DOI:10.13656/j.cnki.gxkx.2003.01.001

广西科学 Guangxi Sciences 2003, 10 (1): 1～3, 7

定性映射诱导的模糊集*

A Qualitative Mapping Model for Fuzzy Set

冯嘉礼　周如旗**

Feng Jiali　Zhou Ruqi

（上海海运学院计算机系　上海　200135）

(Department of Computer Science, Shanghai Maritime University, Shanghai, 200135, China)

摘要　从属性量-质特征转化的定性映射模型导出一个模糊集，给出一个模糊集的表达式，为模糊集产生的哲学和认识论根源提供一个基于量-质转化规律及其定性映射的解释途径.

关键词　属性量-质转化　定性映射函数　模糊隶属度　定性基准变换

中图法分类号　TP18;O235

Abstract　A fuzzy set is educed from the qualitative mapping model of transformation of attributive value, and a new searching way based on this qualitative mapping model is created for the congnitical and philosophy though of fuzzy set produced genesis.

Key words　transformation of attributive value, qualitative mapping function, grade of membership, criterion transition

模糊集方法在各领域都得到了卓有成效的应用，但模糊隶属度该怎样确定，却仍然存在许多争议. 文献[1]提出了属性量-质特征转化的定性映射(Qualitative Mapping，下简称 QM)模型，本文从 QM 导出了模糊隶属度，为模糊集产生的哲学和认识论根源，提供了一个基于量-质转化规律及其定性映射的解释途径.

1　属性量-质特征转化关系(或规律)的定性映射模型

事物有质和量的 2 种规定性，其属性一般也有量和质的 2 种特征值. 事物质与量间有所谓质量互变规律，即："事物在度的界限内的变化，事物仍然保持自身质的规定性，不会发生根本性质的改变，只有当量的积累达到一定的关节点时，量变才转化为质变."因属性是"事物在同其他事物发生关系时表现出来的质."所以，事物质量互变规律一般表现为相应属性量特征与质特征间的转换，文献[1]给出了该规律的一个数学模型，为方便讨论，特给出如下定义.

定义 1　设 $X \subseteq R$ 和 $P_o = \{p_i(o) | i \in I\}$ 分别是事物(object)属性 $a(o)$ 的量特征的集和质特征(或性质)的集，Γ 是定性基准 (α_i, β_i) 的簇 $\Gamma = \{(\alpha_i, \beta_i) \subseteq (X | (\alpha_i, \beta_i)$ 是 $p_i(x)$ 的定性基准$\}$，称 $q: X \times \Gamma \to P_o$ 是以 $(\alpha_i, \beta_i) \in \Gamma$ 为基准，对 x 进行的定性映射，若对任意 $x \in X$，存在 P_o 中的一个 $p_i(o)$，使得：

$$q(x, (\alpha_i, \beta_i) = x \perp (\alpha_i, \beta_i)) = \begin{cases} p_i(o) & \text{iff} \quad x \in (\alpha_i, \beta_i) = \chi_i(x) p_i(o), \\ \neg \ p_i(o) & \text{iff} \quad x \notin (\alpha_i, \beta_i), \end{cases} \tag{1}$$

其中
$$\chi_i(x) = \begin{cases} 1 & \text{iff} \quad x \in (\alpha_i, \beta_i), \\ \neg & \text{iff} \quad x \notin (\alpha_i, \beta_i) \end{cases} \tag{2}$$

是 x 所对应 $p_i(o)$ 的真值，$\perp$ 为量-质转化算子、或质特征定性算子. 因下标 i 已表示 $\chi_i(x)$ 是 $p_i(o)$ 的真值，故在不产生混淆的情况下，可将(1)式和(2)式简记为：

$$q(x, (\alpha_i, \beta_i)) = x \perp (\alpha_i, \beta_i) = \chi_i(x). \tag{3}$$

不难看出：(3)式既包括了通常特征函数 $\chi_i(x)$ 的意义，又强调了性质 $p_i(o)$ 是在"度"或定性基准 (α_i, β_i) 的调控下由 x 转化而来的事实，因此，(3)式在量-质转化规律的刻画中能提供某些重要的信息.

