

一种锥壳组合容器的应力分析*

Analysis of Stress Distribution of a Tank Composed of Cone-shells

徐永春 李 辉

Xu Yongchun Li Hui

(宁波大学建筑工程与环境学院 浙江宁波 315211)

(Faculty of Architecture, Civil Engineering and Environment, Ningbo University, Ningbo, Zhejiang, 315211, China)

摘要 为探讨锥壳组合容器的应力分布,通过钢制容器模型的试验,并根据薄壳平衡理论分析容器的应力分布,得出适合于工程应用的应力计算公式和稳定验算结论。

关键词 容器 锥壳 无矩应力 边缘应力 稳定

中图法分类号 TU 334

Abstract To probe into the stress distribution of tanks composed of cone-shells, the steel tank model is tested. The stress distribution of the tank is analyzed through equilibrium theory of thin-shell. Then the formulae for design of stress and the stability analysis conclusion of the tank are given.

Key words tank, cone-shell, no-moment stress, edge stress, stability

随着我国化学工业的迅速发展,大型化工容器如贮罐、集液罐、集气罐、澄清桶及压力容器等应用越来越广泛,同时容器类结构也是石油、轻工、冶金、国防、环保以及农副业产品生产中经常遇到的结构类型。由于容器在壳段连接节点的厚度或经线曲率有突变,根据化工容器边缘的应力分析^[1~4],在均匀内压(压力容器)或内部液体重力不均匀内压(贮罐类容器)的作用下,容器节点及附近区域存在边缘应力。边缘应力的存在改变了壳体边缘区域的无矩应力状态,边缘区域可能产生与无矩应力完全不同的应力状态,使得此区域可能发生经向或环向的薄板失稳。目前对化工容器的设计和计算一般根据应力分类的设计规范,按弹性理论计算容器的一次应力(无矩应力)和二次应力(边缘应力),取一次应力和二次应力之和的最大值 $e_{\max} = 3f$ 或 $e_{\max} = 2f_y$ 时对应的荷载作为塑性破坏控制内压^[3,4],而对壳体的失稳验算往往没有引起设计人员重视。

本文根据对容器模型的内压试验及直径 30 m 澄

清桶塌落事故现场调查^[5]发现:内压作用下的试验模型和由锥形壳组合形成的澄清桶,其一些节点在环向产生了压应力,当澄清桶注水高度达到 9.332 m 试验模型液体内压达到一定值时,二者的凸型节点处环向均产生了波浪式变形。发生事故后澄清桶的桶体节点有明显的环向波浪式变形,这是否意味着澄清桶环向发生了失稳,事故鉴定专家组没有达成一致意见。因此,有必要对这种形式的钢制化工容器的应力分布作进一步分析和研究。

1 壳体应力分析

1.1 无矩应力

根据薄壳的无矩理论^[6],由一直线绕其平面内的轴线(即旋转轴)旋转而成的轴对称锥形壳段(图 1),其无矩内力为

$$N_s^m = \frac{1}{s \cdot \sin T_0} \int_{s_1}^{s_2} S(-p_3 \cos T_0 - p_1 \sin T_0) ds + \frac{R'_2}{R_2} N_s^{m'}, \quad (1)$$

$$N_\theta^m = -R_2 \left(p_3 + \frac{N_s^m}{R_1} \right), \quad (2)$$

式中 N_s^m 、 N_θ^m 分别是经线方向和纬线方向单位长度的

无矩力; p_1 、 p_3 为经向、法向的荷载分量; R_1 、 R_2 为经线、纬线主曲率半径; N_s^m 为壳段边界力, 可根据容器壳段的边界条件确定: 设 $h = h$ 处, $R_2 = R_2'$, $N_s^m = N_s^m$. 代入上式, 得经向无矩力

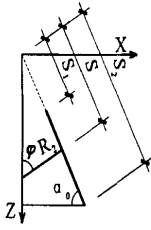


图 1 容器壳段

Fig. 1 Shell of tank

由无矩力 N_s^m 、 N_θ^m 可得容器的经向、环向无矩应力(即薄膜应力): $\epsilon_s^m = \frac{N_s^m}{W}$, $\epsilon_\theta^m = \frac{N_\theta^m}{W}$, W 为容器壳段板厚.

