DOI: 10.13656/j.cnki.gxkx.2001.02.002
广西科学 Guangxi Sciences 2001, 8 (2): 84~85, 89

# 一类离散大系统的平稳振荡*
# Harmonic Oscillation of Discrete Large-scale Systems

梁家荣　　霍　林
Liang Jiarong　　Huo Lin
(广西大学计算机与信息工程学院　南宁市西乡塘路10号　530004)
(College of Comp. & Info. Engi., Guangxi Univ., 10 Xixiangtanglu, Nanning, Guangxi, 530004, China)

摘要　利用 Lyapunov 方法研究离散大系统周期解的存在性,给出 $m$-周期解存在、唯一稳定即平稳振荡存在的几个新判据.

关键词　离散大系统　周期解　平稳振荡
中图法分类号　O 175.12

**Abstract**　The existence of periodic of the discrete large-scale systems was studied by using Lyapunov's method, the several new sufficient conditions are obtained for the existence of a unique asymptotically stable $m$-periodic solution namely harmonic oscillation in the discrete large-scale systems.

**Key words**　discrete large-scale systems, periodic solution, harmonic oscillation

目前,对周期解的研究,方法很多,如定性方法,泛函分析法,大系统方法,特别地,Lyapunov方法是一种很重要的方法.文献[1]给出了结构扰动下周期解存在的一些判据,文献[2]把连续系统的周期解理论推广到离散系统,文献[3]讨论过离散大系统的周期解存在性.对离散系统的平稳振荡的研究,所见的文献不多,考虑到平稳振荡在实际问题中有较强的背景,本文利用 Lyapunov 方法对离散大系统的平稳振荡进行详细的讨论.

## 1　预备知识

考虑如下的离散大系统:

$$x(k+1) = A(k)x(k), A(k+m) = A(k), \quad (1)$$

系统(1)具有如下分解:

$$x^{(i)}(k+1) = p_{ii}x^{(i)}(k) + \sum_{j=1, j\neq i}^{r} p_{ij}(k)x^{(j)}(k),$$

$$(i = 1, 2, \cdots, r), \quad (2)$$

其中 $m$ 为一正常数,$p_{ii}$ 为一 $n_i\times n_i$ 阶的常量矩阵,$p_{ij}(k)$ 为 $n_i\times n_j$ 阶矩阵且

$$p_{ij}(k+m) = p_{ij}(k), \sum_{i=1}^{r} n_i = n.$$

引理 1[4]　对于孤立的子系统:

$$x^{(i)}(k+1) = p_{ii}x^{(i)}(k), \quad (3)$$

若 $p_{ii}$ 的所有特征根 $|\lambda_i| < 1$,则存在正定二次型: $v^{(i)} = [x^{(i)}(k)]^T R^{(i)} x^{(i)}(k)$ 使得

$$\triangle v^{(i)}|_{(3)} = -\sum_{s=1}^{n_i} \|x_s^{(i)}(k)\|^2,$$

其中 $R^{(i)}$ 由关系式 $p_{ii}^T R^{(i)} p_{ii} - R^{(i)} = -I$ 来确定的 $r$ 阶正定阵.

## 2　主要结果

定理 1　对于系统(1)若子系统(2)满足:

(a) $p_{ii}$ 的所有特征根 $|\lambda_i| < 1$;

(b) 存在 $0\leqslant W < 1$ 使得 $(r-1)(2lts + (r-1)s^2 t)\leqslant 1-W$,其中 $t = \max\limits_{1\leqslant i\leqslant r}\|R^{(i)}\|$, $s = \max\|p_{ij}(k)\|$, $l = \max\|p_{ii}\|$,则大系统(1)的零解全局稳定.