2002-06-23 收稿。

* 国家自然科学基金项目(60075016)、广西自然科学基金项目(桂科自 9912010)和上海高校自然科学基金项目(01G04)资助。

* * 广东教育学院计算机系　广州　510303 (Department of Computer Science, Guangdong Institute of Education, Guangzhou, 510303, China)。

定义 2 设$(\alpha,\beta)=((\alpha_1,\beta_1),\cdots,(\alpha_n,\beta_n))$是$n$个定性基准$(\alpha_i,\beta_i),i=1,\cdots,n$构成的向量，则称

$$q(x,((\alpha_1,\beta_1),\cdots,(\alpha_n,\beta_n)))=\bigvee_{i=1}^{n}x\perp(\alpha_i,\beta_i)=\bigvee_{i=1}^{n}\chi_i(x) \quad (4)$$

是以$(\alpha,\beta)=((\alpha_1,\beta_1),\cdots,(\alpha_n,\beta_n))$为基准对量特征$x$进行的定性操作.

定义 3 若所有基准两两不相交，即$(\alpha_i,\beta_i)\cap(\alpha_j,\beta_j)=\varnothing,i,j=1,\cdots,n$，且$x\in(a_j,b_j)$，则称

$$q(x,((\alpha_1,\beta_1),\cdots,(\alpha_n,\beta_n)))=\overset{n}{\underset{i=1}{\dot{\bigvee}}}x\perp(\alpha_i,\beta_i)=\overset{n}{\underset{i=1}{\dot{\bigvee}}}\chi_i(x)=\chi_j(x),((\alpha_i,\beta_i)\cap(\alpha_j,\beta_j)=\varnothing) \quad (5)$$

是以基准向量(α,β)对x进行的定性操作.其中$\overset{n}{\underset{i=1}{\dot{\bigvee}}}$为不可兼析取.

定义 4 若定性基准间有非空交，即存在$x\in(\alpha_i,\beta_i)\cap(\alpha_j,\beta_j)\neq\varnothing$，不妨先对指标$i$和$j$重新排序，使$j=i+1$，则有$x\in(\alpha_i,\beta_i)\cap(\alpha_{i+1},\beta_{i+1})\neq\varnothing$，若令$(\alpha_{i(i+1)},\beta_{i(i+1)})=(\alpha_i,\beta_i)\cap(\alpha_{i+1},\beta_{i+1})$，则有$(\alpha_i,\beta_i)\cup(\alpha_j,\beta_j)=(\alpha_i,\alpha_{i(i+1)})\cup(\alpha_{i(i+1)},\beta_{i(i+1)})\cup(\beta_{i(i+1)},\beta_j)$，再令$p_{i(i+1)}(o)=p_i(o)\wedge p_{i+1}(o)$，称$p_{i(i+1)}(o)$为$p_i(o)$和$p_{i+1}(o)$的整合特征，$\wedge$为合取算子，则称

$$q(x,((\alpha_1,\beta_1),\cdots,(\alpha_{i(i+1)},\beta_{i(i+1)}),\cdots,(\alpha_n,\beta_n)))=\bigvee_{i=1}^{n}x\perp(\alpha_i,\beta_i)=x\perp(\alpha_{i(i+1)},\beta_{i(i+1)})=\chi_{i(i+1)}(x) \quad (6)$$

是以(α,β)对x进行的定性操作.其中$\chi_{i(i+1)}=\chi_i\wedge\chi_{i+1}$为合性质$p_{i(i+1)}(o)=p_i(o)\wedge p_{i+1}(o)$的真值.(因本文主要讨论模糊隶属度函数的建立，故合取性质的真值$\chi_{i(i+1)}$的确定问题，另行研究.)