1.2 边缘效应应力

普通轴对称旋转薄壳化工容器(见图 1)在内压作用下, 根据薄壳的有矩理论, 并考虑边缘效应, 有矩内力平衡微分方程为^[6]

$$\begin{cases} (rN_s)' - R_1 \cos h N_\theta - rQ + rR_1 p_1 = 0, \\ rN_s + R_1 \sin h N_\theta + (rQ)' + rR_1 p_3 = 0, \\ (rM_s)' - R_1 \cos h M_\theta - rR_1 Q = 0, \end{cases} \quad (3)$$

式中 N_s 、 N_θ 为考虑边缘效应的经线方向和纬线方向单位长度的法向力; Q 为纬线截面上单位长度的剪力; M_s 、 M_θ 为纬线截面和经线截面上单位长度的弯矩; $r = R_2 \sin h$; p_1 、 p_3 及 R_1 、 R_2 同式(1). 同样由上式, 可得图 1 中锥形壳段的平衡微分方程为

$$\begin{cases} \frac{d}{ds}(sN_s) - N_\theta + sp_1 = 0, \\ \frac{d}{ds}(sQ) + N_\theta \tan T_0 + sp_3 = 0, \\ \frac{d}{ds}(sM_s) - M_\theta - sQ = 0, \end{cases} \quad (4)$$

以 N_s^e 、 N_θ^e 表示由边缘效应引起的经向和环向边缘力(即齐次方程($p_1 = p_3 = 0$)的解). 根据壳段边缘区域边缘力、边缘弯矩、边缘剪力与壳体中面位移的关系, 经简化可得锥形壳段的边缘效应解为

$$Q = - (f_4^1 A_1 + f_3^1 B_1 + f_4^2 A_2 + f_3^2 B_2), \quad (5)$$

$$N_s^e = - \cot T_0 (Q), \quad (6)$$

$$N_\theta^e = \lambda_1 (f_1^1 A_1 - f_3^1 B_1) + \lambda_2 (-f_1^2 A_2 + f_3^2 B_2), \quad (7)$$

$$M_s = \frac{R_1^2}{2\lambda_1} (-f_3^1 A_1 - f_1^1 B_1) + \frac{R_2^2}{2\lambda_2} (f_3^2 A_2 + f_1^2 B_2), \quad (8)$$

$$\xi_{s1} = \frac{\lambda_1 R_1^2 \sin T_0}{EW} (-f_1^1 A_1 + f_3^1 B_1) +$$

$$\frac{\lambda_2 R_2^2 \sin T_0}{EW} (f_1^2 A_2 - f_3^2 B_2), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } f_1^1 &= e^{-\lambda_1 Z} (\cos \lambda_1 Z + \sin \lambda_1 Z); f_2^1 = e^{-\lambda_2 Y} (\cos \lambda_2 Y \\ &+ \sin \lambda_2 Y); f_3^1 = e^{-\lambda_1 Z} \sin \lambda_1 Z; f_4^1 = e^{-\lambda_2 Y} \sin \lambda_2 Y; f_1^2 = \\ &e^{-\lambda_1 Z} (\cos \lambda_1 Z - \sin \lambda_1 Z); f_2^2 = e^{-\lambda_2 Y} (\cos \lambda_2 Y - \sin \lambda_2 Y); \\ f_3^2 &= e^{-\lambda_1 Z} \cos \lambda_1 Z; f_4^2 = e^{-\lambda_2 Y} \cos \lambda_2 Y; \lambda_1 = \\ &\sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)(\frac{R_1^2}{W})^2}; \lambda_2 = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)(\frac{R_2^2}{W})^2};} \end{aligned}$$

$$Z = (s - s_1) / R_1; Y = (s_2 - s) / R_2;$$

其中 R_1^2 、 R_2^2 为锥段上下边界的值; A_1 、 B_1 、 A_2 、 B_2 为常数, 可根据壳段的上、下边界条件确定. 如图 2 所示容器的凹凸节点, 2 个组成壳段各有 4 个待确定常数, 这些常数可根据上壳段上边界和下壳段下边界的位移、弯矩等边界条件确定, 以及根据在上、下壳段相交处的壳体变形的协调条件可确定, 上壳段的水平位移 ξ_{s1} 与下壳段的水平位移 ξ_{s2} 相等, 且根据边缘应力的分布可知, 壳体离开相交节点 x 处 (x 的计算式见式(11)) 的边缘应力已衰减掉大部分, 可以认为在此处壳体的边缘弯矩 M_s 、边缘剪力 Q_s 为零. 由上述条件可以列出与 8 个待定常数相对应的 8 个方程组, 解方程组得出待定常数, 确定边缘力, 进而由经向边缘力 N_s^e 、边缘弯矩 M_s 确定经向边缘效应应力(即经向边缘应力) ϵ_s^e , 由环向边缘力 N_θ^e 确定环向边缘效应应力(即环向边缘应力) ϵ_θ^e .

