

广西沿岸月平均海平面变化的分形特征*

Fractal Characteristics of Mean Monthly Sea Level Change Along the Coast of Guangxi

梁士楚

Liang Shichu

(广西海洋研究所 北海市长青东路 92号 536007)

(Guangxi Institute of Oceanology, 92 East Changqinglu, Beihai, 536007, China)

摘要 采用分数布朗运动 R/S 分析和信息维数公式,分析广西沿岸月平均海平面时间序列的分形特征.结果表明,月平均海平面的动态过程具有持久性,其 H 指数介于 0.54~ 0.86,计盒维数 D_B 介于 1.14~ 1.46,信息维数 D_I 介于 0.86~ 0.90

关键词 月平均海平面 分数布朗运动 R/S 分析 分形维数

中图分类号 P 731: O 242.2

Abstract By using the method of R/S analysis of fractional Brownian motion and the formula of information dimension, the fractal characteristics of time series of mean monthly sea level along the coast of Guangxi is analyzed. The dynamic process of the mean monthly sea level has the characteristics of persistence. Hurst indexes range from 0.54 to 0.86, box dimensions, D_B , from 1.14 to 1.46, and information dimensions, D_I , from 0.86 to 0.90.

Key words mean monthly sea level, fractional Brownian motion, R/S analysis, fractal dimension

处理海洋数据资料常用的方法有谱分析法、最小二乘法、经验正交函数法、Wunsch反演法、回归分析法和模糊聚类法等^[1-3]。随着非线性理论和方法的迅速发展和广泛应用,分形理论成为研究非线性现象的常用的理论和方法之一^[4,5]。分形理论是 Mandelbrot于 20世纪 70年代中期首次提出来的,其核心是自相似性,即客体的局部与整体存在着某种相似。由各组成部分以一定方式与整体相似的形态称为分形,分形的不规则性、复杂或混沌的程度用分形维数来定量刻画。然而,自然界中的许多事物和现象极为复杂,不是严格的数学分形,而只是具有统计意义上的自相似性^[5]。海平面变化,特别是海平面的上升,是全球共同关注的热点问题。对于海平面变化的原因,许多学者已进行了大量有益的探讨^[6-8]。海平面变化是一种时间序列的动态过程,用分形理论对这种时间序列所具有的分形行为进行研究,可以从一个崭新的角度来分析和预测海平面变化的特征和规律。对于广西海平面变化的数值模拟、升降速率及其原因等,一些学者已作出了专门研究^[9-10],本文通过分数布朗运动

R/S 分析和信息维数公式,来分析广西海平面变化过程中的分形特征。

1 研究方法

1.1 数据来源

广西沿岸的潮位站主要有 6个^[10],由于建站的时间不同,各站记录的数据资料的时间长度不同。本文采用白龙尾、北海、涠洲岛和石头埠 4个潮位站的月平均海平面资料,资料年限分别为 1969年~ 1990年、1965年~ 1996年、1965年~ 1996年和 1969年~ 1989年。

1.2 分数布朗运动 R/S 分析的分形维数

首先建立分数布朗运动模型与分形维数的联系。设有一个“粒子”在 X 轴上随机游动,记 x 为在每个时间间隔 f 向左或向右移动的步长,则 x 的分布密度函数为:

$$f(x, f) = \frac{1}{2^c} \frac{1}{2Df} \exp\left[-\frac{x^2}{2\left(\frac{2D}{f}\right)^2}\right] = \frac{1}{4^c D f} \exp\left(-\frac{x^2}{4D} f\right). \quad (1)$$

式中 D 为扩散系数; f 为时间间隔。又设 x_1, x_2, \dots, x_n 为步长序列,是一个独立分布的时间序列,考虑经过

n 步行走后“粒子”在 X 轴上的“位置”为:

$$B(t = n\Delta) = \sum_{i=1}^n x_i. \quad (2)$$

得到一个关于时间的函数 $B(t)$, 称它为布朗函数。对于某个固定的时刻上 t_0 , $B(t) - B(t_0)$ 的分布密度为:

$$f(B(t) - B(t_0)) = \frac{1}{4^{\Delta} D |t - t_0|} \exp\left(-\frac{[B(t) - B(t_0)]^2}{4D |t - t_0|}\right). \quad (3)$$

