

青岩油杉种群密度的 GM (1, 1) 组合模型*

GM (1, 1) Combined Model of *Keteleeria davidana* var. *Chin-peii* Population Density

梁士楚

Liang Shichu

李久林

Li Jiulin

(广西红树林研究中心 北海 536007)

(贵州科学院 贵阳 550001)

(Guangxi Mangrove Research Center, Beihai, 536007) (Guizhou Academy of Sciences, Guiyang, 550001)

摘要 探讨了植物种群 GM (1, 1) 组合模型的理论和方法。以种群密度为时间数据序列,建立了青岩油杉种群密度的 GM (1, 1) 组合模型,并对其精度进行了分析。结果表明,GM (1, 1) 组合模型是一种较为理想的种群动态模型。

关键词 青岩油杉 种群密度 GM (1, 1) 组合模型

Abstract The theory and method of GM (1, 1) combined models of plant populations were introduced. Based on the time-series data of density of *Keteleeria davidana* var. *chin-peii* population obtained from Qingyan town of Guizhou province, a density GM (1, 1) combined model of the population was established and its predictive precisions were compared with those of the GM (1, 1) and the parabola model. The results showed that the GM (1, 1) combined model may be one of the more effective and convenient population dynamic models.

Key words *Keteleeria davidana* var. *chin-peii*, population density, GM (1, 1) combined model
中图法分类号 S791.150.2

青岩油杉 (*Keteleeria davidana* var. *chin-peii*) 是贵州省特有的珍稀濒危树种,目前仅见于青岩和雅水等地。分布范围北纬 25°58'~26°26',东经 106°30'~106°45',呈小块零星状分布,且数量极少^[1]。因此,掌握青岩油杉种群的数量分布及其消长规律,可为其保护和合理利用提供理论依据。

1 建模方法

1.1 GM (1, 1) 模型

GM (1, 1) 模型是一阶单变量的线性动态模型^[2,3],其建模过程如下:

设有一时间数据序列为:

$$x^{(0)}(t) = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$$

采用公式

$$x^{(1)}(t) = \sum_{i=1}^t x^{(0)}(i) \quad (1)$$

对 $x^{(0)}(t)$ 作一次累加生成,得到生成数列

$$x^{(1)}(t) = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$$

对 $x^{(1)}(t)$ 数列建立微分方程

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + aX^{(1)} = u \quad (2)$$

式中, a, u 为待定参数,可用最小二乘法求取,即

$$\hat{a} = [a, u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_n \quad (3)$$

其中,数据矩阵 B 和 Y_n 分别为

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)) & 1 \\ \dots & \dots \\ -\frac{1}{2}(X^{(1)}(n-1) + X^{(1)}(n)) & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Y_n = [X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), \dots, X^{(0)}(n)]^T \quad (5)$$

将参数向量 \hat{a} 代入式 (2),解得时间响应函数为

表 1 青岩油杉种群的年龄分布

Table 1 Age distribution of *Keteleeria davidiana* var. *chin-peii* population

年龄组限 Range of age class	年龄组中值 Mid-value of age class	种群密度 Population density (plant/hm ²)
1- 10	5	2225
10- 20	15	1050
20- 30	25	475
30- 40	35	188

$$\hat{X}^{(1)}(t+1) = (X^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{at} + \frac{u}{a} \quad (6)$$

式(6)即为 GM(1, 1) 动态预测模型。

1.2 GM(1, 1) 组合模型

设 $\hat{X}_i^{(0)}$ 是对同一取样数据 $X^{(0)}$ 用不同动态预测模型得到的多种拟合值, 其中至少有一种是用 GM(1, 1) 模型求得, 则称

$$\hat{X}^{(0)}(t) = \sum_{i=1}^k d_i \hat{X}_i^{(0)}(t) \quad (7)$$

为 GM(1, 1) 组合模型 其中

$$\sum_{i=1}^k d_i = 1, \quad d_i \geq 0 \quad (8)$$

由拉格朗日乘法有

$$d_i = \sum_{i=1}^k \frac{1}{D(e_i)} \Gamma^{-1}(D(e_i))^{-1} \quad (9)$$

即

$$\hat{X}^{(0)}(t) = \sum_{i=1}^k d_i \hat{X}_i^{(0)}(t) \quad (10)$$

2 种群数据

研究的样地设在青岩油杉的模式标本产地—贵阳市青岩镇的双肩山, 样地设在增长型的林分中, 取样的面积为 800 m²。记录样地中每个青岩油杉种群个体的株高、胸径、冠幅等特征。10 龄以下的种群个体年龄采用实测侧生枝的轮数来确定, 以 1 个侧生枝轮代表年龄 1 年。10 龄以上的种群个体年龄则通过选取标准木, 钻取年龄木芯, 以 1 个生长轮代表年龄 1 年来计测标准木的年龄。然后根据实测标准木的年龄 (y) 和胸径 (x) 大小, 建立具有显著相关程度的回归方程: $y = a + bx$, 由此估测其它种群个体的年龄。根据青岩油杉种群的发育特点及其个体的年龄分布特征, 以 10 年作为年龄间隔归组, 统计样地中种群个体的年龄分布, 结果如表 1

3 结果与讨论

3.1 根据表 1, 以青岩油杉种群密度 (X) 及其年龄组中值 (A) 作为取样数据的时间序列:

$$\begin{aligned} X^{(0)}(A) &= \{X^{(0)}(5), X^{(0)}(15), X^{(0)}(25), X^{(0)}(35)\} \\ &= \{2225(5), 1050(15), 475(25), 188(35)\} \end{aligned}$$

