

5个3色 Ramsey 数的新下界*

New Lower Bounds of Five 3-color Ramsey Numbers

罗海鹏 苏文龙* 张正铀***

Luo Haipeng Su Wenlong Zhang Zhengyou

(广西科学院 南宁市江南路西一里 20号 530031)

(Guangxi Academy of Sciences, 20 Xiyili, Jiangnanlu, Nanning, Guangxi, 530031)

摘要 用构造性方法给出 5 个 p 个顶点的素数阶完全图 K_p 的边的 3 染色, 得到 5 个 3 色 Ramsey 数的新下界:

$R(4, 4, 16) \geq 662, R(4, 5, 12) \geq 578, R(4, 6, 11) \geq 642, R(5, 5, 13) \geq 938, R(5, 6, 10) \geq 692.$

关键词 Ramsey 数 下界 染色循环图

中图法分类号 O 157.5

Abstract The 3-colorings of edges of five prime order complete graphs K_p with p vertices were conducted using constructive method. New lower bounds of five 3-color Ramsey numbers were obtained: $R(4, 4, 16) \geq 662, R(4, 5, 12) \geq 578, R(4, 6, 11) \geq 642, R(5, 5, 13) \geq 938, R(5, 6, 10) \geq 692.$

Key words Ramsey number, lower bound, 3-coloring circulant graph

给定整数 $n \geq 2$ 和素数 $p \geq 5$, 记 $Z_p = \{(1 - p)/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, (p - 1)/2\}$, $Z_p^+ = \{1, 2, \dots, (p - 1)/2\}$. 以下所有整数及其运算结果都理解为模 p 后属于 Z_p , 并且用通常的等号“=”表示“模 p 相等”.

设 $C_n(S) = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ 是 $S = Z_p^+$ 的一个 n 部分拆, 记完全图 K_p 的顶点集 $V = Z_p$, K_p 的边集 E 是 Z_p 的所有 2 元子集组成的集并且有分拆 $C_n(E) = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$. 这里

$$E_i = \{\{x, y\} \in E \mid x - y \in S_i\}, \quad 1 \leq i \leq n.$$

称 E_i 中的边是用 S_i 色染色的, 于是我们给出了用 n 种颜色对 K_p 的边的一个染色. 由 S_i 色边导出的子图 $G_p(S) = (Z_p, E_i)$ 就称为关于参数集 S 的 p 阶循环图. 记 $G_p(S_i)$ 的团数为 $[S_i]$ 并说 K_p 具有性质 $K_p([S_1] + 1, [S_2] + 1, \dots, [S_n] + 1)$.

注意到 $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ 是 Z_p^+ 的一个 n 部分拆, 因此 $S_n = Z_p^+ \setminus \{S_1, \dots, S_{n-1}\}$. 即给出 S_1, \dots, S_{n-1} 之后就可以不必再写出 S_n 了. 根据上述定义, 我们给出 5 个素数阶完全图 K_p 的 3 染色如下:

1) 给定素数 $p_1 = 661$ 与参数集

$$S_1 = \{1, 3, 4, 9, 11, 12, 27, 29, 33, 36, 43, 47, 49, 53, 64, 68, 73, 81, 85, 87, 99, 104, 108, 109, 122, 124, 127, 129, 141, 147, 154, 155, 159, 161, 164, 169, 178, 179, 184, 192, 196, 199, 204, 206, 219, 220, 224, 230, 236, 238, 243, 255, 261, 272, 274, 275, 280, 289, 295, 297, 299, 311, 312, 320, 324, 327\},$$

$$S_2 = \{7, 10, 19, 21, 23, 30, 32, 34, 35, 40, 52, 57, 63, 65, 69, 76, 77, 82, 88, 90, 94, 96, 102, 105, 106, 110, 120, 131, 143, 148, 149, 156, 171, 185, 189, 191, 193, 195, 203, 207, 209, 214, 217, 218, 228, 231, 232, 242, 246, 257, 264, 268, 270, 282, 284, 288, 290, 293, 301, 306, 315, 317, 318, 326, 329, 330\}.$$