对于某一固定时刻 t_0 , 令

$$a = \frac{B(t) - B(t_0)}{2D |t - t_0|} = \frac{B(t) - B(t_0)}{2D f(|t - t_0|/\Delta)^{1/2}}, \quad (4)$$

它服从标准正态分布, 上述模型称为布朗运动模型。

若

$$a = \frac{B(t) - B(t_0)}{2D f(|t - t_0|/\Delta)^H} \quad (H \neq 1/2, 0 < H < 1), \quad (5)$$

上述模型则称为分数布朗运动模型。对于分数布朗运动的布朗函数 $B_H(t)$ 有:

$$E(B_H(t) - B_H(t_0)) = 0; \quad (6)$$

$$V(t - t_0) = E[B_H(t) - B_H(t_0)]^2 = 2D f(|t - t_0|/\Delta)^{2H} \propto |t - t_0|^{2H}. \quad (7)$$

与普通的布朗运动不同, 分数布朗运动具有长程相关性, 特别是过去增量与未来增量的相关性。给定从 $-t$ 到 0 的过去增量 $B_H(0) - B_H(-t)$, 就平均而言, 在过去增量分布中含有增量 $B_H(t) - B_H(0)$ 的概率是:

$$E\{[B_H(0) - B_H(-t)][B_H(t) - B_H(0)]\}, \quad (8)$$

则未来增量 $B_H(t)$ 与过去增量 $B_H(-t)$ 的相关函数为: $C(t) =$

$$\frac{E\{[B_H(0) - B_H(-t)][B_H(t) - B_H(0)]\}}{E[B_H(0) - B_H(-t)]^2 E[B_H(t) - B_H(0)]^2}. \quad (9)$$

为简单起见, 令 $B_H(0) = 0$, $f = 1$, $2Df = 1$, 有

$$C(t) = \frac{E[-B_H(-t)B_H(t)]}{E[B_H(t)]^2} = 2^{H-1} - 1. \quad (10)$$

为了求取 H 指数, Mandelbrot 提出了如下的关系式^[5]:

$$R(f)/S(f) = (bf)^H, \quad (11)$$

式中, $R(f)$ 为极差, $S(f)$ 为标准差, b 为常数。由上式可得:

$$\ln[R(f)/S(f)] = H \ln b + H \ln f, \quad (12)$$

因此, 由时间数据序列 $\{x_i\}$ 计算 $R(f)/S(f)$ ($f = 2, 3, \dots$), 作 $\ln[R(f)/S(f)]$ 关于 $\ln f$ 的线性回归, 则回归

直线的斜率即为 H 指数的估计值, 它与计盒维数 D_B 的关系^[5]为:

$$D_B = 2 - H. \quad (13)$$

1.3 信息维数

设在时刻 t_1, t_2, \dots, t_N 处取得的相应时间序列 x_1, x_2, \dots, x_N , 该时间序列的时间跨度为:

$$T = t_N - t_1. \quad (14)$$

在时间 T 内, 该时间序列的平均值为:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (15)$$

以 \bar{X} 作为下限, 统计 T 时段内 $x_i \geq \bar{X}$ 的总数 n 将 T 时段划分为时间尺度为 f 的 k 个子时段 ($k = T/f$), 然后逐次统计每个子时段 $x_i \geq \bar{X}$ 的数目 n_i ($n_i \leq n$), 计算第 i 个子时段的概率 P_i 及其信息量 $I(f)$ 为:

$$P_i = \frac{n_i}{n} \quad (i = 1, 2, \dots, k); \quad (16)$$

$$I(f) = - \sum_{i=1}^k P_i \log P_i. \quad (17)$$

改变时间尺度 f , 同理计算各个时间尺度的信息量 $I(f)$, 然后, 采用下列公式计算该时间序列的信息维数 D_I :

$$D_I = - \lim_{f \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^k P_i \log P_i}{\log f}. \quad (18)$$