例 1 H_2O有3种质特征态:ice、water和gas，当温度为$t(H_2O)$(单位为℃)时，若用$x\in(\alpha,\theta^*)$和$x\in(\theta^*,\beta)$分别表示$\alpha<x<\theta^*$和$\theta_*\leqslant x\leqslant\beta$，则$H_2O$随$t$变化呈现的3种质特征定性可表示为:

$$\begin{aligned}&q[t(H_2O),[(\theta_*,0),(0,100),(100,\theta^*)]]\\&=t\perp(\theta_*,0)\vee t\perp(0,100)\vee t\perp(100,\theta^*)\\&=\chi_{ice}(t)\overset{n}{\underset{i=1}{\dot{\bigvee}}}\chi_{water}(t)\overset{n}{\underset{i=1}{\dot{\bigvee}}}\chi_{gas}(t).\end{aligned} \quad (7)$$

例 2 血糖(Bs(ps),blood sugar)是诊断一个人(person)是否患糖尿病(Diabetes(ps))的特征指标，其正常值($\mathrm{Normal}_{Bs}(ps)$)为:$3.9<\mathrm{Bs}(ps)\leqslant 6.1$;若$\mathrm{Bs}(ps)>6.1$，则为血糖高($\mathrm{Hight}_{Bs}(ps)$);若$\mathrm{Bs}(ps)\leqslant 3.1$，则为低血糖($\mathrm{Low}_{Bs}(ps)$).于是，糖尿病诊断可用QM表示如下:

$$p(\mathrm{Bs}(ps),((\theta_*,3.9],(3.9,6.1],(6.1,\theta^*))_{Bs})=\begin{cases}\mathrm{Bs}(ps)\perp(\theta_*,3.9)\\\mathrm{Bs}(ps)\perp(3.8,6.4)\\\mathrm{Bs}(ps)\perp(6.1,\theta^*)\end{cases}=\begin{cases}\chi_{\mathrm{Low\text{-}Bs}}(ps);\\\chi_{\mathrm{Normal\text{-}Bs}}(ps);\\\chi_{\mathrm{Hight\text{-}Bs}}(ps).\end{cases} \quad (8)$$

显然，分段函数格式(8)与析取格式(7)所表达的逻辑意义是一样的.

例 3 若某光波长$=\lambda$(单位为nm)，由光谱学可知，其对应颜色可用如(9)式确定:

$$\begin{aligned}&\mathrm{color}[\lambda,[(380,455),[455,492],[492,577],[577,597],[597,622],[622,770]]]=\lambda\perp(380,455)\,\overline{\vee}\,\lambda\perp[455,492]\,\overline{\vee}\,\lambda\perp[492,577]\,\overline{\vee}\,\lambda\perp[577,597]\,\overline{\vee}\,\lambda\perp[597,622]\,\overline{\vee}\,\lambda\perp[622,770]=\chi_{\mathrm{purlie}}(\lambda)\\&\overline{\vee}\,\chi_{\mathrm{blue}}(\lambda)\,\overline{\vee}\,\chi_{\mathrm{green}}(\lambda)\,\overline{\vee}_{\mathrm{yello}}(\lambda)\,\overline{\vee}\,\chi_{\mathrm{orange}}(\lambda)\,\overline{\vee}\,\chi_{\mathrm{red}}(\lambda).\end{aligned} \quad (9)$$

