

波浪在浅水中运动及破碎的数值研究*

Numerical Modeling of Wave Running and Breaking in Shallow Water

祝会兵 于颖**
Zhu Huibing Yu Ying

(宁波大学建筑工程与环境学院 浙江宁波 315211)
(Faculty of Architectural, Civil Engineering and Environment,
Ningbo University, Ningbo, Zhejiang, 315211, China)

摘要 在一维的 Boussinesq 方程中引入表面翻滚的概念,通过附加迁移动量项来考虑浅水中的波浪运动以及破碎情况,建立数学模型。利用此数学模型对 Airy 波和孤立波在浅水中运动以及破碎情况进行模拟,得出的结果与 Schoiffer 和 Goda 的结果比较,吻合良好。

关键词 波浪 表面翻滚 Airy 波 孤立波

中图法分类号 O353.2

Abstract A simple description of wave breaking in shallow water is incorporated in the Boussinesq equations using the concept of surface rollers. The roller is considered as a volume of water being carried by the wave with the wave celerity. The effect of the roller is included in the vertical distribution of the horizontal velocity, which leads to an additional convective momentum term. The numerical simulation is applied to the Airy wave and solitary wave running and breaking in shallow water. Some significant conclusions are obtained, and the numerical results are in good agreement with the achievements of Schaffer and Goda.

Key words wave, surface rollers, Airy wave, solitary wave

大洋中生成的风浪和涌浪最终将传播到海岸及河口附近,此时在地形、地物的影响下,波浪将发生一系列的变化,其中包括波浪的浅水变形,由于地形影响而产生折射、反射、绕射以及破碎等。了解波浪在浅水中的变化,对确定海岸地区水流情况,如冲刷、淤积等有重要意义;另外,对港口的选址与规划、港口建筑物的设计、港池与航道的开挖与疏浚维护和海岸防护等都具有重要影响。近年来在这些方面已取得了很大进展,建立了许多相关的数学模型^[1~7]。

波浪在浅水中的破碎曾用非线性浅水波方程 (NSW)^[8,9]来建立模型,假设压强服从静水压强规律,水平速度沿水深均匀分布。NSW 方程预测在波浪的运动过程中,波前会不断变陡直到形成一个垂直的峰面,这种情况也会在水平海底的情况下发生。因此,

NSW 方程不能真实地描述波浪的破碎过程,因为在方程中没有包括频散项,它只适合于非常浅的水域,或用来描述波浪的传播以及波浪的爬坡等情况。Whitham (1958), Lax and Wendroff (1960), Abbott (1974) 等人^[10~12]提出了两种与此有关的数学模型,应用方便,但是不能提供有关波剖面变化的详细情况,也没有流场的详细情况。

Boussinesq 方程由于增加了频散项表现出与 NSW 方程不同,这对于描述规则波和不规则波的波浪运动轨迹很有意义,在这一方面,Abbott 等 (1978)^[4], Madsen and Warren (1984)^[5]等做了大量的工作。近年来, Boussinesq 方程的应用范围已扩展到深水^[1~2],同时,也应用在近岸波浪的研究上^[7,13,14],这对于海岸动力学的发展具有重要影响。

Deigaard (1989)^[6]在原 Boussinesq 方程的基础上,在沿水深积分的动量方程中增加一项附加压力项,且提出一个更加切合实际的方法,即运用表面翻滚的概念,认为当水表面的坡度超过某个临界值时,波浪就已经破碎,翻滚的水体是从波浪运动中分割出

2002-01-08收稿,2002-06-06修回。

* 浙江省自然科学基金项目(编号:599119)和宁波大学重点项目(编号:Z0111008)资助。

** 宁波港务局,浙江宁波 315200(Ningbo Port Authority, Ningbo, Zhejiang, 315200, China)

来,以波速运动的那部分水体

本文以文献 [3] 提出的模型为基础,通过在动量方程中引入由表面翻滚产生的附加迁移动量项(这附加迁移动量是由于水平速度在沿水深方向分布不均匀造成的)来考虑。波浪破碎建立数学模型。利用此数学模型计算 Airy 波在不同海底坡度条件下的波高变化以及破碎情况,计算结果与 Schaffer^[3]和 Goda^[15]的成果比较,吻合良好。另外,利用此数学模型计算孤立波在缓坡情况下的波高变化及破碎情况,计算结果与 Goda^[15]的成果比较,同样吻合良好。