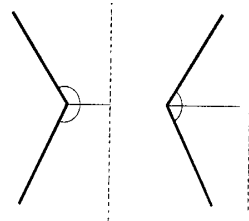


图 2 容器凹凸节点

Fig. 2 Concave joint and convex joint of tank

1.3 钢制化工容器的应力分布

由上面得出容器的无矩应力和边缘效应应力, 二者相加即得容器的总应力, 即

$$\epsilon_s = \epsilon_s^m + \epsilon_s^e, \quad \epsilon_\theta = \epsilon_\theta^m + \epsilon_\theta^e. \quad (10)$$

2 钢制容器模型试验

为了验证本文的容器应力分布计算方法的可靠性, 制作了图 3 所示容器模型. 模型的钢板厚 3 mm, 钢材 Q235 ($f_y = 257$ MPa, $f_u = 416$ MPa), 焊条 E43 型. 模型沿纬线和夹角 90° 的 2 条经线布置应变片, 在模型节点及其附近应变片加密布置. 模型安置于试验台, 出入水口通过高压水管与 SY-32 型压力泵相连. 压力泵向容器分级注水加压, 每级压力 0.05 MPa, 测

量每级荷载应变片的应变值。试验发现,当内压达到一定值,边缘区域经线方向外形逐渐展平,而在环向,不同形式的节点有不同的变形:凸型节点附近壳体环向发生凹凸状波形变形,凹型节点环向无波形变形。说明凸型节点壳体在节点附近区域环向产生了压应力,壳体发生了环向失稳变形。

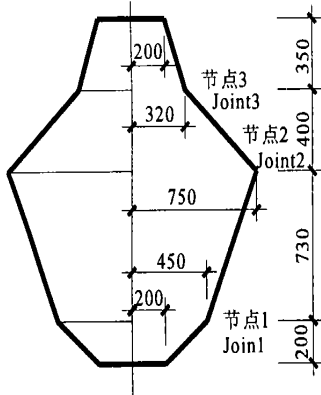


图3 容器试验模型

Fig. 3 Testing tank model

容器模型在 0.1 MPa 内压时节点的边缘力、边缘弯矩、节点应力计算值见表 1。同时本文运用二维问题有限元分析程序分析了容器模型的应力分布。容器模型在 0.1 MPa 内压时按本文理论计算方法、有限元分析方法及试验测试得出的应力见图 4。

由图 4 可以看出:

(i) 本文理论计算解与有限元分析结果符合较好,试验测试结果与理论解、有限元分析结果基本吻合,两种方法都可用来计算锥壳组合容器的应力分布。有限元分析方法适用面广,对于荷载条件复杂、形状不规则的容器均适用,可得到从弹性到破坏全过程的应力、应变和位移场,缺点是输入数据繁琐,上机费时,节点(即应力峰值)及附近区域单元的划分对计算结果有一定影响;本文理论计算方法根据薄壳的平