正如"深红"(crimson)比"粉红"(pink)更红，不同波长$\lambda_1,\lambda_2(\lambda_1\neq\lambda_2)\in(622\ \mathrm{nm},770\ \mathrm{nm})$所对应的2种红色red($\lambda_1$)和red($\lambda_2$)之间，尽管按光谱学分类，其颜色定性都为"red"，且真值$\chi_{red}(\lambda_1)=\chi_{red}(\lambda_2)=1$，但它们关于红色的程度却存在着差异.故若用$\mu_{red}(\mathrm{color}(\lambda))$表示$\lambda$所对应颜色color($\lambda$)关于红(red)的程度，则有:$\mu_{red}(\mathrm{color}(\lambda_1))\neq\mu_{red}(\mathrm{color}(\lambda_2))$.例如:对crimson($\lambda_1$)和pink($\lambda_2$)，应该有:$\mu_{red}(\mathrm{crimson}(\lambda_1))\geqslant\mu_{red}(\mathrm{pink}(\lambda_2))$成立.(考虑到crimson和pink都是red，且$\lambda_1\neq\lambda_2$已将它们区分开，故上式可简记为:$\mu_{\mathrm{crimson}}(\lambda_1)\geqslant\mu_{\mathrm{pink}}(\lambda_2)$.

一般地，若设$\mu_{ij}(x)$为x所对应性质$p_i(x)$关于性质$p_j(x)$的程度，则$\mu_{ij}(x)$是量x的函数.(当$i=j$时，在不引起混淆的情况下，可将$\mu_{ij}(x)$记为$\mu_i(x)$.)为表示$\mu_{ij}(x)$(或$\mu_i(x)$)随x变化的规律，一般是利用Zadeh模糊集方法，将真值函数$\chi_i(x)$扩充为隶属(程度)函数$\mu_i(x)$.

定义 5 设$x\in(\alpha_i,\beta_i)$所对应性质$p_i(x,o)$或$p_i(x)$的集为$\{p_i(x)\}\subseteq P_0$，称$\mu_i:P_0\to[0,1]$为x所对应性质$p_i(x)$的隶属(程度)函数，若对$\forall\ p_i(x)\in\{p_i(x)\}$，存在$\mu_i(x)\in[0,1]$，使得

$$\mu_i:p_i(x)\to\mu_i(x). \quad (10)$$

值得指出的是，尽管模糊集方法已在各领域中得到广泛的应用，但它未提供隶属函数$\mu_i(x)$构造法的缺陷，仍给应用带来了许多不便.

不同量x所对应的同一性质族$\{p_i(x)\}$元素间的程度差异，或模糊性，一般可用量-质转化中的"亦此亦彼"过渡对其加以哲学解释.因x在定性基准(α_i,β_i)间的位置，恰好反映了"亦此亦彼"过渡的程度，因此，引进定性基准(α_i,β_i)的做法，为我们刻画因"亦此亦彼"过渡导致的模糊性，提供了一个重要数量.下面我们就来介绍怎样从定性映射中诱导出一个模糊隶属函数的方法.

2 QM模型诱导的模糊隶属度函数

事实上，因(α_i,β_i)是一个拓扑领域$N(\zeta_i,\delta_i)$，所

以，量 x 与球心 ζ_i 间距离 $|x-\zeta_i|$，与领域半径 δ_i 间大小关系，就是反映 x 是否属于 $N(\zeta_i,\delta_i)$ 或 (α_i,β_i) 的一个数量关系.

不妨设 $\zeta_i=(\beta_i+\alpha_i)/2$，$\delta_i=(\beta_i-\zeta_i)=(\zeta_i-\alpha_i)$. 并令 $N(\zeta_i,\delta_i)$ 是以 ζ_i 为球心，以 δ_i 为半径的(拓扑)球形领域，则 $(\alpha_i,\beta_i)=N(\zeta_i,\delta_i)$. 于是，由(2)式成立，可得到下述等价关系(11)式成立.