1 控制方程

考虑表面翻滚的一维 Boussinesq 方程为:

$$\begin{cases} P_t + \left(\frac{P^2}{d}\right)_x + R_x + gdS_x + \frac{h^3}{6}\left(\frac{P}{h}\right)_{xxt} \\ - \frac{h^2}{2}P_{xxt} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$S_x + P_x = 0, \quad (2)$$

其中 t 和 x 表示相对于时间和空间的偏导; P 是速度沿水深积分,表示成:

$$P = u_0d + (c - u_0)W \quad (3)$$

R 是由于速度分布不均匀引起的附加动量,表示成:

$$R = \left(c - \frac{P}{d}\right)^2 \left[1 - \frac{W}{d}\right]^{-1} \quad (4)$$

如图 1 所示, s 是波面相对于静止水面的高度; h 是静止水面高度; d 是水深,满足 $d = s + h$; W 是翻滚的厚度,是从水体中分离出来,以波速 c 运动的那部分水体。这样,根据文献 [3],假设速度:

$$U = \begin{cases} C, & s - W \leq z \leq s, \\ U_0, & -h \leq z \leq s - W, \end{cases} \quad (5)$$

其中 U_0 为水平速度, C 为波速。

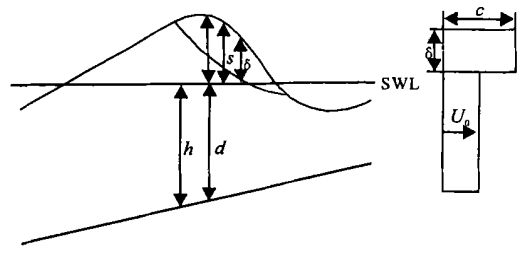


图 1 包含表面翻滚的波浪破碎时的横截面和假设速度分布
Fig. 1 Cross-section and assumed velocity profile of a breaking wave with surface rollers

2 表面翻滚的几何确定

采用文献 [3] 提出的方法来确定表面翻滚随空间和时间的变化规律,即 $W(x, t)$ 当波浪接近海岸线时,波前变陡,且不稳定,于是就发生波浪破碎。假设波浪破碎前夕,有一个最大的 $\tan \theta$, 当超过这个值

时,即破碎,如图 2 所示。同时,假设高出 $\tan \theta$ 斜线的水体就是翻滚(阴影部分)

另外,引入波浪翻滚系数 f_w , 作为对表面翻滚从水体中分离出来这一方法的修正。当每一步的表面翻滚的几何要素决定以后,把 $W(x)$ 乘以 f_w $f_w = 1.5$ 时的表面翻滚见图 3

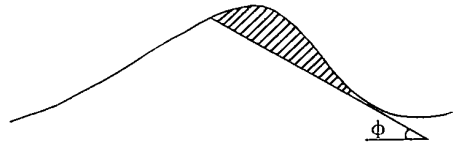


图 2 表面翻滚的几何确定

Fig. 2 Geometrical determination of surface rollers

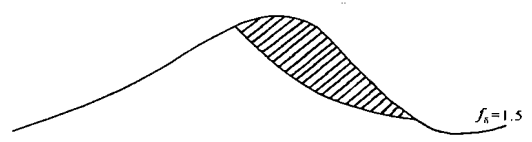


图 3 当 $f_w = 1.5$ 时的表面翻滚

Fig. 3 The surface rollers at $f_w = 1.5$

假设波浪破碎时 $\theta = \theta_B$, 然后逐渐地变小到 $\theta = \theta_0$, $\tan \theta$ 是按指数递减的:

$$\tan \theta = \tan \theta_0 + (\tan \theta_B - \tan \theta_0) \exp \left[- \ln 2 \frac{t - t_B}{t} \right], \quad (6)$$