表 1 容器模型节点处边缘力、边缘弯矩和应力

Table 1 Edge force, moment and stress of tank model's joints

节点 Joint	R (mm)	壳段 Shell	α_0 (°)	x (mm)	薄膜力 Membrane force (N/mm)		边缘力 Edge force (N/mm)		边缘弯矩 Edge moment (N·mm/mm)		节点外壁应力 Outside stress of joint (N/mm ²)		节点内壁应力 Inside stress of joint (N/mm ²)	
					经向 Longitude	环向 Hoop	经向 Longitude	环向 Hoop	经向 Longitude	环向 Hoop	经向 Longitude	环向 Hoop	经向 Longitude	环向 Hoop
					节点 1 Join 1	450	上段 Upper 下段 Lower	112.34 38.66	95.5 116.2	24.3 36.0	48.6 72.0	-10.9 -22.8	-211.4 -234.8	-184.2 -273.5
节点 2 Joint 2	750	上段 Upper 下段 Lower	42.93 67.66	143.7 123.3	55.1 40.5	110.2 91.0	-12.9 1.9	-380.8 -361.6	-273.5 -273.5	-82.1 -82.1	-168.2 -168.2	-144.9 -144.9	196.5 196.5	-35.5 -35.5
节点 3 Joint 3	320	上段 Upper 下段 Lower	71.08 137.07	79.6 93.9	16.9 23.5	33.8 47.0	6.4 0.9	171.2 158.0	88.3 88.3	26.5 26.5	66.8 66.8	86.0 86.0	-51.1 -51.1	50.7 50.7

x 的计算式见式 (11)。The calculating formula of x can be looked up in Equation (11) .

衡条件、容器节点边界条件及壳体在节点处的变形协调条件确定内力参数,进而求解应力,也能反映容器壳体应力、应变和位移,比较简单、实用,适合工程计算。

(ii) 边缘效应局限于容器节点附近区域,当离开节点一定距离时,边缘效应的影响已很小(此处 $M_s < 5\% M_y, M_y = \frac{1}{4} f_y W$),此时的应力分布基本与薄膜应力相同。

(iii) 锥体壳体边缘效应的影响范围

$$x = \frac{2.5}{\sin T_0} \overline{RW} \quad (11)$$

在试验过程中,当内压达到 0.11 MPa 时,模型的节点 2 在环向产生了凹凸状变形。随着容器模型内压的逐步增加,节点 2 的环向凹凸状变形逐渐加大。当内压达到 0.18 MPa 时,模型的节点 1 (凸型节点) 在环向也产生了凹凸状变形。内压达到 0.30 MPa 时,容器在节点 2 沿环向开裂破坏,节点 3 (凹型节点) 在环向未产生凹凸状变形。

3 壳体稳定性讨论

根据容器模型的应力分析和试验测试可以看出,在节点边缘区域范围内,容器凸型节点(节点 1、节点 2)环向的薄膜力 N_θ^m 和边缘力 N_θ^e 之和均为压力,其经向及凹型节点(节点 3)的经向、环向均为拉力,二种节点离开边缘区域后的 2 个方向均为拉力。因此须根据应力对容器进行稳定验算:

(i) 对于贮存液体的倒置锥壳容器,经向为压应力,其经向临界应力为^[7]:

$$\sigma_{cr} = \frac{44620}{1.1} k^{-1.724} U (k \leq 0.008 l)$$

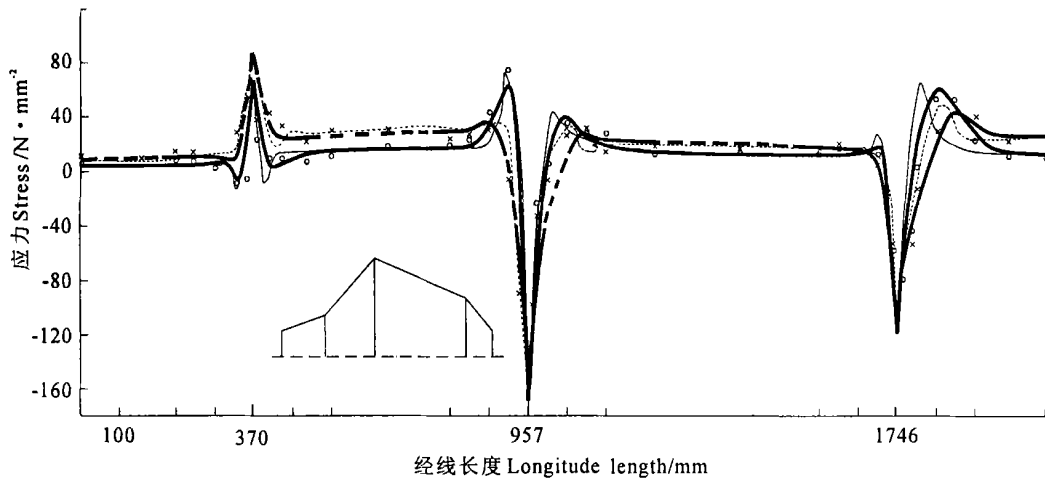


图 4 0.1 MPa 内压时容器模型外壁应力

Fig. 4 Outside stress of tank model under 0.1 MPa inside pressure

— 经向应力理论计算曲线 Calculating curve of longitude stress; — 经向应力有限元分析曲线 Finite element calculating curve of longitude stress; ○ 经向应力试验测试点 Tested point of longitude stress; — 环向应力理论计算曲线 Calculating curve of hoop stress; — 环向应力有限元分析曲线 Finite element calculating curve of hoop stress; × 环向应力试验测试点 Tested point of hoop stress