证明　由条件(a)知存在满足引理 1的正定阵 $R^{(i)}$ 及正定二次型 $v^{(i)} = [x^{(i)}(k)]^T R^{(i)} x^{(i)}(k)$ 使得 $\triangle v^{(i)}|_{(3)} = -\sum_{s=1}^{n_i}\|x_s^{(i)}(k)\|^2$ 作系统(1)的 $v$ 函数如下:

$$v = \sum_{i=1}^{r} v^{(i)} = \sum_{i=1}^{r} (x^{(i)}(k))^T R^{(i)} x^{(i)}(k) = (x(k))^T Rx(k),$$

其中 $R = \mathrm{diag}(R^{(1)}, R^{(2)}, \cdots, R^{(r)})$ 由 $R^{(i)}$ 正定知 $v$ 是正定的.

$$\triangle v|_{(1)} = \sum_{i=1}^{r} (\triangle v^{(i)}|_{(2)}) = \sum_{i=1}^{r} ((x^{(i)}(k+$$

2000-09-27收稿,2000-12-26修回。

* 广西自然科学基金资助项目(桂科基 0009007)和广西大学博士科研启动基金资助项目。

$$1))^T R^{(i)} x^{(i)}(k+1) - (x^{(i)}(k))^T R^{(i)} x^{(i)}(k)) = \sum_{i=1}^{r} [-\|x^{(i)}(k)\|^2 + 2\sum_{j=1,j\neq i}^{r} (p_{ii}x^{(i)}(k))^T R^{(i)} p_{ij}(k)x^{(i)}(k) + (\sum_{j=1,j\neq i}^{r} p_{ij}(k)x^{(i)}(k))^T R^{(i)} (\sum_{j=1,j\neq i}^{r} p_{ij}(k)x^{(i)}(k))] \leqslant \sum_{i=1}^{r} \{-\|x^{(i)}(k)\|^2 + lts\sum_{j=1,j\neq i}^{r} (\|x^{(i)}(k)\|^2 + \|x^{(j)}(k)\|^2) + s^2t(\sum_{j=1,j\neq i}^{r} \|x^{(j)}(k)\|)^2\} \leqslant \sum_{i=1}^{r} [-1 + 2tls(r-1) + s^2t(r-1)^2]\|x^{(i)}(k)\|^2 = -W(\sum_{i=1}^{r} \|x^{(i)}(k)\|^2) = -W\|x(k)\|^2.$$

因此由文献 [2]知 (1) 的零解是全局稳定的.

下面考虑离散系统:

$$x(k+1) = A(k)x(k) + g(k), A(k+m) = A(k), g(k+m) = g(k). \tag{4}$$

假设系统 (4) 满足解的存在唯一条件及对初值的连续依赖性条件,且具有如下分解:

$$x^{(i)}(k+1) = p_{ii}x^{(i)}(k) + \sum_{j=1,j\neq i}^{r} p_{ij}(k)x^{(j)}(k) + g^{(i)}(k), (i = 1, 2, \cdots, r). \tag{5}$$

**定理 2** 若系统 (4) 的子系统 (5) 满足

(a) $p_{ii}$ 的所有特征根 $|\lambda_i| < 1$;

(b) 存在 $0 \leqslant W_1 < 1$ 使得 $(r-1)(2lts + (r-1)s^2t) \leqslant 1 - W_1$,

其中 $t = \max_{1\leqslant i\leqslant r}\|R^{(i)}\|, s = \max\|p_{ij}(k)\|, l = \max\|p_{ii}\|, \max\|g^{(i)}(k)\| \leqslant F$, $F$ 为一正常数,则系统 (4) 存在平稳振荡.

证明 取系统 (4) 的 $v$ 函数: $v = \sum_{i=1}^{r} v^{(i)} = \sum_{i=1}^{r} (x^{(i)}(k))^T R^{(i)} x^{(i)}(k) = (x(k))^T Rx(k)$

则

$$\triangle v|_{(4)} = \sum_{i=1}^{r} (\triangle v^{(i)}|_{(5)}) = \sum_{i=1}^{r} ((x^{(i)}(k+1))^T R^{(i)} x^{(i)}(k+1) - (x^{(i)}(k))^T R^{(i)} x^{(i)}(k)) = \sum_{i=1}^{r} [-\|x^{(i)}(k)\|^2 + 2\sum_{j=1,j\neq i}^{r} (p_{ii}x^{(j)}(k))^T R^{(i)} p_{ij}(k)x^{(j)}(k) + (\sum_{j=1,j\neq i}^{r} p_{ij}(k)x^{(j)}(k))^T R^{(i)} (\sum_{j=1,j\neq i}^{r} p_{ij}(k)x^{(j)}(k)) + 2(p_{ii}x^{(i)}(k))^T R^{(i)} g^{(i)}(k) + 2\sum_{j=1,j\neq i}^{r} (p_{ij}(k)x^{(j)}(k))^T R^{(i)} g^{(i)}(k) + (g^{(i)}(k))^T g^{(i)}(k)] \leqslant \sum_{i=1}^{r} \{[-1 + 2tls(r-1) + s^2t(r-1)^2]\|x^{(i)}(k)\|^2 + [2ltF + 2stF(r-1)]\|x^{(i)}(k)\|\} + rF^2 \leqslant \sum_{i=1}^{r} -\frac{W_1}{2}\|x^{(i)}(k)\|^2 + r\frac{[2ltF + 2stF(r-1)]^2}{W_1} + rF^2,$$