2) 给定素数 $p_2 = 577$ 与参数集

$$S_1 = \{26, 33, 47, 52, 55, 58, 67, 79, 82, 87, 88, 94, 105, 109, 113, 123, 134, 137, 138, 150, 154, 156, 161, 165, 166, 173, 174, 175, 177, 196, 202, 204, 206, 209, 212, 215, 220, 230, 232, 234, 237, 238, 246, 249, 250, 269, 280, 282\},$$

$$S_2 = \{1, 6, 9, 11, 12, 14, 16, 20, 24, 29, 32, 35, 37, 38, 41, 42, 46, 50, 54, 57, 59, 60, 64, 68, 76, 78, 81, 83, 86, 91, 93, 97, 99, 107, 108, 111, 112, 115, 119, 124, 125, 126, 127, 130, 139, 141, 142, 144, 146, 152, 155, 160, 163, 170, 180, 182, 186, 191, 193, 195, 197, 199, 201, 208, 213, 214, 216, 221, 235, 241, 242, 244, 248, 258, 260, 261, 262, 263, 264, 266, 281, 284, 286, 288\}.$$

1999-03-02收稿.

* 广西自然科学基金资助项目.

** 广西计算中心, 南宁市星湖路 32号, 530022(Guangxi Computer Center, 32 Xinghulu, Nanning, Guangxi, 530022).

*** 广西科技厅, 南宁市新民路, 530022(Dept. of Sci. & Tech. of Guangxi, Xinminlu, Nanning, Guangxi, 530022).

3) 给定素数 $p_3 = 641$ 与参数集

$S_1 = \{17, 24, 27, 48, 53, 54, 60, 61, 62, 66, 67, 76, 84, 86, 92, 94, 107, 109, 116, 120, 135, 136, 139, 150, 152, 153, 155, 164, 165, 166, 168, 171, 188, 189, 190, 202, 209, 210, 215, 217, 221, 222, 226, 230, 231, 232, 235, 253, 257, 261, 266, 267, 278, 290, 294, 300, 301, 309, 312, 319\}$,

$S_2 = \{1, 2, 4, 5, 7, 10, 11, 13, 14, 16, 18, 25, 26, 35, 37, 40, 44, 45, 49, 52, 56, 57, 63, 64, 65, 69, 71, 72, 73, 79, 81, 87, 88, 91, 93, 99, 100, 102, 103, 110, 118, 121, 123, 129, 130, 131, 138, 140, 143, 146, 148, 149, 151, 154, 157, 158, 160, 163, 169, 176, 178, 180, 182, 186, 191, 196, 198, 201, 204, 208, 220, 224, 228, 229, 233, 234, 241, 246, 250, 252, 255, 256, 258, 262, 271, 274, 275, 276, 282, 284, 288, 291, 293, 295, 296, 303, 308, 316, 317, 318\}$.

4) 给定素数 $p_4 = 937$ 与参数集

$S_1 = \{1, 7, 13, 14, 16, 20, 21, 23, 25, 31, 33, 36, 45, 57, 66, 67, 71, 72, 74, 79, 90, 91, 98, 99, 101, 107, 108, 109, 119, 135, 139, 159, 161, 163, 169, 172, 177, 178, 182, 187, 193, 196, 199, 203, 204, 208, 215, 218, 219, 224, 233, 241, 243, 245, 246, 255, 260, 263, 273, 280, 294, 299, 302, 304, 307, 318, 319, 322, 323, 325, 327, 329, 333, 337, 346, 348, 350, 352, 356, 358, 362, 368, 374, 376, 380, 383, 384, 386, 387, 399, 403, 408, 427, 429, 433, 434, 435, 438, 440, 445, 449, 451, 454, 457, 460, 462, 467, 468\}$,

$S_2 = \{2, 4, 5, 6, 26, 27, 28, 34, 35, 41, 43, 46, 47, 52, 56, 58, 61, 64, 65, 70, 77, 78, 80, 83, 84, 92, 94, 100, 103, 105, 114, 115, 121, 122, 124, 125, 132, 134, 138, 141, 142, 144, 153, 155, 158, 165, 166, 180, 183, 189, 209, 225, 228, 229, 239, 242, 249, 259, 261, 262, 264, 268, 271, 278, 279, 284, 285, 288, 291, 293, 296, 301, 316, 326, 330, 335, 338, 339, 342, 351, 354, 355, 360, 363, 364, 370, 371, 378, 379, 381, 392, 395, 396, 397, 402, 404, 411, 426, 428, 432, 436, 442, 447, 450,$

$455, 461, 463, 466\}$.