2 结果与分析

2.1 H 指数、相关函数与计盒维数

白龙尾、北海、涠洲岛和石头埠 4 个潮位站的月平均海平面呈现波动式的动态变化 (图 1), 而且不同区段的波形与整体都具有较大程度的自相似性, 即它们具有分形的特征。由 (11) 式可知, 分数布朗运动模型 (5) 中的 H 指数实质上是一种分维, 它刻划了 f 与 $R(f)/S(f)$ 的不规则程度或混沌程度, 它也刻划了两者间的非线性关系的复杂程度, 说明 H 指数的大小确定分数布朗运动的趋势。将各潮位站的月平均海平面的时间序列作为时间函数 $B(t)$, 计算 $R(f)/S(f)$, 然后根据 (11) 式, 得到的 $\ln[R(f)/S(f)]$ 与 $\ln f$ 的线性回归方程分别为:

$$\text{白龙尾: } \ln[R(f)/S(f)] = 0.0848 + 0.5460 \ln f, \quad r = 0.9677;$$

$$\text{北海: } \ln[R(f)/S(f)] = -0.1299 + 0.6521 \ln f, \quad r = 0.9808;$$

$$\text{涠洲岛: } \ln[R(f)/S(f)] = -0.3630 + 0.8527 \ln f, \quad r = 0.9762;$$

$$\text{石头埠: } \ln[R(f)/S(f)] = -0.0385 + 0.6476 \ln f, \quad r = 0.9857.$$

由上式得出,白龙尾、北海、涠洲岛和石头埠的月平均海平面的 H 指数分别为 0.5460、0.6521、0.8527 和 0.6476。根据 (10) 式,当 $H = 1/2$ 时, $C(t) = 0$, 过去的增量与未来的增量不相关,此时是通常的布朗运动。当 $H > 1/2$ 时, $C(t) > 0$, 未来的增量与过去的增量呈正相关,即过去一段时间内的增长趋势意味着未来相同时间间隔内也有一个增长趋势,反之亦然,亦即分数布朗运动具有持久性。当 $H < 1/2$ 时, $C(t) < 0$, 过去的增量与未来的增量呈负相关,即过去的增加趋势意味着未来的减少趋势,亦即分数布朗运动具有反持久性。因此,只要求出一定时间范围内某一月平均海平面变化过程的 H 指数,就可以确定月平均海平面过去发展与未来趋势之间的相关特性。白龙尾、北海、涠洲岛和石头埠的月平均海平面的 H 指数都大于 0.5, 说明它们的月平均海平面的变化呈正相关,其动态过程在总体上具有持久性,它们的大小顺序为:涠洲岛 > 北海 > 石头埠 > 白龙尾。

月平均海平面动态过程曲线的复杂程度可以用分形维数来表征,由 (13) 式可知, H 指数越小,计盒维数 D_B 越大,表明曲线越复杂,即月平均海平面的动态过程越复杂。根据 (13) 式计算得到的 4 个潮位站的计盒维数 D_B 分别为 1.4540、1.3479、1.1473 和 1.3524,它们的大小顺序则与 H 指数相反,呈现白龙尾 > 石头埠 > 北海 > 涠洲岛。

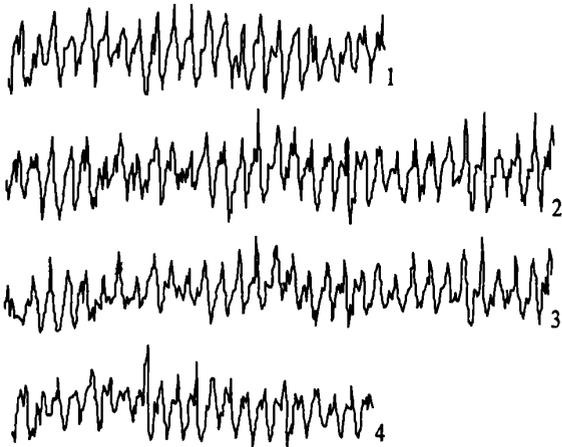


图 1 广西月平均海平面动态过程示意图

Fig. 1 Sketch of dynamic process of mean monthly sea level change along Guangxi coast
1. 白龙尾 Bailongwei (1969~ 1990); 2. 北海 Beihai (1965~ 1996); 3. 涠洲岛 Weizhoudao (1965~ 1996); 4. 石头埠 Shitoubu (1969~ 1989).