其中 t 是翻滚发展所需要的时间,根据文献 [3],取 $\theta_B = 20^\circ$, $\theta_0 = 10^\circ$ 。

对于规则波,波速 C 采用文献 [16] 推荐的公式:

$$C = 1.3 \sqrt{gh}, \quad (7)$$

其中 h 为静止水深。经检验,计算结果与实际情况吻合较好。

3 数值计算方法与分析

3.1 Airy 波的运动及破碎

水面波动方程为:

$$Z_0(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - kt). \quad (8)$$

其中 H 为波高; K 为波数, $K = 2\pi/L$, L 为波长; k 为波浪的圆频率, $k = 2\pi/T$, T 为波周期。

在图 4 所示的计算区域的右边界,即岸边,采用 Larsen & Dancy^[17] 的海绵状边界条件。

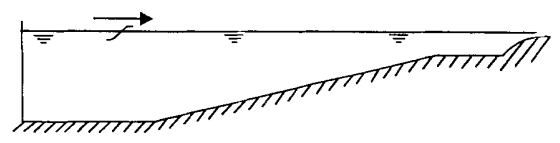


图 4 物理问题示意图

Fig. 4 The physical problems

将 (1) 式、(2) 式用差分格式离散,取波高 $H =$

0.5 m, 波长 $L = 40$ m, 周期 $T = 4$ s, 平直海底段 $h = 1.2$ m, 时间步长 $\Delta t = 0.1$ s, 空间步长 $\Delta x = 0.1$ m

图 5(a) 是平直海底情况下 Airy 波的运动过程。从图 5(a) 可以看出随着波浪向岸边推移, 波形的对称性保持不变, 这是由于 Boussinesq 方程包括了频散项, 但波高逐渐减小, 表现出波浪的衰减过程。图 5(b) 则是在海底坡度为 1/40 情况下波浪的运动过程, 展示出在含有波浪翻滚情况下波浪在衰减的同时表现出类似涌浪的不对称波剖面的发展。此结果同 Schaffer 等人^[3] 的计算结果一致。

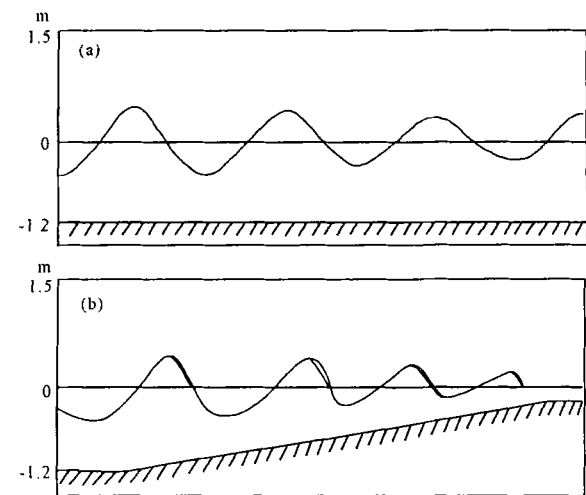


图 5 Airy 波在倾斜海滩上运动的瞬时波剖面

Fig. 5 Instantaneous surface elevation of Airy waves on a sloping beach

(a) 平直海底; (b) 海底坡度为 1/40 (a) Plane sea bed, (b) Sea bed at slope of 1/40

对海底坡度为 1/50, 1/30 情况下 Airy 波的破碎模拟, 主要依赖于控制表面翻滚的瞬时形状的 4 个参数 (Q, H_b, t, f_w), 虽然它们都会影响最后的结果, 但不是很明显。因此, 本文采用 $(Q, H_b, t, f_w) = (10^\circ, 20^\circ, T/10, 1.5)$, 与前人实验时采用的参数相同。

浅水区波浪的破碎指标已有许多研究成果^[15, 18-21], 归结起来有几何学指标、运动学指标和动力学指标三大类。在海岸工程的实际应用中, 通常取几何学指标中的相对波高极值, 即波高与水深比的极限值 $(H/d)_b$ 作为波浪的破碎指标, 实际观测表明它与浅水度 d/L_0 及海床底坡 i 相关。其中以 Goda^[15] 提出的结果最有代表性, 它以式 (9) 及图 6 表示。合田的成果在国际海岸工程界广为应用, 并认为比较符合实际。

$$\frac{H_b}{d} = A \left\{ 1 - \exp \left[-1.5 \frac{d_b}{L_0} \left(1 + 15 \tan^3 \theta \right) \right] \right\} \frac{d_b}{L_0} \quad (9)$$