根据式 (6) 种群 GM(1, 1) 模型的建模方法, 得到的青岩油杉种群密度 GM(1, 1) 模型的时间响应方程为:

$$\begin{aligned} \hat{X}_1^{(1)}(A) &= -1873.969545e^{-0.0782046(A-5)} \\ &\quad + 4098.969545 \quad (11) \end{aligned}$$

用后验差进行检验, $C = 0.032, P = 1.0$, 即青岩油杉种群密度 GM(1, 1) 模型的精度为一级可信, 因此, 取样数据的模拟值可由式 (11) 和 (12) 来计测。

$$\hat{X}_1^{(0)}(A) = \hat{X}_1^{(1)}(A) - \hat{X}_1^{(0)}(A - 5) \quad (12)$$

根据青岩油杉种群密度的分布特点和优化模型的原则, 青岩油杉的种群密度亦可采用其它的数学模型进行拟合, 其中用抛物线回归拟合得到的青岩油杉种群密度的动态模型为:

$$\hat{X}_2^{(0)}(A) = 2932.20 - 155.664A + 2.22A^2 \quad (13)$$

模型的相关系数 $r = 0.9990$, 达到了极显著的水平, 说明该模型对青岩油杉种群的密度动态亦具有较高的估测价值。

为了探讨青岩油杉种群密度动态的最优化数学模型, 根据式 (7) 的种群 GM(1, 1) 组合模型的建模方法, 由式 (11)、(12) 和 (13) 得到青岩油杉种群密度的 GM(1, 1) 组合模型为:

$$\begin{aligned} \hat{X}^{(0)}(A) &= d_1 \hat{X}_1^{(0)}(A) + (1 - d_1) \hat{X}_2^{(0)}(A) \\ &= 0.65515 \hat{X}_1^{(0)}(A) + 0.34485 \hat{X}_2^{(0)}(A) \quad (14) \end{aligned}$$

采用上述的式 (11)、(12)、(13) 和 (14) 分别计测青岩油杉种群密度的拟合值, 其结果如表 2, 它们和实测值都十分贴近, 其中以 GM(1, 1) 组合模型的精度最高, 平均相对误差为 4.33%。说明 GM(1, 1) 组合模型最适合于对青岩油杉种群密度进行拟合, 同时, 亦可对近期内青岩油杉种群数量的动态变化进行预测, 为保护和合理开发利用青岩油杉种群资源提供科学依据。

3.2 描述植物种群数量变动的数学模型较多, 如

表 2 青岩油杉种群密度的拟合值

Table 2 Estimation values of *Keteleeria davidana* var. *chin-peii* population density

年龄组限 Range of age class	年龄组中值 Mid-value of age class	实测种群密度 Observed value of population density (plant /hm ²)	拟合值 Simulated value			相对误差 Relative error		
			$\hat{X}_1^{(0)}$	$\hat{X}_2^{(0)}$	$\hat{X}^{(0)}$	$\hat{X}_2^{(0)}$	$\hat{X}_1^{(0)}$	$\hat{X}^{(0)}$
1~ 10	5	2225	2209	2225	2220	0.72	0.00	0.22
10~ 20	15	1050	1097	1017	1044	4.48	3.14	0.57
20~ 30	25	475	428	465	452	9.89	2.11	4.84
30~ 40	35	188	204	213	210	8.51	13.30	11.70

Logistic增长模型、Leslie矩阵模型、GM (1, 1) 模型等，它们根据种群的生长特点及其数量动态趋势，从不同角度论述了植物种群随时间变化的数量特征，方法和效果的优劣各异。其中，GM (1, 1) 模型是对实测的数据——时间序列进行随机性弱化处理后，用微分方程来拟合其生成系列的动态模型，其实质是一线性系统，它的精度受系统非线性表征影响。在植物种群系统中，系统非线性多是由个体和种群间对有限资源的竞争引起的。当系统非线性表征较强时，GM (1, 1) 模型的精度会降低，若模型误差是由系统实测值的随机性和不规则导致，残差模型亦不能提高模型的精度，而应采用合理的非线性模型^[4]。GM (1, 1) 组合模型中， $\hat{X}_i^{(0)}$ 是由 GM (1, 1) 模型和其它模型如抛物线、双曲线、指数和幂函数等共同求取

的，因而组合模型建模灵活，使几种不同的方法有机地结合，避免了单一模型的局限性。同时，它从不同角度反复利用了原始数据中的信息，因此具有更高的精度。

参考文献

- 1 李久林，梁士楚，程仕泽．贵州青岩油杉林群落学特征的初步研究．贵州科学，1993，11 (4): 7~ 11.
- 2 傅立．灰色系统理论及其应用．北京：科学技术文献出版社，1992，54~ 118.
- 3 邓聚龙．灰色系统 (社会·经济)．北京：国防工业出版社，1985，18~ 45.
- 4 高琼．GM (1, N) 模型对生物系统应用的研究．植物生态学与地植物学学报，1991，15 (2): 121~ 128.

(责任编辑: 莫鼎新 唐铃弟)

科学基金继续支持基础和创新研究

国家自然科学基金委三届二次全委会已于 1996年 12月 18日在北京召开。会议指出，科学基金要继续高举支持基础研究的大旗和鼓励支持创新的大旗，把国家目标放在重要位置。一方面要围绕国民经济和社会发展中重大的深层次的基础性科技问题，深入开展研究，为当前急需解决的热点难点问题做出积极贡献，为未来的发展提供动力和储备；另一方面，要瞄准国际科技前沿，攀登科学高峰，使我国基础性研究有更多的领域或学科在世界上占有一席之地，并呼吁国家和社会为科技工作者创造良好的环境和氛围。与会人员还要求加快制定“中华人民共和国科学技术基金法”的工作步伐。