为 1/3 的 Turbo 码的性能明显优于码率为 1/2 的 Turbo 码，它们之间的误比特率相差大约为 1 个数量级。这是由于交织器的存在，导致监督位对信息位的保护失衡，即有些信息位的监督位在打孔时全部被丢掉，而有些则保留了过多的监督位，这样高码率的码在译码端得到的监督位提供的“软信息”将少于低编码率的 Turbo 码，所以码率为 1/2 的 Turbo 码的纠错能力比码率为 1/3 的 Turbo 码差。为解决这种保护失衡，可以通过对交织加以限制^[5]。

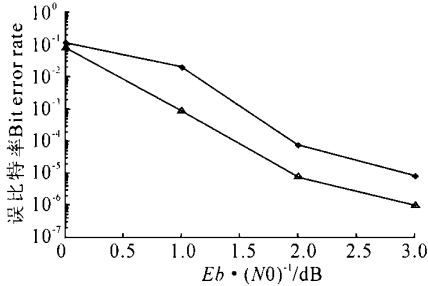


图 5 不同编码效率的 Turbo 码性能曲线

Fig. 5 Performance curves of Turbo codes in different coding rates

$N = 1440, g = (7, 5)$; $-*$: rate = 1/2;
 $-△$: rate = 1/3.

5 循环迭代次数对 Turbo 码性能的影响

Turbo 码采用了一种新的译码方法，即迭代译码法。所谓迭代译码，是指子译码器输出的反映最大概率信息位可信度的“软信息”，在子译码器之间通过交织解交织进行传递，经过若干次的反复迭代直到达到性能指标再做出硬判决。循环迭代译码法是 Turbo 码具有良好译码性能的一个重要原因。

本文对帧长为 320 和 1440 的 2 组信息序列进行了不同循环次数的仿真，仿真结果如图 6 图 7 所示。当信噪比 $E_b/N_0 = 0$ dB 时，迭代次数的增加对译码

性能几乎没有影响；当信噪比为 2 dB 或 3 dB 时，经过第 2 次迭代之后，误比特率迅速下降，与第 1 次迭代得到的误比特率相差 1 到 2 个数量级，但经过第 3 次迭代之后，误比特率的下降开始变得缓慢，其与第 2 次迭代得到的误比特率相差不到 1 个数量级。再继续增加迭代次数时，性能改善越来越小，这时称循环迭代次数达到了饱和。这是因为随着迭代次数的增加，外信息的相关性也会越来越大，提供的有用信息越来越少。从图 6 和图 7 还可知， $N = 320$ 的信息序列，当 $E_b/N_0 = 0$ dB 时，经过 2 次迭代之后就达到了饱和，而 $N = 1440$ 的信息序列，经过 3 次迭代之后达到饱和；当 $E_b/N_0 = 2$ 或 3 dB 时， $N = 320$ 的信息序列经过第 5 第 6 次迭代后，误比特率几乎没有改善，即经过 4 次迭代后趋于饱和，而 $N = 1440$ 的信息序列，经过 5 次迭代后趋于饱和。可见，饱和迭代次数是分组

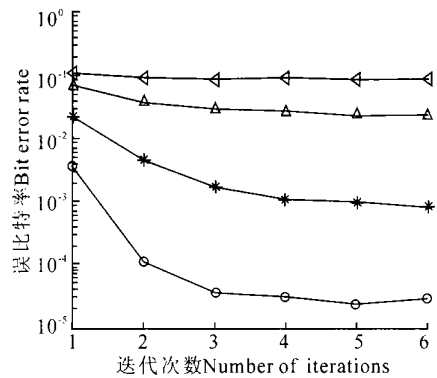


图 6 $N = 320$ 时不同迭代译码次数下的性能曲线

Fig. 6 Performance curves of Turbo codes in different iterations

$N = 320, g = (7, 5)$; $-○$: $E_b/N_0 = 0$;
 $-△$: $E_b/N_0 = 1$; $-*$: $E_b/N_0 = 2$; $-□$: $E_b/N_0 = 3$.

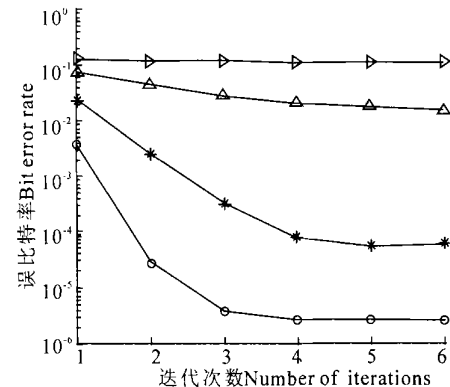


图 7 $N = 1440$ 时不同迭代译码次数下的性能曲线

Fig. 7 Performance curves of Turbo codes in different iterations

$N = 320, g = (7, 5)$; $-○$: $E_b/N_0 = 0$;
 $-△$: $E_b/N_0 = 1$; $-*$: $E_b/N_0 = 2$; $-□$: $E_b/N_0 = 3$.