其中 $\tan \theta$ 为海床底坡, A 为一系数, 可取 0.17

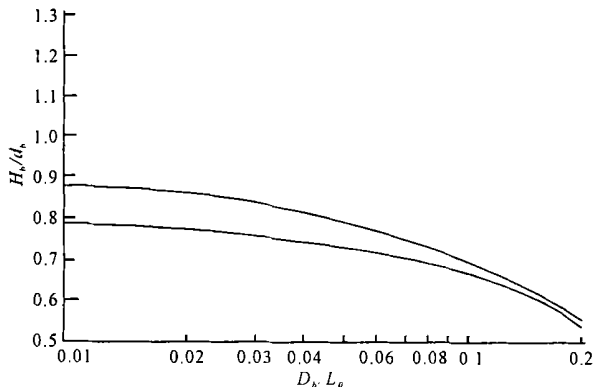


图 6 破碎波高与破碎水深比值

Fig. 6 The ratio of H to d at wave breaking

本文选取不同的波高 H 和不同的 h 值, 计算出波浪破碎时的水深 d , 把相对波高极值 $(H/d)_b$ 随浅水度 d/L_0 的变化情况列于表 1

表 1 不同海底坡度下 Airy 波相对波高极值 $(H/d)_b$ 随浅水度 d/L_0 的变化情况

Table 1 The change course of $(H/d)_b$ of Airy wave with change of d/L_0 at different slopes

d/L_0	$(H/d)_b$	
	$i = 1/30$	$i = 1/50$
0.20	0.55	0.53
0.10	0.70	0.67
0.08	0.74	0.69
0.06	0.77	0.71
0.04	0.81	0.73
0.03	0.83	0.75
0.02	0.85	0.76
0.01	0.87	0.77

从表 1 可以看出, Airy 波破碎时的相对波高极值 $(H/d)_b$ 随浅水度 d/L_0 的增大而减小, 随海底坡度增大而增大, 与 Goda^[15] 的结果较吻合。

3.2 孤立波的运动及破碎

$t = 0$ 时, 孤立波波面方程:

$$Z(x, 0) = H \sec h^2 \left(\frac{3H}{4h} \frac{x - x_a}{h} \right), \quad (10)$$

沿 X 方向运动, 初始波速为:

$$a = [g(h + H)]^{1/2} \quad (11)$$

其中 H 为初始波高, 取 0.3m; h 是水平面离水平底的距离, 取 1.0m; x_a 为一给定点, 取空间步长 $\Delta x = 0.05$ m, 取时间间隔为 $\Delta t = \Delta x/a$

本文对孤立波在底坡 $i = 0, i = 1/30, i = 1/50$ 情况下的波浪变形及破碎情况进行了计算, 图 7 是 $i = 0$ 和 $i = 1/50$ 时的瞬时波剖面

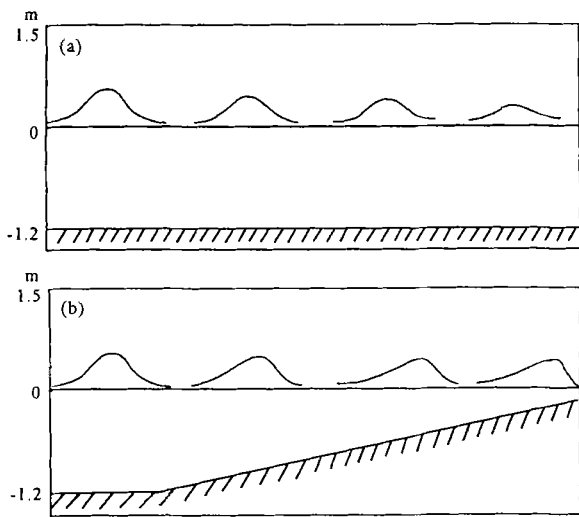


图7 孤立波在倾斜海滩上运动时的瞬时波剖面

Fig. 7 Instantaneous surface elevation of solitary wave on a sloping beach

(a)平直海底;(b)海底坡度为1/50 (a) Plane sea bed, (b) Sea bed at slope of 1/50

从图7(a)中可看到,孤立波在平直海底上的运动情况同 Airy波相似,即随着波浪向岸边推移,波形的对称性保持不变,但波高逐渐衰减;图7(b)是海底坡度 $i = 1/50$ 时的波浪运动过程,显示含有表面翻滚的孤立波波高逐渐减小,波峰逐渐前倾,直至破碎。

求出波浪破碎时的 H 和 d 值,然后把得到的 $(H/d)_b$ 值同图6进行比较,孤立波的波长认为无穷大。结果见表2

表2 不同海底坡度下孤立波破碎时的 $(H/d)_b$ 值

Table 2 The value of $(H/d)_b$ at different slopes in solitary wave breaking

i	$(H/d)_b$	$(H/d)_b'$
1/50	0.80	0.79
1/30	0.86	0.88

$(H/d)_b$ 为本文计算值; $(H/d)_b'$ 是从图6中查得的值。The values in the column of $(H/d)_b$ are obtained by calculation, and that in the column of $(H/d)_b'$ are from the picture 6.