$$x\in(\alpha_i,\beta_i)\Leftrightarrow x\in N(\zeta_i,\delta_i)\Leftrightarrow|x-\zeta_i|\leqslant\delta_i\Leftrightarrow\frac{|x-\zeta_i|}{\delta_i}\leqslant 1, \tag{11}$$

$$令:\mu_i(x)=1-\frac{|x-\zeta_i|}{\delta_i}; \tag{12}$$

$$\mu_i(x)=\exp[-\frac{1}{2}(\frac{x-\zeta_i}{\delta_i})^2]; \tag{13}$$

$$\mu_i(x)=\exp(-\frac{|x-\zeta_i|}{\delta_i}); \tag{14}$$

$$\mu_i(x)=\frac{1}{1+\exp(-\frac{x-\zeta_i}{\delta_i})}, \tag{15}$$

则三角型函数(12)、Gauss 型函数(13)、尖峰型函数(14)和 Sigmoid 型函数(15)(如图 1(a)、(b)、(c)和(d)所示)，分别刻画了 $p_i(x)$ 因 x 不同导致程度 $\mu_i(x)$ 的几种变化类型.

因(12)、(13)、(14)和(15)式的 $\mu_i:p\to[0,1]$ 都满足模糊隶属函数的条件，故有

定理 1 定性映射诱导的程度函数(12)～(15)式可看作是 $\{p_i(x)\}\subseteq P_0$ 上的模糊隶属函数.

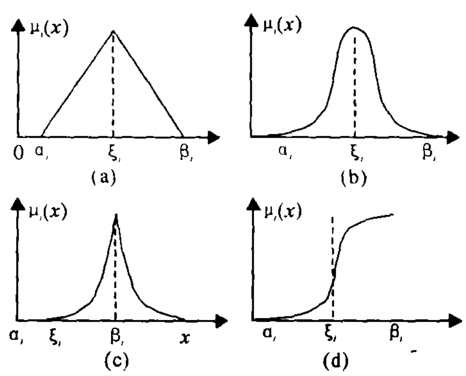

图 1 几种定性映射函数

Fig. 1 Some qualitative mapping functions

(a)三角形型；(b)Gauss 型；(c)尖峰形；(d)Sigmoid 型

(a)Triagular；(b)Gauss；(c)Pinnacle；(d)Sigmoid

(12)～(15)式表明：定性映射诱导的隶属函数是基准域 $N(\zeta_i,\delta_i)$ 的球心 ζ_i 和半径 δ_i 的函数，即：$\mu_i(x)=\mu_i(\zeta_i,\delta_i)$，因此，若 $\alpha_i(x)$、$\beta_i(x)$ 和 $\zeta_i(x)$ 是随 x 变化时，因定性基准域 $N(\zeta_i,\delta_i)$ 的球心 $\zeta_i(x)$ 和半径 $\delta_i(x)=\beta_i(x)-\alpha_i(x)$ 都将发生相应的变化，则定性映射QM诱导的隶属函数(12)～(15)式将发生一系列变化.

为简单起见，先讨论球心 ζ_i 由 (α_i,β_i) 的中点平移到 2 个端点时(12)式的变化情况.

如图 1(a)所示，ζ_i 既是领域 $N(\zeta_i,\delta_i)$ 的球心或 (α_i,β_i) 的中点，$\zeta_i=(\beta_i+\alpha_i)/2$，也是函数(12)式的极大点，即 $\mu_i(\zeta_i)=\max\limits_{x\in(\alpha_i,\beta_i)}\{\mu_i(x)\}$，当 ζ_i 分别平移到 2 个端点，即 $\zeta_i=\beta_i$ 或 $\zeta_i=\alpha_i$，(12)式将分别变为：

$$\mu_i(x)=1-\frac{\beta_i-x}{\delta_i}, \tag{16}$$

$$\mu_i(x)=1-\frac{x-\alpha_i}{\delta_i}, \tag{17}$$

这时，它们将分别是单调增和减的 2 个线性函数.