2.2 信息维数

以白龙尾、北海、涠洲岛和石头埠 4 个潮位站多年的月平均海平面的平均值为下限 \bar{X} (表 1), 分别统计各站月平均海平面时间序列 $\{x_i\}$ 在总时段和子时

段中 $x_i \geq \bar{X}$ 的数目 n 和 n , 然后根据 (17) 式计算各个时间尺度 f 的信息量 $I(f)$, 由此得到各潮位站月平均海平面的 $I(f) - \log(f)$ 关系曲线如图 2。图 2 显示 $I(f)$ 与 $\log(f)$ 之间存在着明显的线性关系, 通过线性回归得出其相关系数 R 均在 0.99 以上, 达到极显著水平, 即图 2 中的直线斜率很好地表征了各站月平均海平面变化的分形特征。白龙尾、北海、涠洲岛和石头埠的月平均海平面的信息维数 D_I 分别为 0.8609、0.8925、0.8752 和 0.8821 (表 1)。这种计算过程实际上是求离散点分布的信息维数, 因为在月平均海平面时间序列中 $x_i \geq \bar{X}$ 的月平均海平面在时间轴上是离散分布的。统计表明, 白龙尾、北海、涠洲岛和石头埠 4 个潮位站的月平均海平面时间序列 $\{x_i\}$ 中 $x_i \geq \bar{X}$ 的月平均海平面的发生频率分别为 50.8%、55.7%、

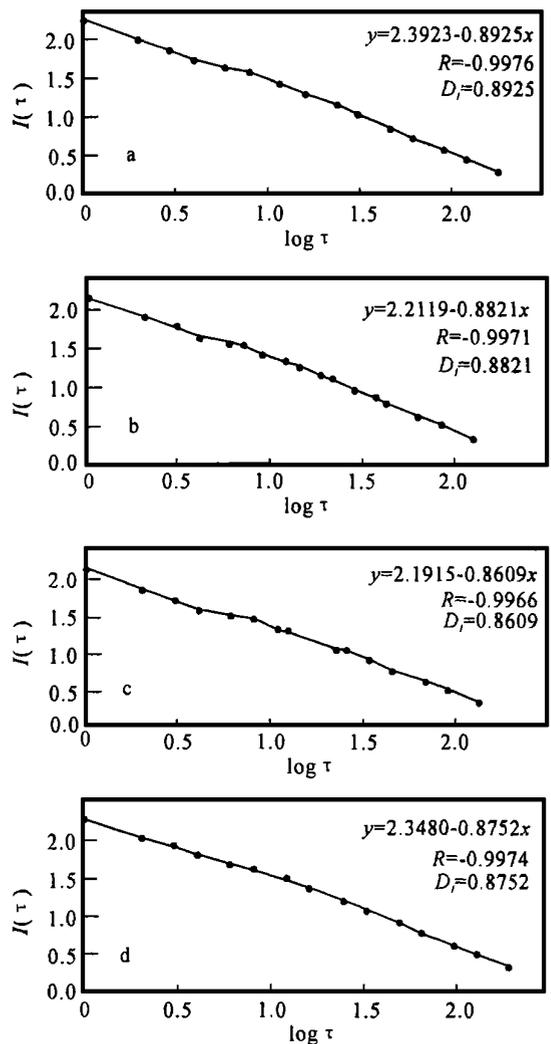


图 2 广西月平均海平面的 $I(f) - \log(f)$ 曲线

Fig. 2 The $I(f) - \log(f)$ curve of mean monthly sea level change along Guangxi coast
a. 北海 Beihai; b. 石头埠 Shitoubu; c. 白龙尾 Bailongwei; d. 涠洲岛 Weizhoudao.