从表2得出,孤立波破碎时的相对波高极值 $(H/d)_b$ 随海底坡度增大而增大,这一点与 Airy波相同。由于认为孤立波的波长为无穷大,所以 d_b/L_0 的值很小,对应于图6中,当 $i = 1/50, 1/30$ 时, H_b/L_0 分别接近于 0.79和 0.88,即表2中的 $(H/d)_b$ 值,而本文的计算结果是 0.8和 0.86,因此,两者吻合良好。

4 结论

本文利用一维的 Boussinesq方程来描述浅水中的波浪运动,通过在动量方程中引入由表面翻滚产生的附加动量来考虑波浪破碎的影响,认为表面翻滚的

流速与波速相同,根据波剖面的瞬时形状来确定翻滚的几何要素,波浪的破碎由波浪表面的倾角决定。

本文以 Airy波和孤立波为研究对象,对它在浅水中的运动以及破碎情况进行了模拟,得出以下结论:(1)在平直海底情况下,随着波浪向岸边推移,波形的对称性保持不变,这是由于 Boussinesq方程包括了频散项,但波高逐渐减小,表现出波浪的衰减过程;而在倾斜底坡上,含有表面翻滚的孤立波随着波浪的运动,波高衰减,波峰逐渐前倾直至波浪破碎;而 Airy波在衰减的同时表现出类似涌浪的不对称波剖面的发展。本文的结果同 Schaffer等人^[3]的计算结果一致。(2)对底坡 1/50, 1/30两种情况下的 Airy波的破碎进行计算,发现波浪破碎时的相对波高极值 $(H/d)_b$ 随浅水度 d/L_0 的增大而减小,随海底坡度增大而增大,且与 Goda^[15]的结果较吻合;孤立波破碎时的 $(H/d)_b$ 随海底坡度增大而增大,也同样符合 Goda^[15]的规律。

参考文献

- Madsen P A, Murray R, Sørensen O R. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part I Coastal Eng, 1991, 15: 371~ 388.
- Madsen P A, Sørensen O R. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics (Part 2): a slowly varying bathymetry. Coastal Eng, 1992, 18: 183~ 204.
- Schaffer H A, Madsen P A, Deigaard R. A Boussinesq model for waves breaking in shallow water. Coastal Eng, 1993, 20: 185~ 202.
- Abbott M B, Petersen H M, Skovgaard O. On the numerical modeling of short waves in shallow water. J Hydraul Res, 1978, 16(3): 173~ 203.
- Madsen P A, Warren I R. Performance of a numerical short-wave model. Coastal Eng, 1984, 8: 73~ 93.
- Deigaard R. Mathematical modelling of waves in the surf zone. Prog Report 69 ISVA, Technical University of Denmark, Lyngby, 1989, 47~ 59.
- Abbott M B, Larsen J, Madsen P, et al. Simulation of wave breaking and runup. In: Seminar on Hydrodynamics of Waves in Coastal Areas. Arranged by IAHR in connection with the 20th Congress of IAHR, Moscow, 1983.
- Hibberd S, Peregrine D H. Surf and run-up on a beach: a uniform bore. J Fluid Mech, 1979, 95(Part 2): 323~ 345.
- Watson G, Peregrine D H. Low frequency waves in the surf zone. In: Proc of the 23th Coastal Eng Conf Ch, 1992, 6: 818~ 831.
- Whitham G B. On the propagation of shock waves through regions of non-uniform area or flow. J Fluid Mech, 1958, 4: 337~ 360.