若令 ξ_i 和 ζ_i 分别是使 $\mu_i(x)$ 为最大值 $\mu_i(\xi_i)=\max\limits_{x\in(\alpha_i,\beta_i)}\{\mu_i(x)\}$，和最小值 $\mu_i(\zeta_i)=\min\limits_{x\in(\alpha_i,\beta_i)}\{\mu_i(x)\}$ 的点，且 ξ_i、ζ_i 和半径 δ_i 分别是 x、时间 t 和思维者 z 的函数，即 $\xi_i=\xi_i(x,t,z)$，$\zeta_i=\zeta_i(x,t,z)$，$\delta_i=\delta_i(x,t,z)$，则随着 $\xi_i(x,t,z)$，$\zeta_i(x,t,z)$，$\delta_i(x,t,z)$ 的变化，定性映射诱导的隶属函数(12)～(15)式还可对更复杂的变化规律进行刻画.

例如：若令 $\xi_i(x)$ 为 x 的函数，

$$\xi_i(x)=\begin{cases}\alpha_i & \text{iff}\quad x\leqslant\alpha_i,\\ x & \text{iff}\quad x\in(\alpha_i,\beta_i),\\ \beta_i & \text{iff}\quad x\geqslant\beta_i,\end{cases}$$

$$\zeta_i(x)=\begin{cases}x_0 & \text{iff}\quad x\leqslant\alpha_i,\\ x_1 & \text{iff}\quad x\geqslant\beta_i,\end{cases}$$

$$\delta_i=\begin{cases}\beta_i-\alpha_i & \text{iff}\quad x\in(\alpha_i,\beta_i),\\ (x_1-x_0)-(\beta_i-\alpha_i), & \text{iff}\quad x\notin(\alpha_i,\beta_i).\end{cases}$$

显然，如图 2 所示，$\mu_i(x)=\exp(-(\frac{x-\xi_i(x)}{2\delta_i})^2)$ 是一个能将经典集合与模糊集合有机地融合在一起的隶属度函数.

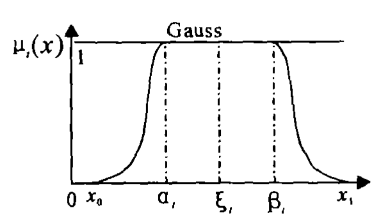

图 2 定性映射诱导的隶属度

Fig. 2 Grade of membership of qualitative mapping eduction

3 QM 模型之上的基准变换诱导的模糊集

在 QM 模型之上，如果对定性基准进行变换操作，可诱导出模糊集的一个表达形式.

定义 6 在定性基准 (α_i,β_i) 的簇 $\Gamma=\{(\alpha_i,\beta_i)\subseteq X\,|\,(\alpha_i,\beta_i)$ 是 $p_i(x)$ 的定性基准$\}$ 中，令 $(\alpha_k,\beta_k)=N_k$，$(\alpha_m,\beta_m)=N_m$，如果 $N_k\subseteq N_m$，则称 N_k 是比 N_m 更严

(下转第 7 页 Continue on page 7)

问题 2 的解决 因 $n = 123456789 = 10 \times 12345679 - 1$，由定理 7 知，当 $4 \nmid m$ 时，$a_n = a_9 = 5$，当 $4 | m$ 时，$a_n = a_{89} = 7$，或根据(6)式有：当 $4 \nmid m$ 时，$a_n \equiv S_m(123456789) \equiv 5 \cdot 12345679 \equiv 5 \pmod{10}$；当 $4 | m$ 时，$a_n \equiv S_m(123456789) \equiv 3 \cdot 12345679 \equiv 7 \pmod{10}$；即当 $4 \nmid m$ 时，$S_m(123456789)$ 的末位数字为 5，当 $4 | m$ 时，$S_m(123456789)$ 的末位数字为 7.