当 $\sum_{i=1}^{r} \|x^{(i)}(k)\|^2 > r(\frac{[2ltF + 2stF(r-1)]^2}{W_1^2} + \frac{F^2}{W_1})$ 时, $\triangle v|_{(4)} < -\frac{W_1}{4}\sum_{i=1}^{r} \|x^{(i)}(k)\|^2$,

因此系统 (4) 的解是最终一致有界的,从而由文献 [2]知系统 (4) 存在 $m$-周期解,再由定理 1可知系统 (4) 齐次系统的零解是全局渐近稳定的,所以系统 (4) 的周期解是唯一稳定的,即系统 (4) 存在平稳振荡.

若系统 (4) 具有如下分解:

$$x^{(i)}(k+1) = A_{ii}(k)x^{(i)}(k) + \sum_{j=1,j\neq i}^{r} A_{ij}(k)x^{(i)}(k) + g^{(i)}(k), (i = 1, 2, \cdots, r). \tag{6}$$

**定理 3** 对于具有分解 (6)式的离散大系统 (4),如果存在正常数 $k, e, l, W$, 使得 $\max_{1\leqslant i\leqslant r}\|A_{ii}(k)\| \leqslant s$, $\max_{1\leqslant j\leqslant r, j\neq i}\|A_{ij}(k)\| \leqslant e$, $\max_{1\leqslant i\leqslant r}\|g^{(i)}(k)\| \leqslant l$, $W < 1 - [s + (r-1)e]$,

则系统 (4) 存在平稳振荡.

证明 取 $v$ 函数 $v = \sum_{i=1}^{r} v^{(i)}, v^{(i)} = \|x^{(i)}(k)\|, (i = 1, 2, \cdots, r)$, 易知 $v$ 是正定函数

$$\triangle v^{(i)}|_{(6)} = \|x^{(i)}(k+1)\| - \|x^{(i)}(k)\| = \|A_{ii}(k)x^{(i)}(k) + \sum_{j=1,j\neq i}^{r} A_{ij}(k)x^{(j)}(k) + g^{(i)}(k)\| - \|x^{(i)}(k)\| \leqslant (s-1)\|x^{(i)}(k)\| + e\sum_{j=1,j\neq i}^{r} \|x^{(j)}(k)\| + l,$$

$$\triangle v|_{(4)} = \sum_{i=1}^{r} (\triangle v^{(i)}|_{(6)}) \leqslant \sum_{i=1}^{r} ((s-1)\|x^{(i)}(k)\| + e\sum_{j=1,j\neq i}^{r} \|x^{(j)}(k)\| + l) = \sum_{i=1}^{r} [-1 + s + (r-1)e]\|x^{(i)}(k)\| + rl \leqslant -W\sum_{i=1}^{r} \|x^{(i)}(k)\| + rl,$$

当 $\sum_{i=1}^{r} \|x^{(i)}(k)\| \geqslant \frac{2rl}{W}$ 时, $\triangle v \leqslant -\frac{W}{2}v$, 由文献 [2]知系统 (4) 存在 $m$-周期解,此外系统 (4) 对应的齐次系统为

$$x(k+1) = A(k)x(k), \tag{7}$$

其对应的分解为:

$$x^{(i)}(k+1) = A_{ii}(k)x^{(i)}(k) + \sum_{j=1,j\neq i}^{r} A_{ij}(k)x^{(j)}(k), (i = 1, 2, \cdots, r), \tag{8}$$

容易计算 $\triangle v|_{(7)} = \sum_{i=1}^{r} \triangle v^{(i)}|_{(8)} \leqslant -Wv$, 所以系统 (7)的零解是渐近稳定的,因此系统 (4)存在稳振荡.