(下转第 206页 Continue on page 206)

目前从蛇毒中分离出来的 α -NT根据分子量大小和二硫键的数目分为短链和长链2个类型,短链 α -NT由60~62个氨基酸残基组成,含4对链内二硫键;长链 α -NT由66~74个氨基酸残基组成含5对链内二硫键。它们都属碱性蛋白,立体空间构象呈三指环状。结构上的差异是长链 α -NT中央大环顶部分叉,这是第5对二硫键的存在所致,另一处是它有一个长的尾巴从致密的二硫键核心伸出^[1]。本实验所获得的基因核苷酸顺序经翻译蛋白质氨基酸顺序后,与已发现的蛇毒 α -NT进行对比分析,发现有较高的同源性,与实验预想一致。富含碱性氨基酸,同时所含的10个半胱氨酸与已发现的眼镜王蛇毒 α -NT的排列位置一致,即可组成5对二硫键。由于其氨基酸数目为73个,可以推断本实验所发现的基因信息为长链 α -NT。

本次试验发现的 α -NT基因未能与其它6种已发现的蛋白质氨基酸顺序相符,最高同源性只是与Toxin a有90.3%的相符。从而推想,眼镜王蛇 α -NT毒素还有大量存在而未被发现的基因信息。本次发现的 α -NT基因未被列在目前已知氨基酸序列的6种 α -NT之中,可能是其它6种未知序列的其中一种,或者是另一种 α -NT尚未被发现。

参考文献

1 李其斌.蛇毒 α 神经毒素及其基因研究进展.蛇志,2001,13(3):61~65.

2 <http://crick.genes.nig.ac.jp/homology/fasta.shtml>. DDBJ/EMBL/GenBank databases, AF082982, 1999.

3 <http://crick.genes.nig.ac.jp/homology/fasta.shtml>. DDBJ/EMBL/GenBank databases, AF015513, 1998.

4 <http://crick.genes.nig.ac.jp/homology/fasta.shtml>. DDBJ/EMBL/GenBank databases, AF026893, 1997.

5 <http://crick.genes.nig.ac.jp/homology/fasta.shtml>. DDBJ/EMBL/GenBank databases, AF056416, 1998.

6 Joubert F J. The amino acid sequences of two toxins from *Ophiophagus hannah* (King cobra) venom. *Biochim Biophys Acta*, 1973, 317: 85~98.

7 Chang C C, Huang T Y, Kuo K W et al. Sequence characterization of a novel α -neurotoxin from the King cobra (*Ophiophagus hannah*) venom. *Biochem Biophys Res Commun*, 1993, 191: 214~223.

8 Lin S R, Leu L F, Chang L S et al. Amino acid sequence and chemical modification of a novel α -neurotoxin (Oh-5) from King cobra (*Ophiophagus hannah*) venom. *J Biochem*, 1997, 121: 690~695.

9 Lin S R, Chang L S, Chang C C. Disulfide isomers of α -neurotoxins from King cobra (*Ophiophagus hannah*) venom. *Biochem Biophys Res Commun*, 1999, 254: 104~108.

10 M Ohta, K Ohta, H Nishitani et al. Primary structure of α -bungarotoxin. *FEBS Letters*, 1987, 222: 79~82.

(责任编辑:邓大玉)

(上接第20页 Continue from page 201)

11 Lax P D, Wendroff B. Systems of conservation laws. *Pure Appl Math*, 1960, 13: 217~237.

12 Abbott M B. Continuous flows discontinuous flows and numerical analysis. *J Hydraul Res*, 1974, 12(4): 417~467.

13 Karambas Th, Krestenitis Y, Koutitas C. A numerical solution of Boussinesq equations in the inshore zone. *Hydrosoft*, 1990, 3(1): 34~37.

14 Karambas Th, Koutitas C. A breaking wave propagation model based on the Boussinesq equations. *Coastal Eng*, 1992, 18: 1~19.

15 Goda Y. A synthesis of breaker indices. *Trans of JSCE*, 1970, 2(2): 227~229.

16 Madsen P A, Rensen O R, Schäffer H A. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model (Part I): model description and cross-shore motion of regular waves. *Coastal Eng*, 1997, 32: 255~287.

17 Larsen J, Dancy H. Open boundaries in short wave simulations—a new approach. *Coastal Eng*, 1983, 7(3): 285~297.

18 李玉成,董国海,滕斌.浅水区波浪的破碎指标.水动力学研究与进展,1991,6A(2):99~109.

19 陈妙福,赵耀南,王常生.倾斜底坡上波浪的传播与破碎.水动力学研究与进展,1992,7A(2):192~198.

20 苏铭德.有限和无限深定常水波最高波高度及其流场的计算.水动力学研究与进展,1984,2:31~46.

21 Longuet-Higgins M S, Fox M J H. Theory of the Almost-highest wave the inner solution. *Jour of Fluid Mechanics*, 1977, 80: 721~741.

(责任编辑:邓大玉)