$$\text{及 } e_{\sigma} = \frac{39030}{1.1} k^{-1.713} U (0.008 l_r < k \leq 0.02 l_r) \quad (12)$$

$$\text{式中, } k = \frac{1000 r}{t \sin T_0} \frac{V_r}{E} \frac{1}{1 - \nu^2}, l_r = 3.6 \frac{rt}{\sin T_0}$$

$$U = \frac{V_2}{W \cos T_0}, k \text{ 为最大缺陷.}$$

(ii) 对于承受内压的锥壳组合容器,凸型节点局部区域环向稳定验算目前尚无统一的方法,按文献[7]的介绍,本文认为节点临近区域 x (经线长度)内环向压力稳定验算可等效为承受外压的短锥壳,并进一步等效为承受外压的短圆柱壳。由简化的 Mises 公式,可得此区域的临界应力为:

$$e_{\sigma} = \frac{E}{(n^2 - 1) \left(\frac{nx}{cR}\right)^4} + \frac{E(n^2 - 1)}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{W}{R}\right)^2, \quad (13)$$

式中 $n = \sqrt[4]{\frac{0.75c^2(1 - \nu^2)^{0.5}}{[(x/2R)^2(W/R)]}}$, 以试验模型的节点 2 为例,失稳波数 $n = 26$,按上式计算出的临界应力 $e_{\sigma} = -268.5 \text{ N/mm}^2$ 。当模型内压达到 0.11 MPa 时,节点 2 在环向产生了凹凸状变形可认为已达到失稳状态,此时由 N_{θ}^0 和 N_{θ}^{θ} 之和引起的应力计算值为 -99.2 N/mm^2 ,环向应力测试值 -148.8 N/mm^2 ,理论计算值为 -159.4 N/mm^2 (内壁 -39.1 N/mm^2),按有限元分析方法得出的应力值为 -174.5 N/mm^2 (内壁 -41.8 N/mm^2),均低于临界应力值 e_{σ} ,也远低于按强度验算公式 $e_{\max} = 3f$ 或 $e_{\max} = 2f_y$ 得出的应力值。实际上临界应力 e_{σ} 的计算是基于理想壳体,实际工程中的容器存在椭圆度及其它制作、安装缺陷,实际临界应力要远低于 e_{σ} ,在设计中

也是不允许容器的应力达到或接近其临界应力,一般根据钢制化工容器的设计规定取稳定验算安全系数为 3

4 结语

根据薄壳平衡理论,得出了钢制锥壳化工容器的无矩解和边缘效应解,上述公式适用于工程计算。在液体重量和容器自重作用下,容器的经向稳定按式(15)验算。贮存液体的倒置锥壳容器经向、内压锥壳组合容器的凸型节点在边缘效应影响区 x 范围内的环向为压应力,应进行环向稳定验算。在工程设计中稳定验算安全系数取 3

参考文献

- 1 徐永春等. 贮罐类化工容器边缘应力分析. 钢结构, 2001, 2: 39~41.
- 2 陈偕中. 大型贮罐设计. 上海: 上海科学技术出版社, 1987.
- 3 余国琮. 化工容器及设备. 北京: 化学工业出版社, 1980.
- 4 徐永春等. 400 m³油罐应力分析与加固研究. 工业建筑, 2000, 7: 57~59.
- 5 徐永春. 直径 30m 澄清桶塌落事故分析. 青岛建筑工程学院学报, 1995, 4: 10~14.
- 6 杨德品. 应用薄壳力学. 长沙: 湖南大学出版社, 1988.
- 7 陈绍蕃. 钢结构稳定设计指南. 北京: 中国建筑工业出版社, 1996.

(责任编辑: 黎贞崇)