5) 给定素数 $p_5 = 691$ 与参数集

$S_1 = \{2, 4, 10, 12, 23, 26, 28, 29, 44, 51, 53, 55, 58, 62, 75, 76, 86, 95, 96, 97, 102, 103, 108, 119, 120, 135, 145, 146, 150, 163, 165, 174, 175, 178, 183, 184, 185, 199, 202, 207, 208, 221, 224, 226, 230, 234, 235, 238, 239, 241, 252, 255, 260, 264, 268, 272, 280, 284, 285, 291, 296, 297, 298, 306, 314, 315, 316, 318, 321, 325, 332, 333, 335, 337, 341\}$,

$S_2 = \{1, 3, 5, 6, 7, 13, 14, 16, 18, 20, 22, 31, 38, 39, 42, 43, 48, 54, 59, 60, 64, 68, 71, 72, 73, 81, 82, 83, 87, 89, 91, 92, 98, 100, 101, 104, 112, 113, 115, 117, 124, 126, 130, 132, 134, 136, 138, 140, 142, 148, 149, 153, 156, 157, 158, 159, 166, 167, 168, 170, 177, 179, 181, 187, 188, 189, 192, 193, 197, 200, 203, 206, 214, 216, 218, 220, 223, 225, 228, 232, 233, 237, 242, 243, 244, 246, 250, 253, 254, 258, 261, 263, 265, 267, 269, 273, 275, 277, 278, 283, 286, 290, 293, 294, 295, 299, 302, 303, 308, 311, 319, 320, 322, 323, 327, 328, 331, 334, 338, 339\}$.

我们在计算机上证明了上述 5 个 3-染色的完全图 K_p 分别具有性质 $K_{661}(4, 4, 16)$ $K_{577}(4, 5, 12)$ $K_{641}(4, 6, 11)$ $K_{937}(5, 5, 13)$ $K_{691}(5, 6, 10)$. 根据 Ramsey 定理就得到

定理 1 $R(4, 4, 16) \geq 662, R(4, 5, 12) \geq 578, R(4, 6, 11) \geq 642, R(5, 5, 13) \geq 938, R(5, 6, 10) \geq 692$.

Ramsey 数动态综述^[1]记录迄今已知的 1 个经典 Ramsey 数的准确值和迄今最好的一些 Ramsey 数的界. 由文献 [1] 可知, 定理 1 得到的是本文首次报道迄今最好的 5 个 Ramsey 数新下界.

参考文献

- 1 Radziszowski S P. Small Ramsey numbers. The Electronic Journal of Combinatorics, 1998, Revision# 5. 1-30.

(责任编辑: 黎贞崇)

植物病毒伏安酶联免疫检测技术研究成功

由青岛化工学院院长焦奎教授主持研究的一项与农业生产密切相关的新技术——“植物病毒 TMV、SBMV 和 TRSV 伏安免疫检测试剂盒”技术研究成功, 5 月 18 日通过了山东省科技厅组织的鉴定. 鉴定专家认为: 该技术为国内外首创, 处于国际领先水平.

“植物病毒 TMV、SBMV 和 TRSV 伏安免疫检测试剂盒”技术, 是一种将电化学分析、酶联免疫分析和植物病毒血清学技术相结合的新技术. 与目前常用的“光度酶联免疫分析法”相比, “植物病毒 TMV、SBMV 和 TRSV 伏安免疫检测试剂盒”这项新技术具有使用方便、准确性好、灵敏度高、可以在更广泛的范围使用等优点. 应用这 3 种试剂盒可以准确地检测烟草花叶病毒 (TMV)、南方菜豆花叶病毒 (SBMV) 和烟草环斑病毒 (TRSV). 该技术在口岸和产地检疫、诊断鉴定和普查病毒疫情、抗病育种、无毒种苗检测等方面都可以得到应用, 具有明显的社会效益.

(摘自《科学时报》1999 年 5 月 23 日)