参考文献

1 陈景润，黎鉴愚. 关于等幂和问题. 科学通报，1985，30(4)：316～317.
2 王云葵. 等幂和简洁表示及循环积分法. 西南民族学院学报，2001，27(1)：18～23.
3 Giuseppe Giuga. Su una presumibile proprieta caratteristica dei numeri primi. Ist Lombardo Sci Lett Rend Cl Sci Mat Nat，1950，(3) 14 (83)，511～528；MR 13，725.
4 王云葵. 关于 Bernoulli 数的同余关系. 广西科学，1999，6(4)：250～252.
5 王云葵. Bernoulli 数与素数的判别. 广西科学，2000，7(3)：180～182.
6 王云葵. 关于 Bernoulli 数与 Bowen 猜想. 广西科学，2000，7(1)：14～16.

（责任编辑：黎贞崇）

（上接第 3 页 Continue from page 3）

格的定性基准.

设映射 $f_\lambda: \Gamma \to (0,1]$，使得 $f_\lambda(N_k) = \lambda \in (0,1]$. 易知($\Gamma$, $\subseteq$) 构成一个格，并且是一个线性序集，映射 f_λ 为(Γ, $\subseteq$) 到($(0,1]$, $\leqslant$) 上的序同态.

定义 7 如果对某 2 个定性基准域 N_i，N_j 有

$$T_{ij}(N_i) = N_j$$

成立，则称 T_{ij} 是从 N_i 到 N_j 的定性基准变换.

令 $f_\lambda(N_k) = e_k$，$(0,1]_\Gamma$ 为所有 $f_\lambda(N_k)$ 组成的集合，即 $(0,1]_\Gamma = \{e_{k1}, e_{k2}, \cdots, e_{kn}\}$. 因为 $(0,1]_\Gamma$ 是一个线性序集，则有

$$(0,1] = (e_{k0}, e_{k1}] \cup (e_{k1}, e_{k2}] \cup \cdots \cup (e_{kn}, e_{kn+1}],$$

此处，$e_{k0} = 0$，$e_{kn+1} = 1$.

显然，$R = \{(e_{kn}, e_{kn+1}]_m\}$ 为 $(0,1]$ 上的一个划分，则在 Γ 与 R 之间存在一个一一对应关系，设为 H_λ，即 $H_\lambda: \Gamma \to R$ 为双射，这里称之为扰动系数映射，它主要是通过调整 Γ 的基准严格程度，使 R 在 $(0,1]$ 间游动.

设 H 为 R 到 N_j 的映射，即 $H: R \to N_j$，对于 Γ 中的某个 N_i，如果存在 $T_{ij}(N_i) = N_j$，则基准变换 T_{ij} 实际上可变为如下的复合映射：$T_{ij} = H \cdot H_\lambda$. 由于 H_λ 为双射，故复合映射又可表示为：$H = T_{ij} \cdot H_\lambda^{-1}$. 实质上，$H$ 是 $(0,1]$ 到 N_j 上的映射，即：$H: (0,1] \to N_j$. 随着基准变换扰动系数映射 H_λ 的不断调整，判断基准域也是随着不断缩放的，即对 $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in (0,1]$，$\lambda_1, \lambda_2 \in R$，若 $\lambda_1 < \lambda_2$，则有 $H(\lambda_1) \supseteq H(\lambda_2)$.

于是，H 是基准域簇上由基准拓扑域诱导的集合套. 由模糊集的表现定理，H 给出了 Γ 上的一个模糊集：$A = \bigcup_{\lambda \in (0,1]} \lambda H(\lambda)$，也可写成表达式：$A = \bigcup_{\lambda \in (0,1]} \lambda T_{ij} \cdot H_\lambda^{-1}(\lambda)$.

4 结束语

由定性映射(QM)模型诱导出模糊集及其隶属函数表明，属性量-质特征转化的定性映射，对模糊产生的根源能作出清晰的解释，为进一步探讨隶属度与人工神经元联结权重的确定等问题提供一种新的探索途径.

参考文献

1 冯嘉礼. 感觉数据－特性抽取的定性映射模型. 清华大学学报(机器学习专集)，1998，28(9S2)：248～253.

（责任编辑：黎贞崇）