表 1 广西月平均海平面的信息维数

Table 1 Information dimension of mean monthly sea level change along Guangxi coast

站位 Station	时间范围 Time range (a)	\bar{X} (m)	D_I	R
白龙尾 Bailongwei	1969~ 1990	4.28	0.8609	- 0.9966
北海 Beihai	1965~ 1996	2.55	0.8925	- 0.9976
涠洲岛 Weizhoudao	1965~ 1996	2.10	0.8752	- 0.9974
石头埠 Shitoubu	1969~ 1989	4.99	0.8821	- 0.9971

53.9% 和 56.7% , 因此, 它们的信息维数 D_I 均小于 1 是合理的

3 结论

月平均海平面的动态过程是由分数布朗运动决定的 Hurst 过程, 研究这种动态过程的分形行为可以分析和预测海平面变化的特征和规律. 广西沿岸的月平均海平面具有持久性, 其 H 指数介于 0.54~ 0.86, 计盒维数介于 1.14~ 1.46

在月平均海平面时间序列 $\{x_i\}$ 中, $x_i \geq X$ 的月平均海平面表现为一定时段上不连续的点的集合, 这些点在时间轴上的分布具有类似的结构, 即存在某种程度的自相似性, 这种自相似性结构与三分 Cantor 集类似, 可以认为是一种分形结构. 对于这种分形结构内部的不均匀性, 可以通过信息维数来表征. 广西

沿岸月平均海平面的信息维数介于 0.86~ 0.90

参考文献

- 田纪伟, 孙孚, 楼顺里等. 相空间反演方法及其在海洋资料分析中的应用. 海洋学报, 1996, 18 (4): 1~ 10.
- 魏恩泊, 许金山, 郭建国. 单纯形影算子理论在资料分析中的应用. I. 在方程模型资料预测中的应用. 海洋学报, 1999, 21 (2): 34~ 39.
- 魏恩泊, 徐启春, 许金山等. 单纯形影算子理论在资料分析中的应用. II. 在表层水温和青岛气温预测中的应用. 海洋学报, 1999, 21 (4): 21~ 26.
- 肯尼思. 法尔科内著. 分形几何—数学基础及其应用. 曾文曲, 刘世耀译. 沈阳: 东北大学出版社, 1996. 42~ 370.
- 屈世显, 张建华. 复杂系统的分形理论与应用. 西安: 陕西人民出版社, 1996. 293~ 364.
- 马继瑞, 田素珍, 郑文振等. 太平洋水位站相对海平面而升降趋势分析. 海洋学报, 1996, 18 (5): 14~ 21.
- 左军成, 陈宗镛. 海平面变化的一种本征分析和随机动态的联合模型. 海洋学报, 1996, 18 (2): 7~ 14.
- 左军成, 陈宗镛, 戚建华. 太平洋海域海平面变化的灰色系统分析. 青岛海洋大学学报, 1997, 27 (2): 138~ 144.
- 夏华永, 李树华. 带周期项的海平面变化灰色分析模型及广西海平面变化分析. 海洋学报, 1999, 21 (2): 9~ 16.
- 莫永杰, 李平日, 方国祥等. 海平面上升对广西沿海的影响与对策. 北京: 科学出版社, 1996. 66~ 120.

(责任编辑: 邓大玉)

中国未来 10 年农业科技工作的四个战略转变及十大行动

据《农业科技发展纲要》(2001~ 2010 年), 未来 10 年我国农业科技工作要实现四个战略转变, 即: 一是从主要追求数量, 向更加注重质量效益转变; 二是从为农业生产服务为主, 向为生产、加工与生态协调发展服务转变; 三是从以资源开发技术为主, 向资源开发技术和市场开发技术相结合转变; 四是从主要面向国内市场, 向面向国内、国际两个市场转变

“十五”期间, 我国农业科技工作将重点组织实施“十大科技行动”。它们是: 实施作物良种科技行动, 促进种植业结构调整; 实施优质高效畜牧水产科技行动, 加速养殖业规模化、产业化、标准化进程; 实施农产品加工科技行动, 培育新的农村经济增长点, 增加农民收入; 实施节水农业科技行动, 提高水资源利用率; 实施农业生态环境建设科技行动, 提高农业可持续发展能力; 实施防沙治沙科技行动, 遏制重点地区生态环境恶化的趋势; 实施农业高技术研究产业化科技行动, 推进传统农业技术的改造, 提高农业科技的整体水平; 实施农业区域发展科技行动, 开发区域优势产业, 发展特色农业; 实施农业科技能力建设科技行动, 增强我国农业科技的实力和后劲; 实施人才培养科技行动, 造就一支高素质的农业科技队伍。