(下转第 89页 Continue on page 89)

其中优化方法选用了复合形优化方法。同时为了便于比较也给出了全部详细分析的优化结果。

## 4 结语

基于人工神经网络的结构近似分析方法具有不需要梯度信息的特点,它在结构的应力、位移等与结构设计变量之间的全局性映射模型的基础上进行结构近似分析,因此该方法具有全局性。结构的设计变量作为网络的输入,应力、位移作为网络的输出,使得该方法不局限于特定结构,从而具有较强的适应性。

为了提高结构近似分析的精度,关键在于降低网络模型的学习误差。由 BP网络的设计原则,我们可以增加隐含层神经元数目或增加网络的层数来解决。

使用本文所提供的基于人工神经网络的结构近似分析,不仅能够大大减少计算量,而且具有较高的分析精度,对于工程中有效开展这类问题的结构优化设计,具有重要的意义。

### 参考文献


1 余 俊等. 优化方法程序库 OPB- 2—— 原理与应用. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997.

2 丛 爽. 面向 MATLAB工具箱的神经网络理论与应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1998.

3 孙靖民. 机械优化设计. 北京: 机械工业出版社, 1996.


(责任编辑: 黎贞崇)

---

(上接第 85页 Continue from page 85)

## 3 例子

考虑如下的离散周期大系统:

$$
\begin{cases}
\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix} + \\
\begin{pmatrix} \frac{1}{8} + \frac{1}{8}(-1)^k \cos(\frac{k}{m}c) & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} + \frac{1}{8}(-1)^k \cos(\frac{k}{m}c) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3(k) \\ x_4(k) \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3(k) \\ x_4(k) \end{pmatrix} + \\
\begin{pmatrix} \frac{1}{8} + \frac{1}{8}(-1)^k \sin(\frac{k}{m}c) & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} + \frac{1}{8}(-1)^k \cos(\frac{k}{m}c) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix}
\end{cases}
\quad (\mathrm{I})
$$

这里 $m$ 非零的偶数,容易计算 $r = 2, R^{(1)} = R^{(2)} = \frac{4}{3}I, p_{11} = p_{22} = \frac{1}{2}I, t = \frac{4}{3}, s \leqslant \frac{1}{4}$,取 $W = \frac{1}{4}$,容易验证定理 1的条件得到满足, 因此 (I) 的零解是渐近稳定的.

### 参考文献


1 李黎明, 王慕秋. 非自治离散大系统的结构扰动下周期解的存在性. 系统科学与数学, 1990, 10 (2): 131- 136.

2 王慕秋, 王 联, 崔学伟. 离散大系统在结构扰动下周期解的存在性. 数学研究与评论, 1993, 8 (4): 559- 565.

3 苏美玉. 离散大系统周期解的存在性. 河南师范大学学报, 1988, (1): 6- 10.

4 刘永清, 宋中昆. 大型动力系统的理论与应用. (卷 1). 广州: 华南理工大学出版社, 1986.


(责任编辑: 黎贞崇)

---

# 分散元素可形成独立矿床

据科学时报 (2001年 5月 8日) 报道, 以中科院院士涂光炽、研究员高振敏领衔主持承担的国家自然科学基金重点项目 “分散元素成矿机制研究” 在贵阳通过了国家自然科学基金委验收组的验收。该项目经过科技人员 3年多时间的工作, 先后在我国西南地区确定和发现了以锗、铊、镉、硒、碲等分散元素独立组成的矿床, 不仅提出了分散元素独立矿床和分散元素超常富集的概念, 而且同时指出了上述分散元素的成矿机制和找矿方向, 并在生产实践中得到了充分的印证, 打破了长期以来 “分散元素不能形成独立矿床, 只能以伴生元素存于其它元素形成的矿床内” 的论断, 为我国矿业的开采提供了新的探矿方向。以中国工程院院士陈毓川为首的验收专家组认为, “该项目学术思想和技术路线先进, 研究工作在国内外具有开拓性, 所取得的研究成果具有深远的科学意义和较大的应用前景。”