(下转第 106 页 Continue on page 106)

表 2 球毛壳生长情况 ($\bar{x} \pm s$)

Table 2 Growth of globismycin ($\bar{x} \pm s$)

培养基 (防霉剂 质量分数,%) Culture medium (mass fraction of antiseptic,%)	菌落个数 Number of colonies			
	3 d	10 d	20 d	30 d
SDA 0.3	0	0	1	1 几乎充 满平板
SDA 0.1	0	1	12±1 ^f	Full of plate nearly
苯甲酸 Benzoic acid 0.3	0	0	1	2±1
苯甲酸 Benzoic acid 0.1	0	1	17±1 ^{**}	几乎充 满平板 Full of plate nearly
不加防霉剂 (空白) Without antiseptic (blank)	几乎充 满平板 Full of plate nearly	充满整 个平板 Full of plate	-	-

* 表示与苯甲酸比较 $P < 0.05$; ** 表示与空白比较 $P < 0.01$

* Compared to benzoic acid, $P < 0.05$; ** Compared to control, $P < 0.01$.

目前我国常用的防腐防霉剂有丙酸及其盐类、山梨酸及其盐类、苯甲酸及其盐类。丙酸及其盐类使用范围较窄,原料国产较少,主要靠进口;山梨酸及其

盐类价格高,主要用于高档食品饮料,在我国应用尚不普遍;苯甲酸及其盐类在国内大量生产,应用广泛,但毒性较大,超过一定浓度用量即有不良味道,因价格低廉,是目前国内用量最多的防腐防霉剂^[3,4]。

双乙酸钠作为一种新型防腐防霉剂,被联合国卫生组织定为“零”毒性物质,是替代传统防腐防霉剂的理想产品。本实验用醋酸和纯碱为原料,不加试剂合成双乙酸钠,工艺简单,原料易得,生产成本低,无“三废”排放,操作方便,所得产品质量合格,产品收率可达96%以上。

双乙酸钠的防霉效果优于苯甲酸,而且双乙酸钠对黄曲霉菌的防霉效果要比对球毛壳的好。双乙酸钠用于粮食和饲料的防霉,市场空间将是巨大的。

参考文献

- 1 李祥君.新编精细化工产品手册.北京:化学工业出版社,1996.41.
- 2 李春喜,王志和,王文林等.生物统计学.北京:科学出版社,2000.43-51.
- 3 章朝晖.我国双乙酸钠防霉剂的发展策略.化学工业与工程技术,2001,22(4):28-31.
- 4 周家华.食品添加剂.北京:化学工业出版社,2001.27-30.

(责任编辑:邓大玉 曾蔚茹)

(上接第96页 Continue from page 96)

长度和信噪比的函数。另外,由于 Turbo码中带有交织器,译码带来很大延时,而且随着迭代次数的增加,译码延时将呈线性关系迅速增大。一般认为 Turbo码在 5~10次循环迭代之间达到饱和。

6 结论

从以上仿真结果可以看出,由于 Turbo码很好利用了迭代译码方法以及香农信道编码定理中的随机性编译码条件,在 AWGN信道的低信噪比条件下, Turbo码能发挥良好性能,这是目前其他任何编码所无法比拟的。在没有经过信道编码的数字通信系统中,欲使 $BER = 10^{-5}$,信噪比需要达到 44dB^[6];相比于没有经过信道编码系统, Turbo码有将近 40dB的编码增益。此外, Turbo码还有很强的抗衰落和抗多径效应能力,它在包括移动通信在内的诸多通信领域都有着非常诱人的应用前景。

参考文献

- 1 Shannon C E. A mathematical theory of communication. 106

- Bell System Technology, 1948, 27: 379~423, 623~656.
- 2 Berrou C, Glavieux A, Thitimajshima P. Near Shannon limited error correcting coding and decoding Turbo codes. International Conference on Communications, Geneva Switzerland, 1993. 1064~1090.
- 3 Robertson P, Hoehner P, Villebrun E. Optimal and sub-optimal maximum a posteriori algorithms suitable for turbo decoding. European Trans On Telecommunication, 1997, 8: 119~125.
- 4 Benedetto S, Montorsi G. Unveiling Turbo-codes: Some results on parallel concatenated coding schemes. IEEE Transactions on Information Theory, 1996, 42(2): 409~429.
- 5 徐韦峰,秦东,刘石等. Turbo码中的交织器设计及其改进.微电子学, 2000, (4): 92~96.
- 6 Wilson S. Digital Modulation and Coding. Prentice Hall, 1996.

(责任编辑:黎贞崇)